



NLA
Høgskolen

Utforsking i matematikk

*En kvalitativ studie av fem læreres erfaringer
på mellomtrinnet*

Mathilde Tunestveit Knutsen

Masteroppgave i GLU 5-10 med fordypning i matematikk ved
NLA Høgskolen Bergen

Våren 2022

Veileder: Arne Kåre Toppol

NLA Høgskolen
Breistein
Postboks 74
5812 Bergen

<https://nla.no/>

© Mathilde Tunestveit Knutsen
Epost: mathilde-knutsen@outlook.com

Denne avhandlingen representerer 45 studiepoeng

Sammendrag

Utforsking i matematikk har fått et økt fokus med den nye læreplanen LK20. Formålet med denne masteroppgaven er å undersøke hvordan lærere forstår utforsking i matematikk, og på hvilken måte de benytter dette i sin matematikkundervisning på mellomtrinnet.

Forskningsprosjektet består av en kvalitativ studie, med utgangspunkt i en fenomenologisk tilnærming. Empirien i undersøkelsen er basert på fem lærere som underviser i matematikk på mellomtrinnet. For å få innblikk i lærerens erfaringer og tanker har empirien blitt samlet inn gjennom semistrukturerte intervju, der lærernes erfaringer og opplevelser har dannet grunnlaget for prosjektet.

Resultatene viser at lærerne har en tilnærmet lik forståelse av hva utforsking i matematikk er. Mine funn viser at lærerne er enige i at utforsking i matematikk går ut på at elevene skal prøve selv, at lærer ikke skal gi dem løsningsmetodene med en gang, at elevene skal kommunisere sammen om egne tanker, og se sammenhenger innad og på tvers av matematikken.

Lærerne er positive til å gjennomføre utforsking i matematikkundervisningen, men det kommer også frem noen utfordringer knyttet til tid, oppgavevalg og lærerkompetanse. Lærers kompetanse får et viktig fokus knyttet til lærers påvirkning av undervisningen, og kompetanseheving vektlegges. Hvordan de ønsker å benytte seg av utforsking i matematikkundervisning foreligger det ulike tanker om. Utforsking i matematikk benyttes både i tverrfaglige prosjekt, og i den daglige matematikkundervisningen. I den daglige matematikkundervisningen er det enighet i at det gjerne benyttes i starten av undervisningen, gjerne ved å introdusere en oppgave med høye kognitive krav. Slike oppgaver kjennetegnes ved at det er rom for elever på alle nivåer til å arbeide med oppgaven på sitt nivå, samtidig som det er flere løsninger og løsningsmetoder. Ut fra resultatene viser forskningen at informantene mener utforsking i matematikk er en viktig del av matematikkundervisningen, og bør brukes mer tid på i undervisningen fremover.

Abstract

The research project consists of a qualitative study, based on a phenomenological approach. The empirical data in the survey is based on five teachers who teach mathematics at the intermediate level. To gain insight into the teacher's experiences and thoughts, the empirical data has been collected through a semi-structured interview, where the teachers' experiences have formed the basis for the project.

The results show that teachers have an almost equal understanding of what exploration in mathematics is. My findings show that teachers agree that exploration in mathematics means that students should try for themselves, that teachers should not give them the solution methods right away, that students should communicate together about their own thoughts, and see connections within and across mathematics.

The teachers are positive about conducting exploration in mathematics teaching, but there are also some challenges related to time, choice of tasks and teacher competence. The teacher's competence is given an important focus in connection with the teacher's influence on the teaching, and competence development is emphasized. There are different ideas about how they want to use exploration in mathematics teaching. Exploration in mathematics is used both in interdisciplinary projects and in the daily mathematics teaching. In the daily mathematics teaching, there is agreement that it is often used at the beginning of the teaching, often by introducing a task with high cognitive requirements. These tasks are characterized by the fact that there is room for students at all levels to work on the assignment at their own level, at the same time as there are several solutions and solution methods. Based on the results, the research shows that the informants believe that exploration in mathematics is an important part of mathematics teaching, and more time should be spent on teaching it in the future.

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på min 5-årige lærerutdanning ved NLA Høgskolen Bergen. Tiden har gått fort, og mye har skjedd på 5 år. Masterarbeidet har vært både tidkrevende og lærerikt, og jeg gleder meg til å ta med meg erfaringene jeg har gjort meg gjennom prosessen inn i læreryrket. Jeg ønsker å rette en stor takk til støttespillerne mine som har bidratt på ulike måter til at jeg sitter her i dag med en ferdig skrevet master!

Først og fremst vil jeg takke mine fem informanter som tok seg tid til å delta og bidra i mitt prosjekt. Uten deres tanker og erfaringer ville jeg ikke hatt noe oppgave.

Jeg vil takke min veileder, Arne Kåre Toppol for hyggelige samtaler, gode innspill og veiledning underveis.

Jeg vil gi en stor takk til min gode mamma som har brukt utallige timer av sitt liv på å drøfte oppgaven i lag med meg, og støttet meg gjennom hele prosessen.

Jeg vil takke venner, kollegaer og familie for motiverende og støttende ord underveis.

Til slutt vil jeg takke min samboer, Even. Takk for at du har støttet meg og motivert meg til å holde optimismen oppe til å gjennomføre masteroppgaven!

Bergen, mai 2022

Mathilde Tunestveit Knutsen

Innholdsfortegnelse

| | |
|---|-----------|
| KAPITTEL 1: INNLEDNING | 1 |
| 1.1 STUDIENS BAKGRUNN OG RELEVANS | 1 |
| 1.2 VALG AV PROBLEMSTILLING..... | 3 |
| 1.3 OPPGAVENS STRUKTUR..... | 4 |
| KAPITTEL 2: KUNNSKAPSGRUNNLAG | 5 |
| 2.1 MATEMATISK KOMPETANSE OG MATEMATISK FORSTÅELSE..... | 5 |
| 2.1.1 Forutsetning for forståelse | 8 |
| 2.2 UTFORSKING..... | 9 |
| 2.2.1 Utforskning i matematikk | 9 |
| 2.2.2 Inquiry..... | 10 |
| 2.2.3 Undersøkelseslandskaper..... | 12 |
| 2.2.4 Undersøkende matematikk | 14 |
| 2.2.5 Oppsummering | 15 |
| 2.3 OPPGAVEDISKURS..... | 15 |
| 2.3.1 Hva bør kjennetegne oppgaver som benyttes i utforskende matematikkundervisning? | 16 |
| 2.4 LÆRERENS ROLLE | 18 |
| 2.5 OPPSUMMERING..... | 20 |
| 3.1 VALG AV METODISK TILNÆRMING | 21 |
| 3.1.2 Valg av type intervju | 21 |
| 3.2 VITENSKAPELIG FORANKRING | 22 |
| 3.2.1 Fenomenologi..... | 22 |
| 3.3 UTVALG..... | 23 |
| 3.3.1 Presentasjon av informanter | 24 |
| 3.4 PLAN OG GJENNOMFØRING AV INTERVJUENE..... | 24 |
| 3.4.1 Utarbeidelse av intervjuguide | 25 |
| 3.4.2 Gjennomføring av intervjuene..... | 25 |
| 3.5 BEARBEIDING AV DATA | 26 |
| 3.5.1 Transkribering av data..... | 26 |
| 3.5.2 Dataanalyse | 26 |
| 3.6 KVALITETSKRITERIER | 26 |
| 3.6.1 Pålitelighet..... | 27 |
| 3.6.2 Validitet..... | 28 |
| 3.7 FORSKNINGSETISKE BETRAKTNINGER..... | 29 |
| 3.7.1 Forskerrollen | 30 |
| KAPITTEL 4: PRESENTASJON AV FUNN | 31 |

| | |
|--|-----------|
| 4.1 LÆRERNES FORSTÅELSE AV UTFORSKING-BEGREPET | 31 |
| 4.2 MATEMATISK KOMPETANSE OG MATEMATISK KUNNSKAP | 32 |
| 4.3 UTFORDRINGER MED UTFORSKING..... | 33 |
| 4.3.1 Rammefaktorer..... | 34 |
| 4.3.2 Arbeidsmåter og oppgavetyper | 35 |
| 4.3.3 Elevforutsetninger | 37 |
| 4.3.4 Lærerrollen | 39 |
| 4.4 NÅR I LÆRINGSPROSESSEN BENYTTES UTFORSKING..... | 41 |
| 4.6 OPPSUMMERING AV FUNN..... | 43 |
| KAPITTEL 5: DRØFTING | 45 |
| 5.1 BEGREPET UTFORSKING | 45 |
| 5.2 HVORFOR BØR VI DRIVE MED UTFORSKING? | 46 |
| 5.3 HVORDAN BRUKES UTFORSKING I MATEMATIKKUNDERVISNINGEN?..... | 49 |
| 5.4 LÆREREN..... | 52 |
| KAPITTEL 6: AVSLUTNING | 55 |
| 6.1 KONKLUSJON..... | 55 |
| 6.2 AVSLUTTENDE REFLEKSJONER..... | 56 |
| 6.2.1 Refleksjoner rundt eget arbeid | 56 |
| 6.2.2 Forslag til videre forskning..... | 57 |
| REFERANSELISTE | 59 |
| VEDLEGG: | 65 |
| VEDLEGG 1: INTERVJUGUIDE..... | 65 |
| VEDLEGG 2: INFORMASJONSSKRIV OG SAMTYKKESKJEMA | 67 |
| VEDLEGG 3: NSD SIN VURDERING..... | 69 |

Figurer:

Figur 1: En visualisering av de åtte matematiske kompetansene (Niss & Jensen, 2002, s. 45)

Figur 2: Intertwined Strands of Proficiency (Kilpatrick et al., 2001a, s. 5)

Tabell 1: Informasjon om informantene

Kapittel 1: Innledning

Slik jeg husker matematikkundervisningen på barne- og ungdomsskolen var den dominert av at lærer gjennomgikk et tema på tavlen, og elevene arbeidet med oppgaver i arbeidsboken, både på skolen og hjemme. Erfaringer jeg har gjort meg gjennom mine praksisperioder på lærerstudiet, og arbeid som vikar er at det på mange måter er slik fremdeles, men at det nå ligger et større fokus på å gjøre elevene mer aktive i undervisningen. Min interesse for matematikk har vært en stor motivasjon for å skulle bli matematikklærer. Jeg ønsker å skape et engasjement og pirre elevenes nysgjerrighet. To ting jeg har bitt meg merke i, som går igjen i en rekke klasserom jeg har vært innom er at elevene stopper opp og spør om hjelp, dersom oppgaven ikke forteller de nøyaktig hva de skal gjøre, og elevene spør alltid om svaret er riktig. Jeg som elev i grunnskolen handlet på akkurat samme måte, hvor svaret eller løsningen var i fokus, og vegen dit var mindre viktig. I den nye læreplanen for matematikkfaget presiseres det at «*Elevane skal leggje meir vekt på strategiane og framgangsmåtane enn løysingane*» (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2). Jeg har undret meg over hvordan vi kan få dette til, og ønsker å undersøke dette nærmere gjennom mitt masterprosjekt.

1.1 Studiens bakgrunn og relevans

Utdanning skal jfr. Opplæringsloven §1-1, forberede neste generasjon på fremtiden, på å kunne delta i det sosiale demokratiet, og utvikle kunnskaper og ferdigheter som er nødvendig nå og i fremtiden (Opplæringslova., 1998). Hvilke behov samfunnet har for elevenes ferdigheter og kunnskaper utvikler seg i takt med samfunnsutviklingen. Tidligere var det behov for at elevene utviklet en mengde kunnskap og ferdighet til å kunne utføre gitte arbeidsoppgaver, som f.eks. regning i matematikk. Behovet i dagens samfunn og fremtiden er ikke de samme som tidligere. I dag er det behov for at fremtidens generasjon evner å stille spørsmål, undersøke, og analysere undersøkelsene (Boaler, 2016, s. 27). Skott et al. (2018) peker på dette skifte i forhold til matematikkens innhold og arbeidsmetoder i skolen de siste tiår, og presiserer at

eleverne skal kende til og kunne bruke begrber og færdigheder som de nævnte, skal de også kunne give sig i kast med faglige udfordringer som fx at undersøge, beskrive, forklare og forudsige sammenhænger og mønstre af forskellig slags (...). De skal altså meget mere end blot gentage en procedure, som er beskrevet i lærebogen, eller som lærer har vist på tavlen (s. 26).

Dette er i tråd med formålet med matematikkfaget i skolen, som skal «førebu elevane på eit samfunn og arbeidsliv i utvikling ved å gi dei kompetanse i utforsking og problemløysing» (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2). Matematikkfaget vil på denne måten kunne bidra til å ruste elevene til å møte det som ligger foran oss.

Boaler (2016) viser til en «*TED talk*», hvor Wolfram (2010) trekker frem at arbeid med matematikk har fire steg:

1. Stille et spørsmål
2. Gå fra den virkelige verden over i en matematisk modell
3. Utføre en beregning
4. Gå fra modellen og tilbake til den virkelige verden, og se om det opprinnelige spørsmålet blir svart

Wolfram trekker frem at 80% av matematikk i skolen foregår på tredje steg, altså å utføre matematiske regneoperasjoner. Arbeidsoppgavene som tidligere var basert på disse ferdighetene, er i dag i stor grad byttet ut med datamaskiner eller en kalkulator. Wolfram foreslår istedenfor at elevene i tillegg til nivå 3, skal jobbe mer på steg 1, 2 og 4. Han mener at det arbeidsgivere trenger er mennesker som kan stille gode spørsmål, sette opp modeller, analysere resultater og tolke matematiske svar (Boaler, 2016, s. 27). Elevene trenger i lys av denne tankegangen øvelse i resonnering og tolkning, fremfor å kun drive matematiske regneoperasjoner. Kunnskapsdepartementet (2017) presiserer i overordnet del av læreplanen at «*skolen skal la elevene utfolde skaperglede, engasjement og utforskertrang, og la dem få erfaring med å se muligheter og omsette ideer til handling*». Opplæringen skal bygge videre på elevenes iboende nysgjerrighet, oppdagelses- og skapertrang, ved at elevene skal få rike muligheter til å utvikle engasjement og utforskertrang (s. 6).

Nosrati og Wæge (2015) tok for seg sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk, og fanget interessen min for undersøkende matematikk. Det finnes ulike måter å skape en elevaktiv undervisning, og undersøkende matematikk kan være en måte. Noe som nært kan knyttes til undersøkende matematikkundervisning er inquiry. Carlsen og Fuglestad (2010) beskriver inquiry på følgende måte: «*Inquiry er ikke en bestemt metode eller noen prosedyre, men heller en tilnærming og holdning til arbeidet preget av undring og utforsking for å finne svar*» (Carlsen & Fuglestad, 2010, s. 42).

I forkant av arbeidet med Fagfornyelsen som resulterte i LK20 utarbeidet Kunnskapsdepartementet en NOU hvor de trakk frem fire kompetanseområder de mente burde danne grunnlaget for fagfornyelsen. Utforsking blir nevnt spesifikt som et av de fire kompetanseområdene som danner grunnlaget for fagfornyelsen, ved «å kunne utforske og skape» (NOU 2015: 8, s. 8-9). Som nevnt over kan utforsking knyttes mot inquiry, og undersøkende matematikk. Dette har et økt fokus i nye læreplanen, og bidro til ønsket om å rette fokuset inn mot utforsking som tema for prosjektet.

Med den nye læreplanen i matematikkfaget ble det så introdusert seks kjerneelement, som tar utgangspunkt i viktige kompetanser elevene skal tilegne seg i faget. Kjerneelementene skal være i tankene når lærer planlegger undervisning, og det skal arbeides aktivt med å utvikle disse kompetansene hos elevene (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2-3). Av de seks kjerneelementene er det særlig et som retter fokus på utforsking i matematikk, nemlig utforsking og problemløsning, og da med ekstra fokus på utforsking. Utforsking i matematikk omhandler ifølge Utdanningsdirektoratet (2020) at elevene leter etter mønster, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse. Elevenes fokus skal ligge mer på strategiene og fremgangsmåtene enn på løsningene (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2). Gjennom de nye kjerneelementene ser vi et klart fokus på en mer elevaktiv matematikkundervisning der elever blir invitert til å utforske sammenhenger før de får presentert regler, og til å diskutere sammenhenger før læreren forteller hvordan det henger sammen (Karlsen, 2014; Klaveness et al., 2019, s. 5).

1.2 Valg av problemstilling

Læreplanen har som nevnt over et økt fokus på utforsking, både i matematikk og i andre fag. Basert på at utforsking er begrepet som benyttes i læreplanen, anser jeg det som relevant å undersøke utforsking i matematikk. Formålet med matematikkfaget og utforsking i den sammenheng kommer tydelig frem i den nye læreplanen for matematikkfaget. Det er lærerens ansvar å planlegge og gjennomføre undervisning i tråd med læreplanen. Jeg anser det derfor som både spennende og relevant å undersøke hvordan lærere forstår utforsking, og hvordan de eventuelt benytter seg av utforsking i sin matematikkundervisning. Dewey (1900) mener at barnet av natur møter verden på en utforskende måte, og at skolen bør spille på barnets iboende natur (s. 54). Slik jeg forstår Dewey har barn en iboende nysgjerrighet fra de blir født. Hva skjer med nysgjerrigheten når barnet når de blir eldre? Hvordan kan vi ta vare på og stimulere elevenes

nysgjerrighet gjennom skoletiden? Jeg ønsker å foreta undersøkelsen på mellomtrinnet for å kunne øke kunnskapen om denne type undervisning i den gitte aldersgruppen.

Basert på at utforskning er et såpass utbredt begrep som vi finner igjen i flere deler av LK20 anser jeg det som et relevant fenomen å se nærmere på. Dette har dannet grunnlaget for mitt ønske om å rette fokuset i mitt masterprosjekt på utforskende matematikkundervisning. På bakgrunn av dette har jeg valgt følgende problemstilling:

«Hvordan forstår fem lærere utforskning i matematikk, og på hvilken måte benytter de utforskning i sin matematikkundervisning på mellomtrinnet?».

1.3 Oppgavens struktur

Masteroppgaven er strukturert inn i seks deler. Til nå har innledningen vært presentert med utgangspunkt i bakgrunn for valg av tema, prosjektets samfunnsmessige plassering og valg av problemstilling.

I kapittel 2 presenteres kunnskapsgrunnlaget som danner grunnlaget for forskningsprosjektet.

I kapittel 3 introduseres metoden som benyttes i prosjektet. Valg av vitenskapelig forankring og metode for innhenting av empiri begrunnes. Det gjøres rede for de ulike stegene i prosessen for innhenting av empiri, en presentasjon av informantene og en kort forklaring for hvordan analyseprosessen foregår.

I kapittel 4 presenteres funn som kom frem av de kvalitative forskningsintervjuene. Funnene presenteres i ulike kategorier.

I kapittel 5 drøftes funnene som presenteres i kapittel 4 opp mot kunnskapsgrunnlaget som er presentert i kapittel 2. Dette med utgangspunkt i prosjektets problemstilling.

I kapittel 6 kommer konklusjonen basert på resultatene etter drøftingen i kapittel 5. Avslutningsvis vil jeg gjøre rede for refleksjoner knyttet til arbeid med masteroppgaven og for forslag til videre forskning.

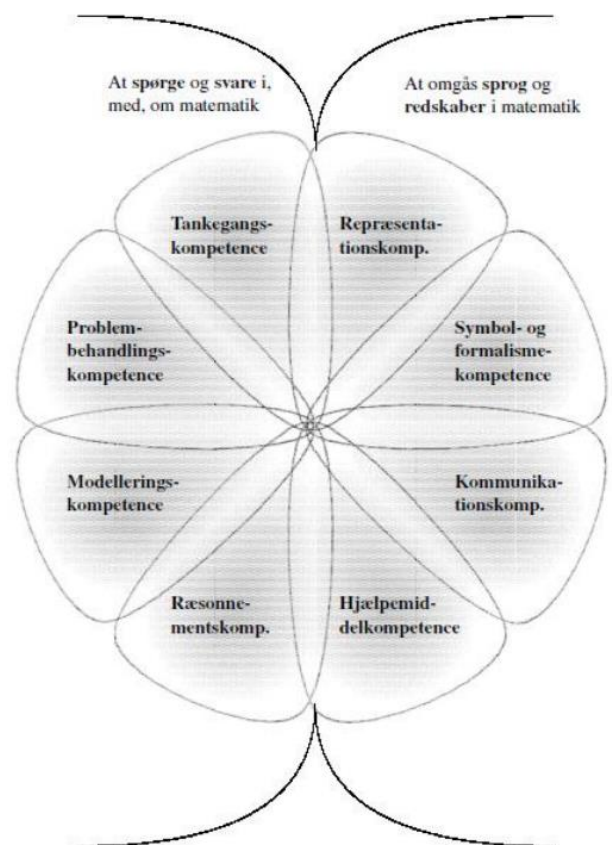
Kapittel 2: Kunnskapsgrunnlag

I dette kapitlet presenteres teori og aktuell forskning som er sentral for prosjektets tema og problemstilling. Kunnskapsgrunnlaget er basert på hva som er viktig å legge til grunn for forståelsen og drøftingen av resultatene.

2.1 Matematisk kompetanse og matematisk forståelse

Matematisk kompetanse defineres på ulike måter. To modeller som har spilt en viktig rolle i forbindelse med matematisk kompetanse i LK06 og LK20 er, kompetanseblomsten og trådmodellen.

I det danske KOM-prosjektet beskrev Mogens Niss og hans kolleger matematisk kompetanse som et nettverk av forskjellige kompetanse, på følgende måte: «*matematisk kompetence består i at have viden om, at forstå, udøve, anvende, og kunne tage stilling til matematik og matematikvirksomhed i en mangfoldighed af sammenhænge*» (Niss & Jensen, 2002, s. 43). Her deles kompetansene i to hovedgrupper; hvor det første gjelder å kunne stille spørsmål og svare på dem, og den andre går ut på å kunne håndtere matematisk språk og redskaper (Niss & Jensen, 2002, s. 44-45). De to hovedgruppene består til sammen av åtte delkompetanser, som delvis overlapper hverandre, og som vi kan se i Figur 1, visualiseres som en blomst, derav navnet *kompetanseblomsten*. KOM-prosjektet fikk internasjonal oppmerksomhet både i forskningsfelt og utvikling av matematikkfaget i flere land, og dannet grunnlaget for matematikkdelen av PISA-undersøkelsen (Blomhøj, 2016, s. 41). PISA-sjokket kom i 2003, hvor man innså at det var behov for endringer i matematikkundervisningen, etter at norske elever presterte dårlig i matematikk sammenlignet med andre land (OECD,



Figur 1. En visualisering av de åtte matematiske kompetansene. Fra Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark (s. 45), av Niss & Jensen, 2002.

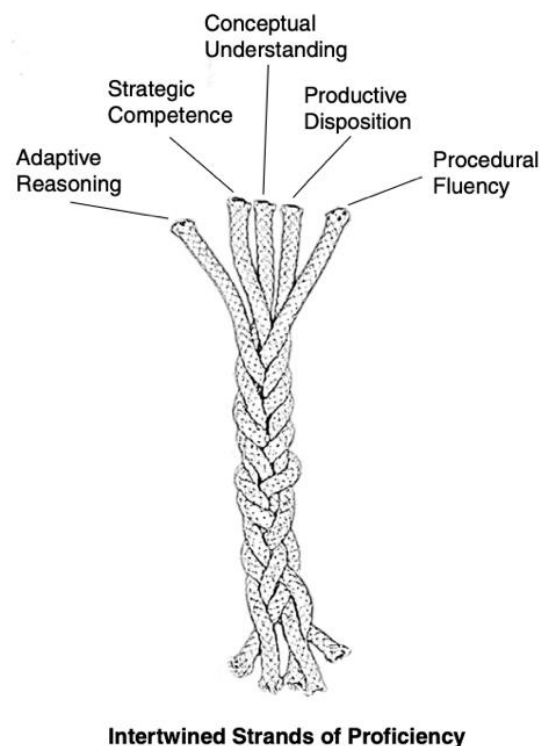
2003). For myndighetene var dette en gylden mulighet til å skaffe støtte til innføring av en ny utdanningsreform (Kvam, 2016, s. 121). Ved innføringen av Kunnskapsløftet (LK06) fikk Norge læreplaner i alle fag som tok utgangspunkt i kompetansemål (Kvam, 2016, s. 127).

Den andre modellen for å se på matematisk kompetanse, er trådmodellen. Kilpatrick et al. (2001b) beskriver matematisk kompetanse ved hjelp av fem komponenter (s. 116). De fem komponentene fremstilles gjennom trådmodellen, i Figur 2. Jeg har valgt å benytte meg av den norske oversettelsen av komponentene som Ludvigsenutvalget tok utgangspunkt i NOU2015:8 (NOU 2015: 8). De har oversatt de til følgende begrep:

- Conceptual understanding til forståelse
- strategic competence til anvendelse
- adaptive reasoning til resonnering
- productive disposition til engasjement
- procedural fluency til beregning.

Komponentene representere ulike deler av den komplekse helheten knyttet til matematisk kompetanse. Slik modellen viser er det de ulike komponentene i fellesskap som tilsvarer den matematiske kompetansen (Kilpatrick et al., 2001b, s. 117). Disse fem komponentene er tett sammenflettet og avhengige av hverandre. De støtter hverandre, og elevene må utvikle alle parallelt. Forbindelsen mellom de ulike komponentene blir da forsterket, og elevene får mulighet til å utvikle en matematisk kompetanse som er varig, fleksibel, nyttig og relevant (NOU 2015:8, s. 57). Ludvigsenutvalget (2015) beskriver de fem komponentene på følgende måte:

- *Forståelse* innebærer å bygge opp begrepsmessige strukturer og se sammenhenger mellom ulike begreper, ideer og prosedyrer NOU2015:8, s. 57).
- *Beregning* handler om å kunne utføre ulike matematiske prosedyrer nøyaktig, fleksibelt og hensiktsmessig (NOU2015:8, s. 57).



Figur 2. Intertwined Strands of Proficiency, også kalt trådmodellen. Fra Adding It Up: Helping children learn mathematics (s. 5), av Kilpatrick et al., 2001a.

- *Anvendelse* (strategisk tankegang) innebærer å kunne gjenkjenne og formulere matematiske problemer, representere dem på ulike vis, utvikle en løsningsstrategi og vurdere hvor rimelig løsningen er (NOU2015:8, s. 57).
- *Resonnering* handler om å kunne forklare hvordan man tenker, å kunne følge med i et logisk resonnement og kunne vurdere gyldigheten av resonnementet (NOU2015:8, s. 57).
- *Engasjement* innebærer å kunne se matematikk som fornuftig, nyttig og verdifullt, og inkluderer å ha tro på at det er mulig bli kompetent i matematikk, og at innsats bidrar til læring (NOU2015:8, s. 57).

Av disse to modellene om matematisk kompetanse vil jeg legge Kilpatrick et al. (2001) sin trådmodell til grunn videre i prosjektet. Dette av den grunn at det er denne modellen som har dannet grunnlaget for LK20, og jeg anser den derfor mest relevant i den forbindelse.

Når vi snakker om matematisk kompetanse, er det naturlig å rette blikket videre mot matematisk forståelse. Inspirert av Stig Mellin-Olsen, skriver Skemp (1976) at betydningen av begrepet forståelse skilles ved relasjonell og instrumentell forståelse. Skemp beskriver instrumentell forståelse som å vite hva man skal gjøre for å løse en oppgave, uten å vite hvorfor man gjør som man gjør. Relasjonell forståelse går ut på å ha kunnskap om både å vite hvordan man skal gjøre det, og hvorfor man gjør som man gjør (Skemp, 1976, s. 20). Nosrati og Wæge (2015) viser til to faktorer ved matematikkundervisningen Hiebert og Grouws (2007) mener fremmer elevenes relasjonelle forståelse; sammenhenger mellom matematiske ideer, fakta og prosedyrer, og det å la elever få streve med matematiske problemer (s. 5). Ved bruk av begrepene instrumentell og relasjonell forståelse er det mulig å beskrive og skille mellom ulike former for elevenes forståelse.

Ifølge Alseth og Røsland (2008) hevder noen lærere at elevene kan lære en ferdighet først, også vil forståelsen komme med gjentatt terping på ferdigheten. Dette kan stemme i noen få tilfeller. Alseth og Røsland (2008) viser til forskning gjort fra 1973-1995 som dokumenterer at slik undervisning gir mangelfull og lite holdbar kunnskap. De trekker frem at det største problemet med å introdusere en algoritme tidlig og uten at grunnlaget for å forstå algoritmen er på plass, er at elevene mister muligheten til å se sammenhenger mellom algoritmen og andre deler av matematikken som de kan fra før (s. 36). Eksempelvis peker Alseth og Røsland (2008) på at det er minst like viktig at elevene forstår hvorfor vi har og hvordan man kan bruke

gangetabellen til problemløsning og kommunikasjon, som å lære selve gangetabellen. Med et større fokus på forståelse, vil elevene bli bedre til å regne og samtidig bli i stand til å bruke kunnskapen og ferdighetene, både i kommunikasjon og til å løse problemer (s. 34).

Som nevnt tidligere legger jeg Kilpatrick et al. (2001) sitt syn på matematisk kompetanse til grunn videre i oppgaven. I sammenheng med dette vil Skemp (1976) sitt skille mellom instrumentell og relasjonell forståelse spille en viktig rolle for måten vi beskriver elevenes matematiske forståelse.

2.1.1 Forutsetning for forståelse

Dewey var opptatt av at undervisning skulle stimulere elevenes nysgjerrighet, fantasi og lysten til å samhandle og utforske (Harlen, 2013, s. 10). Dewey (1900) mener at barnet av natur møter verden på en utforskende måte, og han mener at skolen bør spille på barnets iboende natur. Dewey sier:

The child is already intensely active, and the question of education is the question of taking hold of his activities, of giving them direction. Through direction, through organized use, they tend toward valuable results, instead of scattering or being left to merely impulsive expression. (...) But if we have organization of equipment and of materials, there is another path open to us. We can direct the child's activities, giving them exercise along certain lines, and can thus lead up to the goal which logically stands at the end of the paths followed (s. 54).

Slik jeg tolker Dewey i lys av utforskning kan vi som lærere, gjennom ulike aktiviteter, legge opp til at elevene får mulighet til å utforske. Vi kan veilede og støtte de videre i egen læring, med utgangspunkt i elevenes forutsetninger. Med «*learning by doing*» mente ikke Dewey at aktivitet i seg selv eller aktivitet alene er nok til å få i gang gode læringsprosesser. Det er ikke tilstrekkelig å sette elevene sammen i en gruppe for at de skal lære, de må ha noe å lære om. Vi lærer ikke bare gjennom aktivitet, men også ved å reflektere over det vi gjør. Alle elever har behov for variasjon i hvordan lærestoffet presenteres (Manger et al., 2013, w. 199-200).

I forbindelse med læring trekker Skott et al. (2018) frem et av de mest kjente begrepene knyttet til Vygotskys teori, nemlig det vi kaller den proksimale utviklingssonen. Det er navnet på utviklingssonen barnet kan bevege seg innenfor i læringsprosessen, og Skott et al. (2018) siterer Vygotsky slik:

(...) learning (...) creates the zone of proximal development; that is learning awakens a variety of developmental processes that are able to operate only when the child is interacting with people in his environment (...) Once these processes are internalized, they become part of the child's independent developmental achievement. (Skott et al., 2018, s. 120).

Imsen (2017) peker på et viktig poeng i Vygotskys teori knyttet til at utviklingen hos mennesket løper fra det sosiale til det individuelle. På denne måten er barnet i stand til å utføre handlinger i samspill med andre før det er i stand til å gjøre det alene. Det er da sentralt å se på hva barnet er i stand til å klare med hjelp og støtte, og alene (Imsen, 2017, s. 192). Læring kan på denne måten skape et utviklingsrom eller utviklingspotensial, f.eks. i retning av å øke de utforskende ferdighetene. Dette skjer ved at barnet arbeider sammen med f.eks. en lærer om oppgaver som krever dette. Gradvis, vil barnet utvikle evnen til å øke disse ferdighetene, etter å ha gjort det sammen med noen andre (Skott et al., 2018, s. 120). I lys av Vygotsky og Dewey tolker jeg det slik at læreren spiller en viktig rolle når det gjelder å legge til rette for og hjelpe elevene til å utvikle forståelse.

2.2 Utforsking

Utforsking er som nevnt innledningsvis et begrep som ses igjen i en rekke kompetansemål i LK20, og danner grunnlaget for fokuset av utforsking i problemstillingen. Internasjonalt benyttes det andre begrep som beskriver undervisning som kan knyttes mot utforsking. Sentrale begrep i sammenheng med utforsking i matematikk, er undersøkende matematikk, inquiry og undersøkelseslandskap. Jeg vil gjøre rede for de ulike begrepene, og gå inn på hvorfor de ses i denne sammenhengen, og er relevant for dette prosjektet.

2.2.1 *Utforsking i matematikk*

Margaret Roberts (2013, sitert i Andersen et al., 2018, s. 21) mener lærere har ulike oppfatninger av hva som kjennetegner utforskende arbeidsmetoder i skolen. Hun peker på at relativt mange assosierer det med prosjektbasert undervisning, hvor elevene tar utgangspunkt i en klart definert problemstilling eller hypotese og skal finne svar på spørsmålene de stiller seg gjennom en vitenskapelig metode. I læreplanen for matematikkfaget forklares verbet «*utforske*» på følgende måte:

Utforsking i matematikk handlar om at elevane leiter etter mønster, finn samanhengar og diskuterer seg fram til ei felles forståing. Elevane skal leggje meir vekt på strategiane og framgangsmåtane enn på løysingane. (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2).

Lesh og Zawojewski (2007, sitert i Opheim & Simensen, 2017, s. 107) nevner at utforsking er nøkkelen til å utvikle en bred kompetanse i matematikk i tråd med hva dagens samfunn behøver. Ved at elevene selv er aktive i problemløsningsprosessen og må begrunne og argumentere for sine valg og løsninger, utvikler de langt mer enn bare regneferdigheter. Mann (2006, sitert i Opheim & Simensen, 2017, s. 109) peker på at det kreative elementet er viktig i utforskende matematikk. Oppgaver som gir rom for elevenes kreativitet, har ofte fokus på at elevenes begrunnelser og forklaringer er viktigere enn svarene. En utforskende tilnærming er sentralt for å støtte opp under kreativiteten i matematikkfaget, da matematisk kreativitet er vanskelig å utvikle dersom tilnærmingen til matematikk er preget av faste strategier og lukkede oppgaver. Carolyn Kieran (2013, sitert i Opheim & Simensen, 2017, s. 107) poengterer viktigheten av å balansere utforsking på den ene siden og struktur på den andre siden for å legge til rette for at elevene utvikler rike erfaringer og dybdekunnskap i matematikk. Man kan trene prosedyreferdigheter uten å utforske, men man kan ikke utforske uten å trene ferdigheter. Slik jeg forstår Kieran (2013) er det nødvendig å drive både med utforskende og rutinepreget oppgaveløsning. I en utforskende undervisning blir elevene utfordret til å lete etter mulige løsninger eller mønstre. Noen oppgaver har ingen løsninger, andre kan ha en, to eller flere (Klaveness et al., 2019, s. 162).

En utfordring knyttet til å skape rom for tilpasning til hver enkelt elev, er variasjonen i forutsetninger hos elevene. På den ene siden handler det om å se hver enkelt elev, og på den andre siden om å ikke bare la de med høy måloppnåelse bestemme fart og retning. Det er store variasjoner i hvor raskt elever tenker og oppdager sammenhenger, og man må derfor legge til rette for at også elever som bruker tid skal få utbytte av undervisningen (Opheim & Simensen, 2017, s. 113-114).

2.2.2 Inquiry

I forbindelse med å skape en elevaktiv undervisning, er inquiry eller inquiry-basert læring blitt et aktuelt tema (Olafsen & Maugesten, 2015, s. 92). Inquiry som pedagogisk begrep har røtter tilbake til John Dewey (1859-1952), og andre pedagogiske filosofer før hans tid (Blomhøj,

2016, s. 154). Inquiry er et engelsk begrep, og slik jeg ser det forekommer ingen direkte oversettelse til norsk.

Som nevnt innledningsvis definerer Carlsen og Fuglestad (2010) inquiry som holdninger til arbeid som preges av undring og utforsking for å finne svar. Hensikten med inquiry er ikke bare å tilegne seg kunnskap, men og å benytte seg av denne i fremtidige situasjoner (Carlsen & Fuglestad, 2010, s. 42). Nosrati og Wæge (2015) beskriver inquiry i matematikk litt mer konkret som å stille spørsmål, undersøke, utforske og eksperimentere med matematiske sammenhenger (Nosrati & Wæge, 2015, s. 3). Carlsen og Fuglestad (2010) peker på at inquiry ikke er en metode, men en holdning, eller en væremåte (s. 42). Her trekkes det kobling mellom utforsking og inquiry, og det er da sentralt å se litt nærmere på forskning knyttet til dette. Internasjonalt, og i engelsk forskning brukes inquiry mest i beskrivelsen av denne type undervisning. Det omtales derimot på ulike måter, og jeg vil trekke frem noen av disse under.

Artigue og Blomhøj (2013) definerer «*inquiry-based pedagogy*» som en måte hvor elevene inviteres til å arbeide på måter som ligner på hvordan matematikere og vitenskapsmenn jobber. Inquiry-based education (IBE) innebærer at det er både mulig og hensiktsmessig å la denne metoden dominere undervisningen. Artigue og Blomhøj (2013) viser til rapporten til Rocard et al. (2007) og peker på at denne måten har fått stor støtte i Europa de siste tiårene (s. 797). Inquiry based mathematics (IBME) og science education (IBSE) er en utdanningspolitisk trend i Europa. Dette fokuset kommer av en tanke om at det vil bli et større behov for bedre utdannet arbeidskraft innen de matematiske og naturvitenskapelige profesjonene. Tanken er at undersøkende arbeidsformer i matematikk og naturfag kan forbedre elevenes læringsutbytte og motivere elever til å utdanne seg innenfor denne retningen (Blomhøj, 2016, s. 152). Ifølge Artigue og Blomhøj (2013) er ikke IBE tradisjonelt sett brukt i matematikkundervisningen, men det pekes på en økende trend hvor det benyttes gjennom tverrfaglige prosjekt sammen med naturfag (s. 802). Inquiry ses ofte i sammenheng med naturfag, på lik linje med utforsking. En del av forskningen på inquiry-basert læring ses derfor på både i naturfag og matematikk, enten hver for seg eller sammen.

Harlen (2013) nevner at inquiry-basert læring oppstod av at vi fant viktigheten av at barn har en aktiv rolle i egen læring, slik Dewey og Montessori hevdet (s. 10). Viktigheten var hos dem at undervisning skulle stimulere elevenes nysgjerrighet, fantasi og lysten til å samhandle og utforske (Harlen, 2013, s. 10). For Dewey (1938) er inquiry grunnleggende for utforsking og læring (s. 108). Dewey (sitert i Artigue & Blomhøj, 2013, s. 798-799) definerte:

the controlled or directed transformation of an indeterminate situation into one that is as determinate in its constituent distinctions and relations as to convert the elements of the original situation into a unified whole.

Inquiry utvikles på denne måten gjennom samspill mellom kjente og ukjente situasjoner der elevene alene eller sammen med andre møter en utfordring (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 798-799). I et klasserom der man legger vekt på inquiry og på utforskning, vil man kunne oppleve elever som er undrende, spørrende og undersøkende i møte med nye situasjoner og utfordringer (Karlsen, 2014, s. 28).

Artigue og Blomhøj (2013) peker på at mange hverdagsfenomen kan beskrives, undersøkes og forstås ved hjelp av matematikk i kombinasjon med naturfag eller sunn fornuft, og er derfor gode utgangspunkt for IBME (inquiry-based mathematics education) i grunnskolen. Vi må imidlertid ikke glemme den teoretiske matematikken, og det er viktig at det er en del av matematikken fra skolestart (s. 798). Ved å fokusere på inquiry i naturfag og matematikk kan elevene utvikle fagkunnskaper gjennom å jobbe med problemstillinger og på samme tid utvikle generelle holdninger og vaner for inquiry på tvers av skolefagene (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 798).

I Indonesia gjennomførte Kadir et al. (2017) en undersøkelse for å se på elevers utvikling gjennom læringsaktiviteter, respons og kreativ matematisk tenkning gjennom Open-Inquiry Approach (OIA). Kadir et al. (2017) beskriver OIA som en alternativ tilnærming til læring med hensikt å «*increase the ability of creative thinking*». Elevenes læringsprosess er i fokus, og elevene skal forsøke å finne og utvikle sin egen kunnskap. Lærerens rolle er å tilrettelegge og veilede elevene med å fremme passende utfordrende spørsmål, og motivere til en elevaktiv og undersøkende tilnærming til læring. Basert på funn konkluderte de med at implementeringen av OIA forbedrer læringsaktiviteter, gir positiv respons på matematikk, og forbedrer elevenes ferdigheter knyttet til kreativ tenkning (s. 103).

2.2.3 Undersøkelseslandskaper

I forbindelse med utforskende tilnærming til matematikkundervisningen snakker Ole Skovsmose (2003) om undersøkelseslandskaper. Skovsmose (2003) skriver:

Hvis eleverne befinner seg i en situation, hvor de inviteres til, (...) at stille spørsmål som: «Hvad nu hvis ...?» og «Hvorfor nu det?», så befinner de sig i et undersøgelseslandskab. Et sådant landskab må være frodigt, det må invitere til og friste til at blive udforsket. (...) Karakteristisk for samtalen i undersøgelseslandskabet er, at lærerens «Hvad nu hvis ...?» efterhånden erstattes af elevernes «Hvad nu hvis...?» Det er elevernes forundring, der bliver retningsgivende for forløbet af udforskningen. Et undersøgelseslandskab udgør således en invitation til eleverne om at gennemføre en udforskning (Skovsmose, 2003, s. 147).

Jeg ser utforskning som en sentral del av undersøkelseslandskapet slik Skovsmose beskriver det. Samtalen står i fokus i undersøkelseslandskapet, og det er opp til læreren å invitere elevene inn. Slik jeg ser det er det læreren som inviterer elevene inn først, og at istedenfor at det er læreren som skal stille elevene spørsmål for å få dem videre i prosessen, skal elevene stille spørsmål til seg selv.

En kontrast til å utforske et undersøkelseslandskap trekker Skovsmose (2003) frem det han kaller oppgaveparadigmet. Han beskriver matematikktimen innenfor oppgaveparadigmet slik: *«Læreren indleder med at gjennomgå nyt stof, derefter gennemgås udvalgte opgaver, hvorefter eleverne regner opgaver, enten individuelt eller i grupper»*. Han presiserer at matematikkundervisning på denne måten, går under det Stieg Mellin-Olsen (1991) definerte «oppgavediskursen». Oppgavediskursen vil jeg komme tilbake til i delkapittel 2.3.

I undersøkelseslandskapet handler oppgavene om å utforske, samtale og resonnere sammen med andre. Oppgavene er gjerne knyttet opp mot elevenes hverdags erfaringer, og noen oppgaver har flere ulike svar (Opheim & Simensen, 2017, s. 107). Når man beveger seg fra et læringsmiljø preget av oppgavediskursen til et læringsmiljø med fokus på undersøkelse og utforskning, går man fra noe kjent til noe ukjent. Noe som kan bety at både lærer og elever kommer utenfor komfortsonen, som kan oppleves skremmende (Opheim & Simensen, 2017, s. 108). Læring i undersøkelseslandskapet handler om å undersøke, skape og resonnere, istedenfor å bare repetere og produsere. Elevene blir aktive deltakere i egne læringsprosesser, og får erfaringer med matematikk som kan knyttes til tidligere erfaringer. På denne måten blir kunnskapen noe som elevene «eier» og kan bruke i andre situasjoner, både på, og utenfor skolen (Opheim & Simensen, 2017, s. 108).

2.2.4 Undersøkende matematikk

Det ligger i begrepet selv at en undersøkende undervisning vektlegger elever som undersøker og utforsker (Karlsen, 2014, s. 27). I Nosrati og Wæge (2015) sin beskrivelse av Inquiry lengre oppe, trekkes det å utforske og undersøke inn som sentrale deler. Undersøkende matematikk er da et begrep som brukes og kan ses i sammenheng med utforsking i matematikkundervisningen. Ifølge Blomhøj (2016) ses undersøkende elementer som et didaktisk middel til å styre elevenes interesse for og læring av matematikk, samtidig som det ses som et læringsmål i forbindelse med utvikling av elevenes problemløsnings- og modelleringskompetanse. Han trekker frem at undersøkende arbeid i matematikk nok brukes sjelden, og primært tas i bruk i forbindelse med prosjekter i løpet av skoleåret (s. 153).

Boaler (1998) peker på at mange hevder elever ikke evner å bruke regneoperasjonene og regler de lærer på skolen fordi de ikke forstår dem ordentlig. Dette har rettet fokuset mot at måten matematikkundervisning legges opp har en sammenheng med den manglende forståelsen. Hun viser til Schoenfeld (1988) som hevdet at undervisningsmetoder med ensformig fokus på løsning av oppgaver i læreboken, gir begrenset med kunnskap elevene kan nytte i andre sammenhenger. Blant annet har denne tankegangen bidratt til utviklingen av åpne, eller prosessbasert tilnærming til undervisning (s. 42). Prosessbaserte tilnærminger har likhetstrekk med undersøkende tilnærminger, ved at elevene får åpne, praktiske og utforskende oppgaver som krever at de bruker tidligere tilegnet kunnskap for å løse oppgavene. Flere internasjonale forskningsstudier viser til at elever utvikler en større forståelse og presterer bedre i matematikk gjennom en undersøkende matematikkundervisning enn elever i en mer tradisjonell matematikkundervisning (Boaler, 1998; Cobb et al., 1992; McCaffrey et al., 2001). Dette kan vi se gjennom en studie Boaler (1998) gjennomførte hvor hun så på elevenes effekt på tradisjonell tilnærming og prosessbasert tilnærming, og peker på klare forskjeller i elevenes utbytte av undervisningen. Funnene peker på at den tradisjonelle læreboktilnærmingen forberedte elevene lite på den virkelige verden, og var ikke mer effektiv enn den prosessbaserte tilnærmingen på å forberede elevene på de instrumentelle ferdighetene. Elevene som gjennomførte den prosessbaserte tilnærmingen var i stand til å oppnå mer i test- og anvendte situasjoner, enn den andre elevgruppen. Til tross for dette kom det også frem at elevene i den prosessbaserte tilnærmingen brukte mye av tiden på å ikke jobbe. Basert på forskningens resultater konkluderte Boaler med følgende:

One important conclusion that I feel able to draw from this analysis is that a traditional textbook approach that emphasizes computation, rules, and procedures, at the expense of depth of understanding, is disadvantageous to students, primarily because it encourages learning that is inflexible, school-bound, and of limited use (Boaler, 1998, s. 60).

Slik jeg forstår Boaler (1998) er det hensiktsmessig at undervisningen går utover den tradisjonelle læreboktilnærmingen, og at en prosessbasert undervisning vil kunne ha god innvirkning både på elevenes instrumentelle forståelse, samt. evnen til å se matematikken i et større bilde, og se sammenhenger mellom matematikken og resten av verden.

2.2.5 Oppsummering

Utforsking i matematikk kan beskrives ut fra flere begrep. Det er nå gjort rede for inquiry, undersøkelseslandskaper, undersøkelse og utforsking i matematikk. Til tross for det benyttes ulike formuleringer i beskrivelsene av disse ser jeg det som relevant å bygge på disse videre i prosjektet. Felles for alle er at det handler om at elevene skal være aktive i egen læringsprosess, hvor samtalen eleven har med seg selv, medelever og lærer spiller en viktig rolle.

2.3 Oppgavediskurs

Som nevnt tidligere trekker Skovsmose (2003) frem oppgaveparadigmet i forbindelse med undersøkelseslandskaper. Oppgaveparadigmet går som nevnt tidligere innunder det Stieg Mellin-Olsen kalte oppgavediskursen. Stieg Mellin-Olsen (2009) peker på at matematikkundervisningen er sterkt preget av oppgavediskursen (s. 2). Niss (2007) peker på at Mellin-Olsen (1990) snakker om diskurs fordi språk, kommunikasjon og aktiviteter danner sammenhengen i oppgavene (s. 8). Ifølge Mellin-Olsen (2009) har matematikkoppgaver en begynnelse og en slutt, hvor slutten markeres ved et fasitsvar. Matematikktimen baserer seg da på at elevene løser oppgave etter oppgave. Et alternativ til denne måten å strukturere matematikktimen på, som matematikkboken sjeldent gjør, er å benytte oppgaver som inviterer elevene til å selv stille nye problemstillinger. Eksamen eller avsluttende vurdering er på denne måten enden av det Mellin-Olsen omtaler som en reise (s. 2). Slik Niss beskriver Mellin-Olsens syn på en matematikkoppgave er det naturlig å trekke koblingen med den tradisjonelle undervisningen som er styrt av læreboken, hvor mengdetrening av løsning av oppgaver er sentralt.

2.3.1 Hva bør kjennetegne oppgaver som benyttes i utforskende matematikkundervisning?

Maugesten og Nordbakke (2019) trekker frem undersøkelsen til Boaler og Staples (2008) som viser at oppgavetyperne har mye å si for elevenes læringsutbytte. Videre peker de på Boaler (2016) og Kazemi (2014) som sier at mange av oppgavene også har høye kognitive krav som utfordrer elevene til å se sammenhenger mellom begreper og anvendelser av kunnskap i nye situasjoner (Maugesten & Nordbakke, 2019, s. 63).

Ifølge Skott et al. (2018) kan ulike oppgaver stille ulike kognitive krav til elever og lærer i møte med elevenes arbeid. For å beskrive elevene og lærerens mulige handlinger i forhold til en oppgave viser Skott et al. (2018) til Stein, Smith, Henningsen og Silver (2000) som sier man kan karakterisere oppgaver ved hvilke krav de stiller til eleven, og ved hva de krever av læreren i form av respons på elevenes aktivitet (Skott et al., 2018, s. 226). Stein et al. (2000, sitert i Skott et al., 2018, s. 229-230) beskriver oppgaven ved det de kaller kognitive krav. De kognitive kravene i en oppgave er preget av hvilken type tenkning elevene må engasjere seg i for å jobbe med dem. Det opereres med to typer lavnivåkrav og to typer høynivåkrav. De to første nivåene dreier seg om å kunne huske svar og prosedyrer, mens de to siste dreier seg om forskjellige former for forståelse. De to første, Nivå 1a) og 1b), er relatert til å vite at det går an og hvordan vi gjør noe i en litt snever forstand. De to siste derimot er i høyere grad knyttet til å vite hvorfor. Nivå 2a) krever at eleven vet eller utvikler en forståelse av hvordan og hvorfor de ulike prosedyrene henger sammen med ulike representasjoner og bakenforliggende begrep. Nivå 2b) forutsetter utover dette at elevene skal utforske og finne sammenhenger mellom forskjellige representasjoner (Skott et al., 2018, s. 229-230). Slik jeg ser det kan vi knytte de kognitive kravene til oppgavene opp mot Skemp sin beskrivelse av matematisk forståelse. Nivå 1a) og 1b) knyttes opp mot instrumentell forståelse, og nivå 2a) og 2b) opp mot relasjonell forståelse.

Mellin-Olsen (2009) snakker om at man på mellomtrinnet har en bestemt mengde oppgaver som skal løses, som kommer etter hverandre. Han snakker da om at «en viss reise skal gjennomføres på et visst tids-rom». Vi har et tidsrom vi skal gjennomføre oppgavene på, f.eks. mellomtrinnet, vegen vi skal gå, ut fra rekkefølgen på oppgavene, og han peker da på farten som sentral. Han peker i sin undersøkelse på at *«lærerne bruker ikke ordet fart, men fenomenet ligger under det de sier. Når de sier noe om stoffmengde, er det som oftest i sammenheng med stoffmengden»*, hvor stoffmengde er et synonym for oppgaver, eller emner som det skal løses oppgaver i. Mengden stoff man skal gjennom er ofte stor i forhold til tiden man har til

disposisjon, og det kreves da en viss fart for å gjennomføre reisen. Dette omtaler han som et dilemma lærer står ovenfor i forhold til at alle elever i en gruppe, med sine ulike forutsetninger, skal gjennomføre samme «reise» samtidig (s. 3). Mellin-Olsen (2009) peker på at «*de fleste lærerne ønsker at matematikken skal bli mer praktisk*» og «*at elevene skal oppleve faget på en mer helhetlig måte enn hva de gjør gjennom oppgavediskursen*». Han peker på dilemmaet knyttet til ønsket om å utvikle engasjement og kreativitet hos elevene på den ene siden, og krav i forbindelse med eksamen på den andre siden (s. 7).

2.3.1.1 Oppgavetyper

Tre oppgavetyper som er relevante når vi snakker om utforskende opplegg, er åpne oppgaver, rike oppgaver og problemløsningsoppgaver (Karlsen, 2014, s. 33-37). En åpen oppgave har flere løsninger eller kan løses på flere måter (Karlsen, 2014, s. 36). Alle elever trenger oppgaver på høyt kognitivt nivå tilpasset sin kompetanse. LIST-oppgaver, også kalt rike oppgaver, oppfyller kravet om høyt kognitivt nivå samtidig som de kan løses på forskjellige nivåer. Oppgavene kjennetegnes av å ha lav inngangsterskel (LI), og stor takhøyde (ST). Oppgavene skal være greie å forstå, og samtidig være utfordrende, og kunne løses med ulike strategier og representasjoner (Klaveness et al., 2019, s. 172). Rike oppgaver, kan på denne måten være en mulighet til å sikre tilpasset opplæring til enhver elev i en klasse. Rike oppgaver kan løses individuelt, sammen med medelever eller i samarbeid med en voksen. Tanken er at det finnes flere løsninger, og at elevene i samarbeid skal diskutere og blir gjort kjent med ulike løsninger (Pettersen & Wistedt, 2013, s. 20). På denne måten kan det skapes rom for at andre løsningsmetoder er vel så gode og riktige som den du finner selv. Breiteig (2008) viser til at Lampert (1990) sier at det viktigste kriteriet på et godt problem, er at det har kapasitet til å engasjere alle. Det å sammenlikne ulike svar kan engasjere klassen i en diskusjon som får fram verdien ved de ulike løsningene (s. 36). Intensjonen ved å bruke problemløsningsoppgaver underveis i et tema er å se nye sammenhenger med allerede etablert kunnskap, eller å se temaet fra en ny vinkel. Dette er viktig for å oppnå dybdelæring (Klaveness et al., 2019, s. 180). Det som er problemløsning for en elev, kan være rutineoppgave for en annen. Derfor kan man ikke gruppere oppgaver i problemløsningsoppgaver og ikke-problemløsningsoppgaver. Problemløsning kan brukes som innledning, underveis eller som avslutning av tema. I problemløsende arbeid må læreren tenke gjennom hvilke spørsmål som bør stilles når eleven stopper opp, men det viktigste er at elevene får tid til å tenke. I forkant av undervisningen bør læreren ha tenkt gjennom hvilke løsninger elevene kan komme med (Klaveness et al., 2019, s. 178). Klaveness et al.

(2019) viser til Ball og Bass (2015) som sier at det å holde ut, og ikke gi opp er viktig for å være en god problemløser (Klaveness et al., 2019, s. 202). For at elevene skal få mulighet til å utvikle sine utforskende ferdigheter, er det viktig at undervisningen legger opp til dette. Dette er det læreren som har ansvar for, og det er derfor vesentlig å se på lærerens rolle i utforskende undervisning.

2.4 Lærerens rolle

I forbindelse med lærerens rolle trekker Nosrati og Wæge (2015) fram Stein et. al. (2008) sine tanker om lærerens rolle i helklassesituasjoner, som er å hjelpe elevene til å se sammenhenger mellom de ulike fremgangsmåtene (s. 5). Skott et al. (2018) viser til Smith og Stein (2011) som presenterer og diskuterer fem lærerhandlinger som skal være med å sikre den faglige diskusjonen i klassen. De fem handlingene er, å forutsi mulige elevreaksjoner og hvordan man selv kan reagere på elevenes reaksjoner, følge med og observere elevenes arbeid, velge ut elever til å presentere arbeidet de har gjort, velge rekkefølgen til hvem som skal presentere, og helt til slutt trekke sammen trådene og finne sammenhenger fra de ulike elevforslagene. Det første steget, å forutsi mulige elevreaksjoner og tenke hvordan man selv kan respondere på elevenes reaksjoner, handler om at læreren skal ha tenkt gjennom ting i forkant av undervisningen (Skott et al., 2018, s. 273-274). På denne måten vil læreren kunne forberede seg bedre på hvordan man skal møte elevene, og responsen vil ikke bli tilfeldig, og kan bidra til å sikre at undervisningens mål nås. De fire siste stegene beskriver tanker og handlinger lærer må foreta seg fortløpende i undervisningen.

Carlsen og Fuglestad (2010) peker på at lærerens arbeidsmåter og holdninger i undervisningen påvirker elevene og danner grunnlaget for utviklingen. I Norge har Universitetet i Agder har vært ledende i arbeidet med utvikling og utforsking av læringsfelleskap og inquiry. Målet har vært at lærere og fagdidaktikere skal utvikle egen matematikkundervisning og kunnskap om matematikkundervisningen gjennom sin spørrende holdning til samarbeidet og matematikken (s. 40). I tillegg har det vært ønskelig at denne kunnskapen skal smitte av på deres egen undervisning i klasserommet, og at elevene på denne måten skal utvikle samme spørrende holdning til matematikk som læreren. Ønsket om at lærers holdning skal smitte over på elevene, ser jeg på som en tanke om at lærers holdning er en viktig del av hvordan elevene utvikler egen holdning til faget. Læreren spiller derfor en vesentlig del av matematikkundervisningen.

For å oppnå større elevaktivitet er det nødvendig at læreren venter med å gi alle oppskriftene. Først trenger elevene tid til utforskning, undring og refleksjon. Etterpå samler læreren trådene gjennom refleksive samtaler, slik at man sammen kommer fram til en sammenheng eller en regel (Karlsen, 2014, s. 27). Læreren spiller en vesentlig rolle i forbindelse med undervisningskvalitet. Som Visnovska et al. (2011) skriver: «*Although designed curricula and textbooks are important instructional resources, teachers are the designers of the curricula that are actually enacted in their classrooms*» (s. 323). Slik jeg tolker det er det læreren som velger hvordan undervisningen skal legges opp og gjennomføres, samtidig som det er de som har ansvaret for at den undervisningen som gjennomføres er i tråd med gjeldende læreplan.

Goos (2004) undersøkte hvordan en lærer kan skape en undersøkelseskultur i klasserommet. Hun peker på at en undersøkende matematikkundervisning kjennetegnes ved at læreren starter timen med å presentere en kognitiv krevende oppgave. Elevene gis god tid til å utforske, ikke gi opp, og løse den. Lærer oppmuntrer elevene til å bruke ulike strategier, verktøy og representasjoner. Avslutningsvis i timen oppsummerer lærer aktiviteten, og de ulike løsningsmetodene presenteres og diskuteres (Goos, 2004, s. 281-283). Ved å skape en undersøkelseskultur i klasserommet kan lærers holdning til undervisningen overføres over på elevene, på lik linje med hensikten ved Carlsen og Fuglestad (2010) sin undersøkelse.

For at lærere skal kunne planlegge og støtte elevene i IBL (inquiry-based learning) viser Artigue og Blomhøj (2013) til Krainer (2008) som peker på at det er viktig at lærere får erfaring og øvelse i å arbeide med inquiry i matematikk. Lærerne trenger å utvikle en utforskende eller undersøkende holdning til egen undervisning, individuelt eller sammen med andre (s. 807-808). Det er derfor nødvendig å ha fokus på utvikling av både lærerens kompetanse, og et profesjonsfellesskap som kan være en støtte for læreren i utvikling av egen undervisning.

Lærerens rolle er å velge de gode oppgavene, å invitere elevene inn i undersøkelseslandskapet og å lede de matematiske samtaler. Det er også opp til læreren å lede oppsummeringen og refleksjonen rundt de matematiske ideene elevene har undersøkt, underveis og avslutningsvis. Hun presiserer at en slik arbeid tar tid, og det er ikke tid til å så mange oppgaver. Arbeid på denne måten trener utholdenhet, samarbeid og kreativitet, og fører ofte til større innsikt og forståelse enn det mengdetrening gjør (Karlsen, 2014, s. 28).

2.5 Oppsummering

Læreren spiller en viktig rolle inn mot elevenes matematikkundervisning. Både i forhold til planlegging og gjennomføring. Basert på det som er gjort rede for over vil jeg si at utforsking kan bidra til å utvikle elevenes matematiske kompetanse. Hensikten med at utforsking skal benyttes i matematikkundervisningen er at elevene skal få større forståelse og på denne måten evne å benytte kunnskapen i nye situasjoner seinere.

Kapittel 3: Metode

I dette kapitlet vil jeg presentere valgene jeg tok i forhold til metodevalg i masterprosjektet mitt. Først gjøres det rede for den valgte forskningsmetoden, og hvilken datainnsamlingsmetode som ble benyttet. Deretter kommer det en presentasjon av prosjektets vitenskapelige forankring. Videre vil jeg gjøre rede for valg av informanter, før jeg greier ut om plan og gjennomføring av intervjuene. Bearbeiding av data, som omhandler transkribering og analysering vil jeg gå inn på før jeg avslutningsvis trekker frem de forskningsetiske betraktningene.

3.1 Valg av metodisk tilnærming

Jeg var lenge rådvill i masterprosjektet, da det opplevdes som alt for mange muligheter å velge mellom både innenfor tema og metoder. Jeg ønsket å undersøke fenomenet utforsking i matematikk. Med utgangspunkt i fenomenet, utarbeidet jeg følgende problemstilling «*Hvordan forstår fem lærere utforsking i matematikk, og på hvilken måte benytter de utforsking i sin matematikkundervisning på mellomtrinnet?*». Jeg ønsket å få innblikk i noen læreres subjektive opplevelse og tanker rundt utforsking i matematikk. Hvordan de forstår dette, og hvordan de eventuelt benytter det i sin matematikkundervisning. Jeg valgte derfor å intervju fem lærere for å få tak i deres tanker og erfaringer med fenomenet. Ifølge Kvale og Brinkmann (2018) søker det kvalitative forskningsintervjuet å forstå verden sett fra intervjupersonenes side. Hvor målet er å få frem folks erfaringer og deres opplevelse av verden (s. 21). Ifølge Krumsvik (2019) er målet med kvalitativ forskning å utforske sosiale mønster og hvordan individer oppfatter og tolker verden og virkeligheten rundt seg (s. 18). Studien tar derfor utgangspunkt i et kvalitativt forskningsdesign for å studere fenomenet.

3.1.2 Valg av type intervju

Jeg fant ut at et semistrukturert intervju var mest hensiktsmessig i prosjektet. Ifølge Kvale og Brinkmann (2018) brukes semistrukturerte intervju når man søker å innhente intervjuobjektets egne perspektiver, og tolkninger av det aktuelle temaet (s. 46). Et semistrukturert intervju kjennetegnes ved at forskeren har forberedt noen spørsmål eller tema i forkant som man ønsker å få

belyst eller besvart (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 121). Ifølge Thagaard (2018) er det denne formen for intervju som oftest benyttes i kvalitativ forskning, og da baseres på det han kaller en delvis strukturert intervjuguide (s. 91). Jeg utarbeidet en intervjuguide¹ som dannet grunnlaget for samtalen, som og skulle bidra til å sikre at det var mulig å komme innom alle delene av fenomenet jeg ønsket. Samtidig som det var rom for innspill og tema som lærerne måtte komme med. Ved å benytte et semistrukturert intervju vil jeg få best innsyn i lærernes erfaringer og tanker, og det gis rom både for dem å dele sine tanker utover hva jeg kan forutsi på forhånd, samtidig som det jeg ønsker å belyse kan sikres.

3.2 Vitenskapelig forankring

3.2.1 Fenomenologi

Som nevnt innledningsvis i kapittelet ønsket jeg å undersøke fenomenet utforsking. Forskningsprosjektet legger seg derfor innenfor en fenomenologisk tilnærming. Når vi snakker om fenomenologi innenfor kvalitativ forskning er den mer bestemt et begrep som peker på en interesse for å forstå sosiale fenomener ut fra aktørenes egne perspektiver og beskrive verden slik den oppleves av informantene, ut fra den forståelse at den virkelige virkeligheten er den mennesker oppfatter (Kvale & Brinkmann, 2018, s. 45).

Thagaard (2018) trekker frem at en forsker med et fenomenologisk orientert syn beskriver fellestrekk ved erfaringene til deltakerne i prosjektet, og det er disse felles erfaringene deltakerne har, som gir et grunnlag for å kunne utvikle en felles forståelse for fenomenet (s. 36). Gjennom mitt forskningsprosjekt ønsker jeg å trekke frem erfaringer og tanker som er felles for deltakerne, og se om det vil forekomme en felles forståelse for fenomenet, eller hvor vidt det er store variasjoner i deres subjektive opplevelse av fenomenet. Disse fellestrekkene skal jeg ta med i diskusjonsdelen og bruke til å svare på problemstillingen min.

Utgangspunktet er at det vi kan studere, ikke er verden som den er, men slik den oppfattes av den enkelte. I et fenomenologisk perspektiv er alle oppfatninger av verden «sanne» for den enkelte. Det interessante er å forstå den enkeltes oppfatning. En slik tilnærming har mye for seg når det er menneskers oppfatning av virkeligheten som er en studies fokus (Postholm &

¹ Intervjuguide i sin helhet, finnes i vedlegg 1.

Jacobsen, 2018, s. 50). Jeg ønsker å få innsikt i hvordan matematikklærere forstår og bruker utforsking, i matematikkundervisningen.

3.3 Utvalg

Kvalitative studier kjennetegnes ofte ved et begrenset antall personer. Det er viktig å anvende en utvelgingsprosess som er hensiktsmessig for problemstillingen, slik at analysen av data kan gi en forståelse av de fenomenene som studeres (Thagaard, 2018, s. 54). I forhold til hvor mange intervjupersoner man trenger sier Kvale og Brinkmann (2018) følgende:

«Intervju så mange personer som det trengs for å finne ut det du trenger å vite.» (s. 148).

Jeg hadde som utgangspunkt et ønske om å ha 4-6 informanter, som kan anses å være et relativt lite utvalg i en kvalitativ undersøkelse. Jeg opplevde at fem informanter ga meg nok funn knyttet til fenomenet. Jeg benyttet meg av et strategisk utvalg. Et strategisk utvalg er basert på at vi systematisk velger personer som har egenskaper eller kvalifikasjoner som er strategiske i forhold til problemstillingen (Thagaard, 2018, s. 54). Utvalget av deltakerne til prosjektet var basert på at deltakerne skulle oppfylle et kravet om å undervise i matematikk på mellomtrinnet i det tidspunktet prosjektet gjennomføres. Jeg ønsket å høre hvordan lærere forstår og opplever fenomenet, derfor forela jeg ingen krav om at lærerne måtte ha noe spesiell erfaring med utforsking i matematikk.

Det å få tak i informanter til forskningsprosjekt har vist seg å være krevende. Vi er mange studenter som trenger deltakere til våre forskningsprosjekt, og det er ikke alle man kontakter som responderer. Jeg vil derfor si at utvalget er basert på selvseleksjon. Når rekruttering av deltakere er basert på selvseleksjon, brukes betegnelsen tilgjengelighetsutvalg. Utvalget er da strategisk ved at deltakerne representerer egenskaper som er relevante for problemstillingen, og fremgangsmåten for å velge ut deltakere er basert på at de er tilgjengelige for forskeren (Thagaard, 2018, s. 56).

Innhenting av informanter foregikk på to ulike måter. Basert på eget nettverk tok jeg kontakt med lærere jeg visste underviste i matematikk på mellomtrinnet for å undersøke om de kunne tenke seg å være informant i mitt forskningsintervju. Jeg kontaktet syv lærere muntlig og via e-post med forespørsel om deltakelse i prosjektet. Dette var syv lærere jeg visste oppfylte kravene til prosjektet, og da underviste i matematikk på mellomtrinnet. Av disse syv, var det tre som ønsket å delta. Den andre måten jeg forsøkte å finne deltakere til prosjektet var å sende e-post

til to rektorer for å høre om de hadde noen lærere som oppfylte kriteriene og kunne tenke seg å delta. Av disse to rektorene, fikk jeg svar fra den ene. Gjennom denne rektoren fikk jeg kontakt med de to siste informantene, som også underviste i matematikk på mellomtrinnet. En kritikk til denne måten å gjøre det på, er at rektor på den gitte skolen vet hvilke lærere som deltar i prosjektet, samtidig som de to lærerne også er klar over at de begge deltar. Hvorvidt deltakernes anonymitet blir ivaretatt med hensyn til dette vil jeg komme tilbake til i 3.7.

Informantene presenteres i tabell under, og leser får et innblikk i lærernes erfaringer med undervisning i matematikk. Informantene presenteres med fiktive navn, hvor navnene ikke kan knyttes opp mot den enkelte informant.

3.3.1 Presentasjon av informanter

Alle informantene, som vist under i tabell 1, underviser i matematikk dette skoleåret.

| Navn | Klassetrinn | Undervist antall år i matematikk |
|--------|-------------|----------------------------------|
| Hanne | 7 | 9 |
| Kine | 7 | 14 |
| Magnus | 5 | 15 |
| Nora | 7 | 11 |
| Sara | 6 | 25 |

Tabell 1. Informasjon om informantene

3.4 Plan og gjennomføring av intervjuene

Utgangspunktet for forskning er at det skal innhente og presentere kunnskap som er gyldig for flere enn seg selv. Krumsvik (2019) trekker frem intervju og lydopptak som to verktøy man kan bruke til å studere denne sammensatte virkeligheten som ikke kan kvantifiseres gjennom kvantitativ forskning, men studeres kvalitativt i dybden (s. 24). Av disse valgte jeg som nevnt tidligere intervju som metode for å innhente empiri. Jeg vil nå gå inn på de ulike delene av prosessen rundt gjennomføringen av intervjuene. Utarbeidelse av intervjuguide, gjennomføring av intervju, min rolle som intervjuer, transkriberings- og analyseprosessen. Avslutningsvis i kapitlet vil jeg gjøre rede for forskningsetiske betraktninger knyttet til prosjektet.

3.4.1 Utarbeidelse av intervjuguide

I forkant av intervjuene utarbeidet jeg som tidligere nevnt en intervjuguide². Intervjuguiden bestod av en rekke spørsmål jeg hadde forberedt, med ulike formuleringer. Intervjuguiden var utgangspunktet for intervjuet, men det ga også mulighet til å drøfte tema som dukket opp undervegs (Krumsvik, 2019, s. 166). Etter første intervju erfarte jeg at flere av spørsmålene omhandlet de samme temaene, og intervjuguiden ble justert. Intervjuene ble gjennomført etter intervjuguiden.

3.4.2 Gjennomføring av intervjuene

Jeg møtte informantene ansikt-til-ansikt og gjennomførte da et oppsøkende intervju (Befring, 2020, s. 75). Fire av fem intervju ble gjennomført på informantens arbeidsplass, og et av intervjuene utenfor arbeidsplassen.

I forkant av intervjuet fikk informantene tilsendt informasjonsskriv med samtykkeskjema³. Informasjonsskrivet består av informasjon om forskningsprosjektet, og hva det innebærer for personen å delta. Det forekommer av skrivet at opplysningene behandles konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det er frivillig å delta i prosjektet, og informanten kan trekke samtykket når de måtte ønske, uten at det vil få noen konsekvenser. Før intervjuet startet ble samtykkeskjema tatt frem og signert. På denne måten sikret jeg at det forelå et informert samtykke (Krumsvik, 2019, s. 169; Kvale & Brinkmann, 2018, s. 104; Thagaard, 2018, s. 207). Som Krumsvik (2019) trekker frem er intervju, videoopptak og lydopptak måter å innhente data på i kvalitativ forskning (s. 24). Jeg benyttet meg av lydopptaker under intervjuet, for å sikre å få med alt informanten fortalte. Jeg tok ikke notater underveis i intervjusituasjonen for å ha fullt fokus på informanten.

For å lette på stemningen småpratet vi før lydopptaket ble startet. Jeg opplevde da at flere av informantene uttrykte en bekymring for om de ikke hadde noe å bidra med i studien, siden de ikke var noe «ekspert» på temaet. Dette gav meg mulighet til å forsikre dem om at det var ikke hensikten med intervjuet, og jeg var kun ute etter deres opplevelse og forståelse av fenomenet. At det ikke fantes noen fasit, og alle svar er viktige i min forskning.

² Intervjuguide i sin helhet, finnes i vedlegg 1.

³ Informasjonsskjema med samtykkeskjema i sin helhet, finnes i vedlegg 2.

3.5 Bearbeiding av data

3.5.1 Transkribering av data

Intervjudata ble som nevnt over registrert ved lydopptak. Lydopptaket ble ved transkribering overført til et lesbart format for en nærmere analyse (Befring, 2020, s. 93). Jeg valgte å transkribere intervjuene etter hvert. Ifølge Befring (2020) er transkribering en nærmest komplett overføring av «rådata» (s. 96). Som det kommer frem av informasjonsskrivet⁴ ble alle intervjuene anonymisert under transkriberingen. Informantene presenteres med pseudonymer, eller alias for å sikre anonymiteten, som vist i tabell i 3.3.1.

3.5.2 Dataanalyse

Datamaterialet ble analysert med utgangspunkt i det empiriske materialet, også kalt koding nedenfra (Anker, 2021, s. 77). Kodingen har en empirinær og induktiv form, hvor innholdets betydning bestemmes ut fra informantenes uttalelser. Etter å ha transkribert alle intervjuene startet jeg analyseprosessen. Jeg analyserte materialet på følgende måte; leste først gjennom transkriberingen flere ganger, før jeg så utarbeidet noen kategorier basert på informantenes formuleringer. Analysen av dataene tar utgangspunkt i informantenes tanker som kommer frem gjennom intervjuet.

3.6 Kvalitetskriterier

Forskningens kvalitet bestemmes i hovedsak ut fra hvordan kunnskapen er produsert (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 219). To deler som er sentrale å drøfte er forskningens validitet og reliabilitet, også kalt gyldighet og pålitelighet. Dette gjøres for å sikre forskningens kvalitet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 222-223).

⁴ Informasjonsskrivet i sin helhet, finnes i vedlegg 2.

3.6.1 Pålitelighet

Reliabilitet omhandler resultatenes troverdighet, og ses ofte i sammenheng med hvorvidt resultatet kan reproduseres på andre tidspunkt av andre forskere (Kvale & Brinkmann, 2018, s. 250). Bruken av semistrukturert intervju kan være en kritikk til prosjektets reliabilitet fordi det kan gjøre det vanskelig for andre forskere å få samme data og resultat som jeg har fått. Relasjonen og interaksjonen mellom intervjuer og intervjuobjekt vil være vanskelig å kunne kopiere for andre. Samtidig ønsker jeg å få frem at relasjonen mellom meg som forsker og intervjuobjektene ikke nødvendigvis er grunnen til resultatene jeg kom frem til. Jeg vil tro at dersom en annen forsker hadde intervjuet samme informanter som jeg gjorde, med de samme spørsmålene, ville resultatet blitt mye det samme. Dette kan jeg som sagt ikke garantere.

Når det gjelder pålitelighet er det naturlig å rette fokuset mot relasjonen mellom meg som forsker og forskningsdeltaker (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 225). Relasjonen oss imellom kan være med å påvirke deltakerens respons. Jeg som forsker har en relasjon til forskningsdeltakerne. Mine informanter kommer via kontakter jeg har dannet meg gjennom utdanningen, og personlige nettverk. Til tross for dette opplevde jeg alle informantene som ærlige i sine svar.

En svakhet med mitt forskningsarbeid er at jeg benyttet en metode. Jeg som forsker kan basere min forskning på informantens faktiske ord, og min personlige og subjektive oppfatning av informantens kroppsspråk og engasjement i intervjuet. Det finnes dermed ingen garanti for at det som blir sagt samsvarer med den virkeligheten læreren har når den er i klasserommet. Formålet med forskningsprosjektet er å få avdekke læreres tanker og forståelse rundt utforsking. Det er derfor vesentlig å ta dette i betraktning når vi snakker om forskningens validitet.

Krumsvik (2019) trekker frem intervjureliabilitet som en viktig del av det kvalitative intervjuet. Intervjureliabilitet betyr at en har presise intervju spørsmål, og at disse blir oppfattet og forstått av informantene (s. 171). Gjennom intervjuet gav ingen av informantene uttrykk for at spørsmålene var uklare. Utarbeidelsen av spørsmålene er viktig for å sikre tydelig hva jeg spør om. En fordel med å benytte intervju som forskningsmetode er at det er mulig å oppklare eventuelle misoppfatninger av spørsmål som ikke ville være mulig ved bruk av spørreskjema (Krumsvik, 2019, s. 193).

Tekstdata som kommer frem av transkriberingen av intervjuet regnes som det empiriske materialet som man baserer analysen og funnene på. I den forbindelse trekker Krumsvik (2019) frem

at en intervjuprotokoll som føres undervegs i intervjuet kan være et viktig supplement til informasjonen om f.eks. informantens kroppsspråk (s. 172). Jeg førte ingen intervjuprotokoll undervegs i intervjuet, da jeg ønsket å ha fokus på informanten og samtalen oss imellom.

3.6.2 Validitet

Validitet henger tett sammen med reliabiliteten i forskningsstudier. Thagaard (2018) definerer at validitet omhandler gyldigheten av de resultatene vi kommer frem til, og hvordan vi tolker disse (s. 181). Validitet i kvalitativ forskning handler om man har undersøkt det som man hadde med hensikt å undersøke, mens i kvantitativ forskning relateres det mer til om en måler det den var tenkt å måle (Kvale & Brinkmann, 2018, s. 192). Ved å sikre at spørsmålene jeg stiller i intervjuet fører oss inn i samtale knyttet til tema, har jeg sikret at det som undersøkes er i tråd med undersøkelsens hensikt. Gjennom å passe på at spørsmålene jeg stiller i intervjuet fører oss inn på ting knyttet til prosjektet, har jeg sikret at jeg har undersøkt det som var hensikten med undersøkelsen.

Når vi snakker om validitet, skilles det mellom intern og ekstern validitet. Intern validitet handler om det er sammenheng mellom funnene forskeren har gjort, og det teoretiske rammeverket, eller mellom ulike metoder (Krumsvik, 2019, s. 192). I mitt forskningsprosjekt benyttet jeg meg kun av intervju som metode, og vi snakker derfor om det er samsvar mellom funn og teori. Hadde en form for metodetriangulering kunne bidratt til å styrke forskningen? Prosjektets validitet kunne muligens være styrket dersom jeg hadde benyttet meg av metodetriangulering. Eksempelvis kunne jeg observert lærernes undervisning, og intervjuet dem i etterkant. Hensikten med prosjektet var å få frem læreres forståelse av utforskning. Observasjon ville ikke kunne gi meg bedre innsikt i lærerens forståelse. Dersom prosjektet hadde hatt som hensikt å trekke slutninger mellom lærers uttrykte forståelse og lærers faktiske handlinger i undervisning, ville den type metodetriangulering vært hensiktsmessig.

En ting som kan være problematisk med å undersøke læreres holdninger eller oppfatninger er at det de beskriver eller forteller, er sin egen subjektive sannhet (Skott, 2014, s. 18), som igjen ikke nødvendigvis er den faktiske sannhet, eller direkte overførbart til andre individer og tilfeller. En risiko er at informantene forteller meg hva de tror jeg ønsker å høre. Innledningsvis i intervjuet har jeg forsøkt å tydeliggjøre dette, ved å understreke at jeg er ute etter deres egne

opplevelser og forståelse av fenomenet. Utgangspunktet er at forskning skal frembringe en kunnskap som er gyldig for flere enn seg selv (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 15). Ekstern validitet omhandler om funnene kan generaliseres på tvers av sosiale settinger (Krumsvik, 2019, s. 192). Gjennom dette forskningsprosjektet vil det ikke forekomme noe statistikk på hvorvidt funnene kan generaliseres på tvers av befolkningen. Jeg legger til at det som kommer frem gjennom intervjuene er fem lærere sine tanker, og jeg kan ikke garantere at funnene som forekommer i prosjektet kan generaliseres, men vil være mulig å finne andre steder. Funnene kan være relevant i å forstå lærers syn på utforskning, samtidig som det er ingen garanti for at sikkert at forståelsen av fenomenet vil være likt for alle.

3.7 Forskningsetiske betraktninger

Dette prosjektet er meldt til og godkjent⁵ av personvernombudet for forskning (Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste - NSD⁶). Informantene fikk som nevnt tidligere tilsendt informasjonsskriv i forkant, med beskrivelse av prosjektet og hvordan opplysningene ville behandles. Før intervjuet startet minnet jeg informantene om at opplysningene ble behandlet konfidensielt, og de signerte samtykkeerklæringen⁷. Jeg informerte også om frivillig deltakelse, og mulighet for å trekke seg når de måtte ønske det.

I forbindelse med å opprettholde informantenes konfidensialitet og anonymitet i prosjektet har jeg i etterkant stilt spørsmål ved hvorvidt dette er ivaretatt med alle deltakerne. Kontakten med to av deltakerne fikk jeg via deres rektor. Deltakerne er kollegaer, og ble gjennom rektor kjent med hverandres deltakelse. For å sikre anonymiteten har jeg som nevnt i delkapittel 3.3 omtalt deltakerne ved fiktive navn. Synonymene er ikke mulig å spore tilbake til den gitte informant. Prosjektets tema er ikke av en sensitiv art, og informantenes respons vil derfor ikke kunne få noen form for negative konsekvenser for deltakerne. Som nevnt tidligere i delkapittel 3.4.2 er det naturlig å trekke frem det at fire av fem intervju ble gjennomført på informantens arbeidsplass. Det å møtes på informantens arbeidsplass kan føre til at anonymiteten ikke ivaretas, på den måten at andre vet at vedkommende deltok i mitt prosjekt. Av praktiske årsaker var det

⁵ NSD sin godkjenning i helhet, finnes i vedlegg 3.

⁶ Fra 1. januar er NSD slått sammen med Unit og Uninett til SIKT – Kunnskapssektorens tjenesteleverandør. <https://sikt.no/artikkel/ny-tjenesteleverandor-dette-betyr-det-deg-som-kunde>

⁷ Samtykkeskjema sammen med informasjonsskjema i sin helhet, finnes i vedlegg 2.

hensiktsmessig å møtes slik på informantenes arbeidsplass, og ingen av deltakerne gav uttrykk for noe misnøye i den forbindelse.

3.7.1 Forskerrollen

Ved å skulle forske på et fenomen i skolen som lærerstudent, anser jeg min rolle som litt på sidelinjen. Hensikten blir da slik som Postholm og Jacobsen (2018) beskriver å innhente data-materiale for å utvikle en forståelse og kunnskap om fenomenet, som skal munne ut i en forskningstekst, hvor forsknings teksten i dette tilfellet er masteroppgaven. Min rolle som forsker i møte med informanter er i intervjusituasjon (s. 134).

For å oppnå pålitelige og valide resultater med kvalitative metoder stilles det store krav både til forskerens integritet og fagkompetanse. Siden forskeren selv er hovedinstrument ved gjennomføring av observasjoner og kvalitative intervju, kreves det bevissthet om mulige subjektive feilfaktorer. Her vil det blant annet være snakk om forventninger og forutinntatte oppfatninger, noe som på en systematisk måte kan forstyrre persepsjonen og dermed redusere dataenes validitet (Befring, 2020, s. 99). Jeg har dannet meg en forforståelse av fenomenet, utforsking i matematikk, gjennom egne refleksjoner, erfart gjennom studier, jobb, kolleger og artikler. Jeg har gjennom forskningen vært opptatt av at jeg som forsker må være åpen for de erfaringene informantene innehar, uavhengig om de samsvarer med mine egne. Ifølge Thagaard (2018) er det «å forstå fenomener på grunnlag av perspektivene til de personene vi studerer, og å beskrive omverdenen slik den erfares av dem sentralt innen fenomenologien» (Thagaard, 2018, s. 36). Videre skriver Thagaard (2018) at «fenomenologiske studier utforsker den mening personer tillegger sine erfaringer av et fenomen» (Thagaard, 2018, s. 36). Det er dette jeg ønsker å få tak på gjennom denne studien. Målet mitt med prosjektet er å utvikle forståelsen av utforsking i matematikk, og hvordan utforsking kan benyttes som en del av matematikkundervisningen.

Kapittel 4: Presentasjon av funn

I denne delen av oppgaven vil resultatet fra intervjuene bli presentert. Funnene som kom frem i analysen av datamaterialet, presenteres i kategorier. Studien prøver å besvare følgende problemstilling «*Hvordan forstår fem lærere utforskning i matematikk, og på hvilken måte benytter de utforskning i sin matematikkundervisning på mellomtrinnet?*». Kategoriene er utformet basert på informantenes refleksjoner og erfaringer.

4.1 Lærernes forståelse av utforskning-begrepet

Alle lærerne jeg intervjuet har erfaring som matematikklærer på mellomtrinnet, og underviser i matematikk i perioden forskningsprosjektet foregår. Lærernes erfaring med utforskning i matematikk er varierende. Hanne deltok i prosjektet med en usikkerhet rundt om i hvor stor grad hun faktisk drev utforskende matematikk i egen undervisning, og opplevde å ha lite erfaring med dette. Sara derimot har et sterkt engasjement for utforskning, og gjennom intervjuet kom det tydelig frem at dette var noe hun hadde stort fokus på i undervisningen. På bakgrunn av at utforskning er fenomenet som undersøkes i forskningen er det viktig å klargjøre hva informantene legger i begrepet utforskning.

To av de største funnene som kom frem knyttet til utforskning var at alle informantene påpekte at elevene skulle prøve og feile, og at læreren i den sammenhengen ikke skulle gi løsningsmetoden på forhånd. Magnus pekte på at «*elevene skal konstruere sin egen kunnskap (...), utforskning er å tørre å prøve, å lete sammen med andre, og ikke bare at en lærer sier hva de skal gjøre*». Det er viktig at lærere gir rom for at elevene får bruke tid, uten å gi dem løsningene, der Kine nevner at «*istedenfor å presentere alle svarene for elevene, gir du elevene tid til å gruble selv, og prøve ut ting*». I den sammenheng er det sentralt å trekke frem det første Nora tenkte på i forhold til utforskning som er at «*elevene skal få putle på selv, for å forstå sammenhenger*». Jeg forstår det som at elevene skal være aktive deltakere i egen undervisning, og det er opp til lærerne å legge til rette for dette.

Et annet funn, som Sara peker på, er at det er «*elevenes tanker og refleksjoner som skal danne grunnlaget for utforskningen, og at når du utforsker kan du bruke det du kan fra før*». Det kommer frem her at elevenes forutsetninger og tidligere tilegnet kunnskap eller ferdigheter er sentralt i utforskning. I forhold til utforskningens verdi mener Sara at «*det er ikke mulig å lære noen ting skikkelig dersom du ikke har utforsket det*». Sara sier:

jeg tenker at utforsking er læring. Det er ikke nødvendigvis en metode for å lære noe, men det er på en måte læring, (...) to «6-er elever». Den ene har på en måte forståelsen og kontroll og kan forklare ting på mange måter, og ser sammenhenger. Mens den andre har lært seg akkurat det som står i boken, og det er ikke noe galt i å lære seg akkurat det som står i boken, men de har to forskjellige måter å oppnå samme resultat i karakterboken, men skulle jeg ha ansatt en av de ville jeg jo hatt den som kunne tenke kreativt, (...) jeg tenker at utforsking er selve læringen. Utforsking er læring. Det motsatte av utforsking, (...) du kan pugge noe til en prøve og få et kjempegodt resultat, men kom tilbake 14 år etterpå og be den personen gjøre det samme, den kan ikke det. Men den som har utforsket, den beholder den kunnskapen og den evnen til å kunne tenke kreativt, og vil kunne løse det problemet 14 år etterpå. Vil du bare lagre det i korttidsminnet, eller vil du faktisk ha det i ryggmargen. Jeg tror det fører til en helt annen form for læring.

Slik jeg forstår Sara her er utforsking en sentral del av læringen, for å få den brede forståelsen til å kunne se sammenhenger.

4.2 Matematisk kompetanse og matematisk kunnskap

Videre kommer jeg inn på funn knyttet til elevenes matematiske kompetanse og hva lærerne anser som det viktigste elevene lærer i matematikkfaget. Informantene fikk spørsmål om hva de tenker er det viktigste elevene lærer i matematikk, og hva matematisk kompetanse er for dem. I den forbindelse peker Magnus på at det er viktig «å kunne de fire regneartene, og å vite når de skal bruke dem. Det å kunne lese og forstå hva de skal gjøre, og bruke det de har lært, i andre settinger». Alle informantene argumenterer for at elevene må forså og bruke regneartene og regneferdighetene. Dette kommer frem i intervjuet til Kine ved at

en kommer ikke vekk fra at en må kunne bruke og forstå regneartene. Det er mange elever som kan regne etter algoritmer, men forstår ikke hvorfor vi gjør det vi gjør så jeg tenker det å forstå regneartene også tenker jeg at logisk tenkning. Det å kunne bruke det de lærer,

på lik linje med Nora som sier det er «viktig at de lærer seg å bruke og forstå fremgangsmåter, og bruke formler og forstå oppgavene de leser». Slik jeg forstår Kine og Noras ord er det viktig at elevene lærer seg å bruke regneferdighetene, men at en viktig del av matematikken er å forstå hvorfor vi kan gjøre det vi gjør. Her kommer vi videre inn i et funn knyttet til elevenes forståelse og fremgangsmåter i arbeid med oppgaver. Det kommer frem i intervjuet med Nora ved «det at

elevene kan være selvstendige i arbeidet med matematikk. (...) de må kunne hente ut informasjon fra oppgavene, finne ut hva oppgaven spør om, og kunne bearbeide det». Ved at elevene evner å trekke ut den nødvendige informasjonen, og samtidig vite hvilken regnemetode som er mest hensiktsmessig å benytte seg av, viser de at de evner å se sammenhenger utover å bare løse oppgaver hvor fremgangsmåten er gitt tydelig på forhånd. Dette ser vi igjen i intervjuet med Hanne ved at

(...) det er viktig at de lærer seg å kunne trekke ut nødvendig informasjon. Sånn som i tekstoppgaver f.eks. hvor det dukker opp mye informasjon som er unødvendig, men det å lære seg, trekke ut og bruke informasjonen på riktig måte (...)».

Evnen til å se sammenhenger er et av funnene som kommer frem av alle intervjuene. Det kommer frem i intervjuet til Sara ved at *«å reflektere og se sammenhenger. Greier å utforske og synes ting er spennende. At de greier å tenke og reflektere, og bruke det de har lært til å forstå at de kan mye, mye mer enn de tror de kan»*.

Sara tenker matematisk kompetanse er

å kunne løse problemer og kunne utforske og anvende kunnskapene du har sånn at du klarer å løse problemene. Men også det å kunne kommunisere det som du har funnet ut av til andre, (...) Det å kunne forklare slik at den andre også skjønner. Det å skjønne at du selv ikke sitter på en fasit (...). Matematisk kompetanse er (...), regnemåter. Men mer enn det (...) å kunne forstå hva du kan bruke det til. (...) å kunne formidle det som er sagt til andre, slik at de også forstår.

Jeg forstår Sara slik at utforsking har en viktig plass når det gjelder å utvikle matematisk kompetanse, i tillegg til at det *«å snakke matematikk»* er en sentral del av det. At man gjennom å snakke matematikk kan man bidra til å utvikle egen kompetanse og forståelse, samtidig som man kan bidra til at andre øker sin. Kine trekker frem at utforsking *«krever samarbeid også kanskje (...), klart du kan utforske alene, men jeg vil jo tro at det å kommunisere vil på en måte sette i gang prosesser som gjør at utforskingen blir mer effektiv»*. Jeg forstår Kine som at samarbeid er en viktig del av utforsking, og at kommunikasjon igjen, er en viktig del av samarbeid.

4.3 utfordringer med utforsking

Det kommer frem flere funn i datamaterialet knyttet til utfordringer i forbindelse med utforsking. Basert på informantenes respons har jeg valgt å dele utfordringene inn i fire kategorier under; rammefaktorer, arbeidsmåter, elevforutsetninger og lærerrollen.

4.3.1 Rammefaktorer

To av informantene tenker at tid er en utfordring i forbindelse med å legge opp til utforsking. Da det er tidkrevende å utarbeide undervisningsopplegg som passer alle, eller opplegg som er tilpasset spesielt til enkelte elever. Kine peker på at «er jo ikke alltid du har tid til å lage så voldsomme opplegg (...), selv om du burde det (...)». Samtidig nevner Hanne:

det som kanskje er utfordringen, men handler kanskje om at eg må få nye rutiner og vaner om hvordan eg planlegger undervisningen min. Men eg synes ofte tid, nok tid til å planlegge undervisningen. Fordi at, og eg er helt med på at elevene skal få utforske mer, og at det er mer elevmedvirkning, men eg kjenner på at sånne opplegg må være veldig strukturerte og veldig godt planlagte og det krever kanskje litt mer.

Jeg forstår Kine og Hanne slik at det er tidkrevende å utarbeide opplegg som er godt gjennomtenkt som tilpasses alle utover å arbeide med rutineoppgaver. Hanne presiserer dette ved at det krever mer når opplegget må være veldig strukturert og godt planlagt. I den forbindelse trekker Hanne også frem at

når eg gir de mer frie tøyler, (...) mister fokus. Når ikke rammene alltid er slik som de er vant til så faller de litt vekk. Opplever også litt at når de skal jobbe sammen i grupper f.eks. så er det lett for at en melder seg ut eller blir litt passiv. Viktig å tenke på gruppesammensetning.

Slik jeg tolker Hanne, oppleves strukturen og rammene i utforskende opplegg som litt annerledes enn andre deler av matematikken. Sara, som har mye erfaring med å gjennomføre utforskende matematikkundervisning, trekker ikke tid frem som en utfordring. Hun peker på at «utforsking er selve læringen», og det er derfor en naturlig del av hennes matematikkundervisning. Jeg forstår henne slik at det verken er mer tidkrevende å planlegge, eller utfordrende å gjennomføre.

Et annet funn når det gjelder tid, er at to av informantene peker på at det er for mye pensum man skal gjennom. Det er som Kine sier at

når du har de eldste, så er du ofte veldig redd for å bruke for mye tid på sånn utforskning og innledninger og grubliser, for du er redd for at de ikke skal lære det de skal. For du vet at når de kommer på ungdomsskolen, så skal det testes. Da hjelper det ikke, eller kanskje det hjelper, men en stoler vertfall ikke helt på det. Hvis de skal utforske mister

du litt kontrollen som lærer, over hva de holder på med, samtidig som de nok lærer mye av det.

Jeg forstår Kine på den måte at lærerens frykt for at elevene ikke skal lære det de trenger kan være med på å påvirke hvor mye tid det blir lagt på utforskende arbeidsmåter. Når man som lærer underviser på mellomtrinnet er det ikke lenge før du skal sende elevene videre på ungdomsskolen, og slik jeg forstår Kine kan frykten for at de ikke skal ha lært det de har behov for å begrense lærerne. Dette kommer frem i intervjuet med Magnus ved

utforsking (...) er kompetanse som barn trenger. Tror de er mer utforskende fra 1-4. klasse, (...) mer nysgjerrige, men på mellomtrinnet, (...) er de kanskje ikke så utforskende av seg. Den kompetansen gløkker man kanskje litt. Kanskje fordi vi lærere på mellomtrinnet har veldig mye pensum vi skal gjennom, og det er ikke alltid vi får tid til å gå i dybden og utforske. Fordi at en kjenner på at nå må vi gjennom dette.

Jeg forstår Magnus slik at opplevelsen av å ha dårlig tid styrer hvordan undervisningen legges opp og gjennomføres. Kine peker på at man som lærer kan samarbeide og utforske sammen med elevene ved «*du kan jo selvsagt holde på med utforsking der du utforsker i lag med dem. Det må ikke være at de gjør det alene. Men målet må kanskje være at de skal kunne jobbe litt selv*». Jeg forstår henne slik at ved å utforske sammen med elevene kan man følge med på elevenes faglige utvikling, og bidra til å utvikle elevenes samarbeids- og utforskende ferdigheter.

To av informantene argumenterer for at antall voksne i undervisningen spiller en rolle, og Magnus er spesielt opptatt av at «*det er utfordrende å lage et opplegg som passer alle, når man er alene med en klasse på 20 elever slik som jeg er*». I forbindelse med å ha elevene med i undervisningen hevder han at «*jo flere voksne man er, jo lettere blir jobben der og då*». En erfaring Nora har bete merke i er at «*hun opplever å miste noen litt lett når man er eneste voksne i klassen*». Jeg forstår det som at utfordringen ligger i at man opplever å ikke kunne følge opp hver enkelt i klasserommet når man er alene med en større gruppe. Slik det kom frem i funn knyttet til antall voksne, er det en utfordring at elevene har vanskelighet for å holde fokus over lengre perioder, og det å hente elevene inn igjen kan derfor være utfordrende hvis man er alene.

4.3.2 Arbeidsmåter og oppgavetyper

Det har kommet frem et par funn i datamaterialet knyttet til arbeidsmåter og oppgavetyper i forbindelse med utforsking. Nora trekker frem en utfordring med utforsking i forhold til

utforming av oppgaven, nemlig at «*oppgaven må være såpass konkret at de klarer å løse den, samtidig som den skal gi rom for utforsking, og opplever at dette kan være vanskelig*». Spesielt når hun utarbeider oppleggene selv. På bakgrunn av dette er de fleste oppgavene hun har i forhold til utforsking, opplegg hun finner på internett eller i bøker. I forhold til gjennomføring av oppgaver og opplegg trekker hun frem at det er en del elever gir fort opp, og sier at

de tenker at dette blir for vanskelig, og at de ikke forstår, (...) Opplever å miste noen litt lett når man er eneste voksne i klassen. Man kan ikke være over alt, og hjelpe alle samtidig. Det blir også litt støyete, og ikke alltid jeg får med meg alle.

Jeg forstår henne slik at det er utfordrende å være eneste voksne i klassen og samtidig rekke å hjelpe og støtte hver enkelt elev.

I forhold til oppgavetyper sier Sara at

det kan være alt mulig. Gjerne praktiske oppgaver og hverdagsproblemstillinger. For å gjøre det mer virkelighetsnært for elevene. Ikke alle er da klar over at vi arbeider med matematikk, gjerne når vi arbeider tverrfaglig, gjennom tverrfaglige prosjekt. (...) for eksempel, en kokkekamp hvor elevene både skal handle inn maten, passe på at pengene dekker ingrediensene de ønsker, og at oppskriften blir riktig i forhold til antall personer.

Det kommer frem gjennom intervjuet med Magnus at han benytter i hovedsak utforsking når det er snakk om prosjektarbeid, og i mindre grad i vanlige undervisningssituasjoner. Tverrfaglige prosjektarbeid er noe Magnus trekker frem, ved «*vi har en del prosjekter tverrfaglig, hvor det er mye matematikk*» og peker på «*skaperverksted, hvor elevene skal bygge og oppfinne prosjekter (...) knyttet mot matematikk og naturfag*». Praktisk oppgaver peker Hanne, på lik linje med Sara, at hun «*prøver å ha litt praktisk matematikk, hvor elevene skal prøve seg frem på egen hånd*», og gjerne lar elevene arbeide praktisk med matematikken, og synes ofte dette er en måte som er litt utforskende for elevene. Hanne trekker frem et eksempel fra matematikktimen dagen før,

elevene var på fotballbanen og skulle måle og gå 20 meter, og finne ut hvor lang tid de brukte på å gå og løpe 20 meter. Dette var i forbindelse med vei, fart og tid». Det første Magnus tenkte på i forbindelse med oppgavetyper knyttet til utforsking var «åpne oppgaver, grubliser, et problem de skal løse, (...) i en type gruppearbeid.

En erfaring han har bete merke i er at «*grubliser, er noe veldig mange synes det er kjekt å jobbe med*», og at dette er «*noe de trenger trening i, det å jobbe med det*». I likhet med Magnus trekker to andre frem grubliser som en sentral oppgavetype. Kine sier seg enig med Magnus i forhold

til at dette er noe de trenger trening i, og trekker frem at «*mange elever sliter med tekstoppgaver og grubliser også. Det tenker jeg er noe vi generelt burde jobbe mer med i skolen*». Hanne peker på rike oppgaver i denne forbindelse, men presiserer at «*når hun gir dem en grubleoppgave, vil det ikke alltid si at det er en rik oppgave som har flere svar og flere måter å komme frem til svaret på*». På lik linje med Sara, trekker Nora frem «*at det gjerne er mye ulike oppgaver hun benytter seg av*», men hun presiserer at det er «*kanskje mer åpne oppgaver*» og peker på at det «*gjerne er oppgaver som det finnes mer enn en løsning, og ulike måter å gjøre det på*».

Sara peker på at vi ikke må glemme å utforske de teoretiske delene av matematikken også. I den forbindelse nevner hun

til tross for at hverdags element er noe jeg benytter er det jo også teoretiske deler vi må legge tid i også, og kan utforske med. Eks. figurtall. Når de driver og bygger figurtall og prøver å finne ut hvordan det øker. (...) Ikke noe de bruker i hverdagen, men en fin måte å få de til å utlede formler på.

Slik jeg forstår Sara her får hun frem kompleksiteten i matematikkundervisningen, og at det er viktig at elevene får erfaringer som går både ut på hverdagssituasjoner samt. den teoretiske biten av matematikkundervisningen.

4.3.3 Elevforutsetninger

Elever i grunnskolen har ulike forutsetninger både faglig og sosialt. Det vil derfor forekomme et bredt spekter av forutsetninger for læring i en elevgruppe. Et funn knyttet til elevenes forutsetninger er at flere av informantene trekker frem at det oppleves utfordrende å lage et opplegg som passer alle. Dette kommer frem i intervjuet med Nora, ved

en utfordring med utforskning er at elevene kanskje kan gi litt lett opp dersom de ikke får tak i det med en gang. Hun sier vi må jobbe mye med utforskning for å trene de på det, for det er veldig viktig.

Det kreves erfaring og øvelse påpeker Magnus, der han i likhet med Nora trekker frem at vi lærere må «*prøve igjen og igjen*» for å få utforskende arbeidsmåter til å fungere i klasserommet. Det er nødt og skje gjentatte ganger for at elevene skal bli vant til denne måten å arbeide på. Elevene strever frem til dette er noe de er kjent med. Han trekker frem at det er viktig at man arbeider utforskende i alle fag. På denne måten vil elevene få mulighet til å bli enda tryggere i måten å jobbe på. Dette kan knyttes opp mot et funn som kommer frem av intervjuet med Sara, ved at hun peker på at «*det er viktig å begynne tidlig*» med utforskning i skolen. Slik jeg forstår

informantene er det vesentlig for elevenes utvikling av utforskende ferdigheter, at læreren gir og legger til rette for at elevene får muligheter til å trene på dem, og at desto tidligere elevene blir kjent og vant med denne måten å arbeide på, desto bedre vil de bli, og forståelsen deres vil øke.

Et viktig funn knyttet til tilpasset opplæring kommer frem av intervjuet med Hanne, ved at hun peker på at utforsking gir mulighet til å nå ulike nivåer i en klasse. En erfaring hun har bitt seg merke i er at når de benytter mer praktiske oppgaver kan enkelte svake elever være med, og «gjøre ting på sitt nivå». Slik jeg forstår Hanne kan utforsking på denne måten være en måte å sikre at elevene får tilpasset opplæring innenfor klasserommets fire vegger. Samtidig er det sentralt å trekke frem det som er trukket frem lenger oppe som kom frem gjennom intervjuet med Nora i forbindelse med utforming av oppgaven, nettopp at «*oppgaven må være såpass konkret at de klarer å løse den, samtidig som den skal gi rom for utforsking*». Sara peker på at «*du ikke skal begrense elevene, du må skjønne hvordan de tenker og bygge videre på det*», og oppgavene må derfor være formulert og utarbeidet slik at elevene ikke begrenses samtidig som det ikke må være for stor takhøyde. Jeg forstår det slik at det er lærerens ansvar å bygge videre på elevenes forståelse slik at den kan utvikles videre. I forbindelse med tilpasset opplæring trekker Kine frem at

hvis du bruker en innledende utforskinsoppgave kan de kanskje gjøre det på sitt nivå. Uten at du må tilrettelegge for så vidt. (...) kanskje lettere at de selv må finne sin måte å gjøre det på, enn at du som voksen skal gjøre det (...).

I forhold til elevenes evner peker Kine på en utfordring ved at elever som ikke klarer den frie arbeidsformen som utforsking kan ha. Hvis elevene virkelig skal kunne utforske, må de ha en viss grad av frihet. Det krever mye av eleven: evne til å organisere arbeidet sitt og motivasjon til å gjøre arbeidet. Ofte også evnen til å samarbeide med andre og holde tidsfrister. Slik jeg forstår Kine kan elevenes forutsetninger være en utfordring. En erfaring Kine trekker frem er at atferdsvansker kan sette begrensinger for utforskingen. Hun ser på utforsking som «*litt sånn fri utfoldelse, (...) kreativitet*», og peker på at det «*ofte funker dårlig på barn med atferdsvansker*» som «*trenger rammer og struktur*». Kine har erfart at en del elever med atferdsvansker, og innenfor autismespekteret «*ikke trives så godt med*» å løse og gruble over ting. Dette kommer også frem i intervjuet med Magnus ved at «*vi har og forskerrom som vi kan bruke. Du kvir deg litt med å gå ned dit når du har en del elever som sliter med sånne settinger*». Slik jeg forstår Kine og Magnus spiller elevforutsetningene en stor rolle sammen med rammene for hvordan lærerne legger opp undervisningen, og kan gjennomføre utforskende opplegg.

4.3.4 Lærerrollen

Alle informantene la vekt på at de anså egen rolle i utforskende undervisning som en veilederrolle. Dette kommer frem i intervjuet til Hanne ved at hun definerer «*en veilederrolle hvor hun må passe på at de gjør det de skal og holder seg til tema. (...) kanskje å gi de små ideer, stille undrende spørsmål. Stille de gode spørsmålene for å få de til å undre*». Eksempel på spørsmål hun trekker frem er «*men hva hvis, hva hvis dere tenker sånn eller sånn, hvordan blir det då?*». På lik linje med Hanne vektlegger Magnus

å stille de gode spørsmålene (...) og legge til rette for at de har verktøyene de trenger for å finne ut av ting. Tenkte godt gjennom på forhånd, hva er det de kan gjøre, hva spørsmål kan komme, og hvilke spørsmål kan jeg stille de for at de skal komme videre.

Formuleringer av spørsmål han trekker frem er «*hva med det?*» og «*hva tenkte du der?*». Hanne og Magnus er enig i at å stille spørsmål er viktig. Slik jeg ser det foreligger det en forskjell i hvordan Hanne og Magnus formulerer spørsmål. Hanne sine spørsmål bærer preg av å lede elevene i en viss retning, mens Magnus på sin side fokuserer på spørsmål som får elevene til å tenke og komme videre i arbeidet ut fra det.

I tillegg til å veilede trekker Kine frem at hun skal «*legge til rette for utforskning, samtidig som jeg må sette rammer for arbeidet. Hva jeg ønsker elevene skal få ut av oppgaven må være tenkt gjennom på forhånd*». Sara peker på at sin rolle går ut på

å ikke begrense, og litt fyre oppunder at dette her var «kjempesmart tenkt», la de få dele det og selv om de har kommet frem til noe som ikke stemmer egentlig, at de kan lære av de også, at det kan være så mye riktig i tankeprosessen før de kommer til svaret. De må forstå at svaret ikke alltid er det viktigste, at vi klarer å tenke kreativt (...), Min rolle er en veileder og motivator.

Her presiserer Sara sin rolle som veilederrolle på lik linje med de andre, men bruker også beskrivelsen motivator samtidig. Slik jeg ser det er det motivatorbiten som kommer frem gjennom formuleringen «*kjempesmart tenkt*» som hun har fokus på i møte med elevene, ved å motivere dem til å dele det de tenker, og at dette er vel så viktig som riktig svar. Nora ser på egen rolle som lærer som

litt observatør, men først og fremst en veileder. En veilederrolle ved at man kan hjelpe elevene videre uten å si for mye. Kanskje til slutt være den som drar trådene sammen.

Noen forstår sammenhengene, og andre ikke. Ta en felles gjennomgang til slutt, i håp om å få flere til å forstå.

Ut fra dette forstår jeg det som at lærerens rolle spiller en viktig for å hjelpe elevene videre i utforskingen, men at det er en hårfin balanse knyttet til hvorvidt man mestrer å lede dem videre, uten å styre eller begrense dem. Språk og formuleringer trekkes frem som en sentral del av det, og slik jeg forstår informantene er kommunikasjon i matematikk en vesentlig del av utforsking i matematikk.

Et annet funn er at enkelte av informantene, blant annet Sara pekte på at lærers faglige kunnskap er viktig, uavhengig av hvilken del av grunnskolen man skal undervise i matematikk. Dette kommer frem ved at Sara sier

jeg tror det er viktig å begynne tidlig. Fordi at, det er noe jeg har sagt og fordi det er mange som tror du underviser i matematikk på barnetrinnet så du trenger ikke å kunne så mye. Det er det største sprøytet jeg har hørt. (...) du skal kunne så mye for å undervise, (...) en barneskoleelev. Du skal ikke begrense de, du må skjønne hvordan de tenker og bygge videre på det. Jeg har lært mange metoder for hoderegning spesielt, ved å høre på hva elevene sier. Når du tror det ikke finnes flere metoder så kommer det fire til, for de tenker så forskjellig. (...) hvis du bare lytter til hva de greier å si, så er de jo mattegeni alle sammen, de har mange metoder, så det er, så jeg tror det er kjempeviktig, å både ha kunnskap på nesten universitetsnivå for å kunne undervise en første klassing. For ellers klarer du ikke å se det.

Sara vektlegger her slik jeg ser det, lærers kompetanse når det gjelder å kunne møte elevene på best måte i undervisningen. At lærer har en god faglig kompetanse i matematikk, er viktig uavhengig av hvilket trinn man underviser på. I denne sammenheng trekker Nora frem egen erfaring fra videreutdanningen i matematikk. Nora peker på at «*eg tenker utforsking er noe av det viktigste vi gjør i matematikkfaget*», og at hun gjennom videreutdanning i matematikk så veldig verdien av utforsking. Hun presiserer at det var «*utfordrende å utforske, men også veldig gøy og nyttig*», og at hun opplevde at «*egen erfaring fra barneskolen, hvor opplæringen var basert på mye regler og formler i matematikk, og lite utforsking, preget henne inn i videreutdanningen*». Slik jeg ser det kommer det frem her hvordan lærer anser egen erfaring fra sin skolegang som en stor innvirkning på hvordan hun legger opp undervisning og egen holdning til undervisningen. Lærer så veldig verdien av utforsking gjennom egen videreutdanning. Gjennom videreutdanningen fikk hun mulighet til å drive med utforsking, og på denne måten danne sine egne erfaringer med å drive utforsking.

4.4 Når i læringsprosessen benyttes utforsking

I forhold til hvordan lærere benytter utforsking i sin undervisning er det naturlig å snakke om når i læringsprosessen de legger opp til dette. Et felles funn for alle informantene er at de tenker det er hensiktsmessig å bruke utforsking i starten av undervisningen eller et nytt tema, der Sara peker på at hun «*bruker alltid utforsking i starten, men også undervegs*». Nora sier seg enig ved at «*det ofte er i begynnelsen av et tema eller i begynnelsen av at de skal lære noe, men at det også skjer undervegs*», men hun presiserer at «*det kommer litt an på, men mest i begynnelsen*». Hanne peker på at det gjerne brukes «*i starten på et tema (...), men eg tenker det er viktig at det er litt hele vegen. Litt i starten, litt undervegs, og litt på slutten*». Samtidig nevner Magnus at «*utforskende undervisning er nok gjennom hele læringsprosessen, men kanskje mest i starten og i avslutningen*». Jeg forstår dette som at utforsking kan ha ulike formål i forbindelse med matematikkundervisningen, men at det å introdusere matematikken på en utforskende måte kan bidra til å øke elevenes matematiske forståelse.

Gjennom intervjuet med Sara pekes det ut et funn som skiller seg fra de andre informantene. Sara peker på at

vi kan ikke bare jobbe utforskende, for elevene blir veldig kreative i løsningene sine. (...) Det er mer utfordrende at det ikke skal være utforskende på en måte. Det er mer utfordrende når du har vært utforskende, (...) også skal du plutselig lede de inn i en algoritme som er kjappere. (...) eg tror ikke det er lurt å starte med den algoritmen, men (...) å starte med at de skjønner hva som skjer, og at når du har den forståelsen først kan du innføre algoritmen, og da forstår de hvorfor du skal gjøre det på den måten.

Dette samsvarer med tanken om at informantene ser det som mest hensiktsmessig å starte undervisningen med en utforskende tilnærming. Sara trekker frem en måte å tilnærme seg elevene på denne måten

når elevene har jobbet utforskende, og har forklart hva de har gjort. Når jeg opplever at de har skjønnet dette, og vet hvordan du skal løse et problem, så vil jeg vise deg en metode og så skal vi se om du forstår hvorfor jeg kan gjøre det på denne måten. (...) på denne måten viser jeg dem min måte å gjøre det på, og de kan velge å bruke den. Jeg vil aldri tvinge noen elever inn i en algoritme, eller tvinge de til å løse den på min måte. Men jeg vil gjerne presentere den når jeg vet de har forstått.

Slik jeg forstår Sara lar hun elevene utforske en del av matematikken, og når hun opplever at de har forstått hva de har gjort, gjennom å sette ord på dette, beslutter hun fortløpende om elevene er klar for å gå videre. Hun baserer da undervisningen sin på elevenes forutsetninger og bruker sin faglige tyngde til å velge den mest hensiktsmessige vegen videre for eleven. Slik jeg ser det baserer Sara seg på en undervisning ut fra forståelse, hvor forståelsen kommer før ferdigheten.

Nora peker på «at jeg forsøker å jobbe utforskende innenfor hvert tema (...) og liker når de jobber og ser sammenhenger, og oppdager disse sammenhengene». Slik jeg forstår Nora kan utforskning bidra til at elevene ser sammenhenger de ikke nødvendigvis ville sett hvis ikke. Det kommer frem gjennom intervjuet med Kine at hun på lik linje med de andre informantene bruker utforskning mest i begynnelsen. Hun trekker frem følgende i intervjuet,

Eg bruker det nok mest i begynnelsen. Eneste er de som er veldig "flinke", eller de som behersker matte godt. De vil kanskje ikke være, i den fasen hvor du bruker utforskning med en hel klasse i begynnelsen, som førlesing i norsk. Utforskning blir en slags førlesing i matte kanskje. De som er veldig flinke er ikke nødvendigvis alltid så veldig utforskende i den første fasen, fordi de har allerede bestemt seg for hva svaret er, hva de kan her, dette lærte eg i forfjor. De er kanskje mer, når de har vist at de kan det vi holder på med, så kan du heller gi de sånn, oppgaver utover det de andre har. Og då er det jo liksom, er jo ikke alltid du har tid til å lage så voldsomme opplegg til det, selv om du burde det, og då kan det då heller bli en sånn utforskende oppgave, hvor de selv må finne ut av noe. Fordi du kanskje ikke helt har tid til å sitte med dem å lære de det.

Slik jeg ser det opplever Kine ofte at elevenes ulike forutsetninger ofte kan begrense bruken av utforskende oppgaver. I tillegg til å tilpasse oppgavene i undervisningen til de «flinkeste», trekker Kine frem at for å kunne treffe de «svake» elevene også at

jeg tror det har mye å si hva oppgaven går ut på. Sånn som en litt sånn konkrete fysiske oppgaver, hos meg vil det funke ganske greit, hvis de får beveget seg, (...) teoretiske oppgaver ville ikke funke på alle. Sånn at, hvis jeg hadde kommet ned i 7. klasse med en sånn «hvem bor i hvilket hus? av en slags utforskning grublis, så ville det vært noen som ikke kunne lest hva som stod i oppgaven, også har du noen som tenker at dette løser vi på 2 sekund, dette gir meg ingen utfordring. (...)», mens en oppgave som f.eks. «gå ut og finn ut hvor stort det treet der er, uten å klatre opp i det», kunne alle ha gjort, der er det ikke nødvendigvis en fasit på hvordan finne det ut.

4.6 Oppsummering av funn

Gjennom presentasjon av kategoriene har jeg trukket frem og analysert de funnene jeg oppfattet som mest interessante knyttet til prosjektets tema. Basert på analysen vil jeg nå ta med meg delene av funnene jeg anser som mest relevant for å besvare prosjektets problemstilling, videre inn i drøftingen. Funn knyttet til hvordan lærerne forstår begrepet utforskning er relevant å ta med seg videre da problemstillingen spør konkret etter dette. Samtidig er det relevant å se om det er noe sammenheng om hvordan de forstår begrepet og hvordan de benytter seg av utforskning i matematikkundervisningen. Det er derfor relevant å ta med seg funn knyttet til hvordan lærerne legger opp undervisningen rettet mot utforskning, og hvilke element som påvirker dem i planlegging og gjennomføring av matematikkundervisningen.

Kapittel 5: Drøfting

I dette kapitlet trekkes de mest sentrale funnene frem, og drøftes i lys av relevant teori og forskning som kommer frem gjennom kunnskapsgrunnlaget, for å svare på oppgavens problemstilling knyttet til erfaringer lærere har med utforskning i matematikkundervisningen på mellomtrinnet. Kapitlene er delt i fire kategorier; «*begrepet utforskning*», «*hvorfor driver vi med utforskning i matematikk?*», «*hvordan driver vi med utforskning i matematikk?*» og «*lærerens rolle*».

5.1 Begrepet utforskning

Begrepet utforskning finner vi i LK20, og internasjonalt er det benyttet flere begrep som kan knyttes til utforskning. Utforskning et komplekst begrep. Ifølge Utdanningsdirektoratet (2020) handler utforskning i matematikk om at «*elevane leiter etter mønster, finn sammenhengar og diskuterer seg fram til ei felles forståing*» (s. 2). Alle informantene mener at lærer ikke skal gi elevene løsningsmetodene med en gang. Lærerens oppgave er å tilrettelegge slik at elevene får mulighet til å prøve seg frem. Informantene sier seg enig med Nosrati og Wæge (2015) som beskriver inquiry i matematikk som å stille spørsmål, undersøke, utforske og eksperimentere med matematiske sammenhenger (s. 3). Carlsen og Fuglestad (2010) definerer inquiry, som holdninger til arbeid som preges av undring og utforskning for å finne svar. Hensikten med inquiry er ikke bare å tilegne seg kunnskap, men også å evne å benytte seg av denne i fremtidige situasjoner (Carlsen & Fuglestad, 2010, s. 42). Inquiry utvikles gjennom samspill mellom kjente og ukjente problem, der eleven alene eller sammen med andre møter en utfordring (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 798-799). I et klasserom der man legger vekt på inquiry og utforskning, kan en oppleve elever som er undrende, spørrende og undersøkende i møte med nye situasjoner og utfordringer (Karlsen, 2014, s. 28). Mann (sitert i Ophiem & Simensen, 2017, s. 109) peker på at det kreative elementet er viktig i utforskende matematikk. Oppgaver som gir rom for elevenes kreativitet, har ofte fokus på at elevenes begrunnelser og forklaringer er viktigere enn svarene elevene kommer frem til.

Eksempelvis peker Alseth og Røssland (2008) på at med et større fokus på forståelse, vil elevene bli bedre til å regne og samtidig bli i stand til å bruke kunnskapen og ferdighetene, både i kommunikasjon og til å løse problemer (Alseth & Røssland, 2008, s. 34). Elever utvikler en større forståelse og presterer bedre i matematikk gjennom en undersøkende

matematikkundervisning, enn elever i en mer tradisjonell matematikkundervisning (Boaler, 1998; Cobb et al., 1992; McCaffrey et al., 2001). Boaler (1998) pekte på at den tradisjonelle læreboktilnærmingen forberedte elevene lite på den virkelige verden, og var ikke mer effektiv enn den prosessbaserte tilnærmingen på å forberede elevene på de instrumentelle ferdighetene. Elevene som gjennomførte den prosessbaserte tilnærmingen var i stand til å oppnå mer i test- og anvendte situasjoner, enn den andre elevgruppen. Til tross for dette kom det også frem at elevene i den prosessbaserte tilnærmingen brukte mye av tiden på å ikke jobbe (s. 60). Flere av informantene påpeker også at de opplever å miste mange elever når de arbeider med utforskende oppgaver. En informant erfarer at

når eg gir de mer frie tøyler, (...) mister elevene fokus. Når rammene ikke er slik som de er vant til, så faller de litt vekk. Opplever også at når de jobber sammen i grupper f.eks. så er det lett for at en melder seg ut eller blir litt passiv».

Den prosessbaserte tilnærmingen kan ses i sammenheng med utforskning ved at det kjennetegner undervisning hvor elevene får åpne, praktiske og utforskende oppgaver som krever at de bruker tidligere tilegnet kunnskap for å løse (Boaler, 1998, s. 60).

5. 2 Hvorfor bør vi drive med utforskning?

Internasjonal forskning viser til at elever utvikler en større forståelse og presterer bedre i matematikk gjennom undersøkende matematikkundervisning, enn elever i en mer tradisjonell matematikkundervisning (Boaler, 1998; Cobb et al., 1992; McCaffrey et al., 2001). Den prosessbaserte tilnærmingen kan ses i sammenheng med utforskning ved at det kjennetegner undervisning hvor elevene får åpne, praktiske og utforskende oppgaver som krever at de bruker tidligere tilegnet kunnskap for å løse oppgaver (Boaler, 1998, s. 60). Boaler (1998) pekte på at den tradisjonelle læreboktilnærmingen forberedte elevene lite på den virkelige verden, og var mindre effektiv enn den prosessbaserte tilnærmingen på å forberede elevene på de instrumentelle ferdighetene. Elevene som gjennomførte den prosessbaserte tilnærmingen var i stand til å oppnå mer i test- og anvendte situasjoner, enn den andre elevgruppen. Til tross for dette kom det også frem at elevene i den prosessbaserte tilnærmingen brukte mye av tiden på å ikke jobbe (s. 60). Dette er også noe flere av informantene påpeker ved at de opplever å miste mange elever når de arbeider med utforskende oppgaver. En informant erfarer at «*når eg gir de mer frie tøyler*»,

mister elevene lettere fokus og når rammene ikke alltid er slik de er vant til, faller de litt vekk. Det er viktig å balansere utforsking på den ene siden og struktur på den andre siden for å legge til rette for at elevene utvikler rike erfaringer og dybdekunnskap om matematikk (Kieran 2013, sitert i Opheim & Simensen, 2017, s. 107).

En informant sitt syn på utforsking skiller seg litt fra de andre, og hevder at *«utforsking er læring»* og *«det er ikke mulig å lære noen ting skikkelig dersom du ikke har utforsket det»*. Dette får informanten frem gjennom følgende eksempel:

To *«6-er elever»*, hvor den ene har forståelsen og kontroll, og kan forklare ting på ulike måter, og ser sammenhenger. Den andre har lært seg akkurat det som står i boken, det er det ikke noe galt i, men de har to ulike måter å oppnå samme resultat i karakterboken. Informanten argumenterer for at utforsking er selve læringen, og ser det å kunne tenke kreativt i denne sammenheng. Det motsatte av utforsking er at du kan pugge noe til en prøve og få et godt resultat, og mange år seinere er kunnskapen borte. Informanten argumenterer da for at den som har utforsket, beholder kunnskapen og evnen til å tenke kreativt, og vil kunne løse problemet mange år etterpå. Basert på dette stiller informanten følgende spørsmål: *«Vil du lagre det i korttidsminnet, eller vil du faktisk ha det i ryggmargen?»*. Informanten uttaler at utforsking vil føre til en annen form for læring, som bidrar til å kunne benytte kunnskapen i andre sammenhenger seinere. Slik jeg ser det argumenterer informanten for at utforsking er avgjørende for hvorvidt elevene oppnår en større forståelse og i hvilken grad eleven evner å benytte kunnskapen i fremtidige situasjoner. Ut fra det informanten sier tenker jeg at det å utforske kan i denne sammenheng ses som en viktig del av å oppnå det Skemp (1976) omtaler som relasjonell forståelse. Her kan linjene trekkes opp mot Dewey (1938) hvor han mener inquiry er grunnleggende for utforsking og læring (s. 108).

Lesh og Zawojewski (sitert i Opheim & Simensen, 2017, s. 107) peker på at utforsking er nøkkelen til å utvikle bred kompetanse i matematikk i tråd med dagens samfunn. Ved at elevene er aktive, begrunner og argumenterer for sine valg og løsninger, utvikler de langt mer enn regneferdigheter. Dette samsvarer med informanten som ser utforsking som grunnleggende del av utforsking, beskriver utforsking som en viktig del av å oppnå matematisk kompetanse. Kilpatrick et al. (2001) beskriver matematisk kompetanse som en helhet bestående av fem delkomponenter. Kilpatrick et al. (2001) sitt syn på forståelse ser jeg igjen i informantens ord *«å kunne løse problemer og kunne utforske og anvende kunnskapene du har sånn at du klarer å løse problemene»*, ved at man klarer å se sammenhenger mellom det man kan fra før, og det man

holder på med nå. Informanten uttaler regnemåter som en del av den matematiske kompetansen, som jeg tenker går sammen med Kilpatrick et al. (2001) sin beregning. Informanten vektlegger det «å kunne kommunisere det du har funnet ut til andre» og «forklare det slik at den andre også skjønner». Dette ser jeg i sammenheng med Kilpatrick et al. (2001) sin resonnering (NOU2015:8, s. 57).

Det kan være utfordrende å skape rom for individuelt tilpasset undervisning. Vi lærere skal se og møte elevene individuelt, og i gruppe. Elever med høy måloppnåelse må ikke gis mulighet til å ta over og bestemme fart og retning. Det er store variasjoner i når elever tenker og oppdager sammenhenger, og det må derfor legges til rette for at også de som bruker tid, skal få utbytte av denne undervisningsformen (Opheim & Simensen, s. 113-114). Flere av informantene trekker frem at det oppleves utfordrende og tidkrevende å lage et opplegg som passer alle. To av informantene understreker at det er tidkrevende å utarbeide opplegg som tilpasses alle elever utover å arbeide med rutineoppgaver. Det argumenteres for at utforskende opplegg må være strukturerte og godt planlagt. Informantene beskriver undervisningsformen som friere, enn å løse oppgaver i arbeidsboken. Til tross for dette har de erfaringer med at en del elever kan miste fokus. Videre understreker to informanter hvor utfordrende det kan være å lage opplegg som passer alle. En informant sier at «en utfordring med utforsking er at elevene kanskje kan gi litt lett opp dersom de ikke får tak i det med en gang» og at «vi må jobbe mye med utforsking for å trene de på det, for det er veldig viktig». Ball og Bass (2015, sitert i Klaveness et al., 2019, s. 202) sier at det å holde ut, og ikke gi opp er viktig for å være en god problemløser. En annen informant sier på lik linje at vi lærere må «*prøve igjen og igjen*» for å få utforskende arbeidsmåter til å fungere i klasserommet. Det er nødvendig å arbeide på denne måten gjentatte ganger for at elevene skal bli vant til denne måten å arbeide på. Elevene strever frem til dette er noe de er kjent med. Informanten trekker frem at det er viktig at man arbeider utforskende i alle fag. Da vil elevene få mulighet til å bli tryggere i denne måten å jobbe på. Dette kan knyttes opp det en annen informant påpeker med at «*det er viktig å begynne tidlig*» med utforsking i skolen. Dette viser at både elever og lærere trenger trening i å arbeide utforskende, og desto tryggere en lærer blir på å lede denne type undervisning, kan det bli enklere å både planlegge og gjennomføre utforskende matematikkundervisning.

5. 3 Hvordan brukes utforsking i matematikkundervisningen?

Ifølge Artigue og Blomhøj (2013) er ikke IBE (inquiry-based education) tradisjonelt sett brukt i matematikkundervisningen, men de peker på en økende trend hvor det benyttes gjennom tverrfaglige prosjekt sammen med naturfag (s. 802). Margaret Roberts (2013, sitert i Andersen et al., 2018, s. 21) mener at lærere har ulike oppfatninger på hva som kjennetegner utforskende arbeidsmetoder i skolen, og at mange assosierer det med prosjektbasert undervisning. To av informantene nevner tverrfaglige prosjektarbeid som eksempel på måter å legge opp til utforsking. Til tross for at dette nevnes som et alternativ, kommer det tydelig frem at det ikke er eneste måten de assosierer utforsking i undervisningen. Ifølge Blomhøj (2016) brukes undersøkende arbeid i matematikk nok sjeldent, og primært tas i bruk i forbindelse med prosjekter i løpet av skoleåret (s. 153). En informant benytter i hovedsak utforsking når det er snakk om prosjektarbeid, og i mindre grad i vanlige undervisningssituasjoner. Informanten peker på at *«vi har en del prosjekter tverrfaglig, hvor det er mye matematikk»* og peker på *«skaperverksted, hvor elevene skal bygge og oppfinne prosjekter (...) knyttet mot matematikk og naturfag»*. En annen informant trekker også frem et eksempel knyttet til bruk av utforsking i matematikk, i tverrfaglige prosjekt. I motsetning til Artigue og Blomhøj er informantens eksempel en kombinasjon mellom matematikk og mat og helse, som en *«kokkekamp hvor elevene både skal handle inn maten, passe på at pengene dekker ingrediensene de ønsker, og at oppskriften blir riktig i forhold til antall porsjoner»*.

Artigue og Blomhøj (2013) peker på at mange hverdagsfenomen kan beskrives, undersøkes og forstås ved hjelp av matematikk i kombinasjon med naturfag, og er derfor gode utgangspunkt for IBME (inquiry-based mathematics education) i grunnskolen (s. 798). Dette er også noe flere av informantene påpeker. Artigue og Blomhøj (2013) peker imidlertid på at vi ikke må glemme den teoretiske matematikken, og at det er viktig at det er en del av matematikken fra skolestart (s. 798). En informant understreker dette, ved *«til tross for at hverdags element er noe jeg benytter er det jo også teoretiske deler vi må legge tid i også, og kan utforske med»*. Informanten trekker frem figurtall som et eksempel, og sier *«når de driver og bygger figurtall og prøver å finne ut hvordan det øker. (...) Ikke noe de bruker i hverdagen, men en fin måte å få de til å utlede formler på»*.

Alle informantene sier det er hensiktsmessig å bruke utforsking i starten av undervisningen, der en informant sier jeg *«bruker alltid utforsking i starten, men også underveis»*. Dette viser at

alle informantene ikke kun ser på utforsking i forbindelse med prosjektbaserte opplegg slik Margaret Roberts (2013, sitert i Andersen et al., 2018, s. 21) hevdet, men at det også har en sentral del av den vanlige matematikkundervisningen. Alseth & Røssland (2008) forteller at noen lærere hevder at elevene kan lære en ferdighet først, også vil forståelsen komme med gjentatt terping på ferdigheten. Alseth & Røssland (2008) viser til at det største problemet med å introdusere en algoritme tidlig og uten at grunnlaget for å forstå algoritmen er på plass, er at elevene mister muligheten til å se sammenhenger mellom algoritmen og andre deler av matematikken de kan fra før (s. 36). En informant peker konkret på at *«når elevene har jobbet utforskende, og har forklart hva de har gjort»* og jeg opplever at de har skjønt det, så vil jeg vise de en metode også ser vi om elevene forstår hvorfor jeg kan gjøre det på denne måten. Informanten understreker at *«på denne måten viser jeg dem min måte å gjøre det på, og de kan velge å bruke den. Jeg vil aldri tvinge noen elever inn i en algoritme, eller tvinge dem til å løse den på min måte»*, men presenterer den når *«jeg vet de har forstått»*.

Mellin-Olsen (2009) peker på at *«de fleste lærerne ønsker at matematikken skal bli mer praktisk»* og *«at elevene skal oppleve faget på en mer helhetlig måte enn hva de gjør gjennom oppgavediskursen»* (s. 7). Dette med å gjøre matematikken mer praktisk trekker flere av informantene frem som et ønske, og noe de forsøker å gjøre. Mellin-Olsen (2009) peker på et dilemma knyttet til ønsket om å utvikle engasjement og kreativitet hos elevene på den ene siden, og krav i forbindelse med eksamen på den andre (s. 7). Dette påpeker også to av informantene. En informant har erfart at når du underviser de eldste på barneskolen er du kanskje *«redd for at de ikke skal lære det de skal. For du vet at når de kommer på ungdomsskolen, så skal det testes»*. En annen informant kjenner på det samme, og sier at utforsking er en kompetanse barn trenger, hvor informanten peker på at elever ofte er mer utforskende fra 1-4. klasse, mens på mellomtrinnet er de kanskje ikke så utforskende av seg. Informanten påpeker at denne kompetansen kanskje blir glemt, fordi *«vi lærere på mellomtrinnet har veldig mye pensum vi skal gjennom, og det er ikke alltid vi får tid til å gå i dybden og utforske. Fordi vi kjenner på at vi må gjennom dette»*.

Boaler og Staples (2008, sitert i Maugesten & Nordbakke 2019, s. 63) sier at oppgavetyperne har mye å si for elevenes læringsutbytte. Maugesten og Nordbakke (2019) peker på Boaler (2016) og Kazemi (2014) som sier at mange av oppgavene vil også ha høye kognitive krav som utfordrer elevene til å se sammenhenger mellom begreper og anvendelser av kunnskap i nye

situasjoner (Maugesten & Nordbakke, 2019, s. 63). Stein et al. beskriver oppgaven ved det de kaller kognitive krav. De kognitive kravene i en oppgave er preget av hvilken type tenkning elevene må engasjere seg i for å jobbe med dem. Stein et al. (2000, sitert i Skott et al., 2018, s. 226) opererer med to typer lavnivåkrav og to typer høynivåkrav.

De to første nivåene dreier seg om å kunne huske svar og prosedyrer, mens de to siste dreier seg om forskjellige former for forståelse (Skott et al., 2018, s. 229-230). Slik jeg forstår det er oppgaver på de to første nivåene rutineoppgaver som går innenfor oppgavediskursen og oppgaveparadigmet, og har fokus på utvikling av elevenes instrumentelle forståelse. De to siste nivåene dreier seg om utvikling av forståelse av hvordan og hvorfor de ulike delene henger sammen, og at elevene skal utforske og finne sammenhenger (Skott et al., 2018, s. 229-230). Slik jeg forstår det dreier de to siste nivåene seg om utvikling av den relasjonelle forståelsen, og oppgavetyper knyttet til utforsking. Det første en av informantene tenkte på i forbindelse med oppgavetyper knyttet til utforsking var *«åpne oppgaver, grubliser, et problem de skal løse, (...) i en type gruppearbeid»*. Informanten peker på en erfaring ved at *«grubliser, er noe veldig mange synes det er kjekt å jobbe med»*, og at dette er *«noe de trenger trening i, det å jobbe med det»*. En åpen oppgave har flere løsninger eller kan løses på flere måter, ved bruk av ulike strategier (Karlsen, 2014, s. 36). Tre informanter peker på grubliser som sentrale oppgavetyper. To informanter deler samme tanke om at dette er noe elevene trenger trening i, og en informant presiserer at *«mange elever sliter med tekstoppgaver og grubliser også. Det tenker jeg er noe vi generelt burde jobbe mer med i skolen»*. En informant peker på rike oppgaver i denne forbindelse, men presiserer at *«(...) en grubleoppgave, vil det ikke alltid si at det er en rik oppgave som har flere svar og flere måter å komme frem til svaret på»*. Alle elever trenger oppgaver på høyt kognitivt nivå tilpasset sin kompetanse. En informant trekker frem at det er mye ulike oppgaver som benyttes, men presiserer at det er *«kanskje mer åpne oppgaver»* og peker på at det *«gjerne er oppgaver som det finnes mer enn en løsning, og ulike måter å gjøre det på»*. LIST-oppgaver, også kalt rike oppgaver, oppfyller kravet om høyt kognitivt nivå samtidig som de kan løses på forskjellige nivåer. Oppgavene kjennetegnes av å ha lav inngangsterskel (LI), og stor takhøyde (ST). Oppgavene skal være greie å forstå, og samtidig være utfordrende, og kunne løses med ulike strategier og representasjoner (Klaveness et al., 2019, p. 172). Rike oppgaver, kan på denne måten være en mulighet til å sikre tilpasset opplæring til enhver elev i en klasse. Tanken er at det finnes flere løsninger, og at elevene i samarbeid skal diskutere og blir gjort kjent med ulike løsninger (Pettersen & Wistedt, 2013, s. 20). Slik jeg forstår informantene benytter de ulike typer oppgaver, uavhengig av hva de måtte kalle de. Det de har til felles er at

de tenker oppgavene kan passe til flere elever, og ha flere ulike svar eller løsningsmetoder. Til tross for at oppgaver kan ha stor takhøyde og lav innfallsvinkel vil det ikke garantere at alle elever evner å løse oppgaven. Slik jeg ser det er det læreren sitt ansvar å velge oppgaver som passer til sin elevgruppe.

5.4 Læreren

Læreren spiller en vesentlig rolle i forbindelse med undervisningens kvalitet. Visnovska et al. (2011) skriver: «*Although designed curricula and textbooks are important instructional resources, teachers are the designers of the curricula that are actually enacted in their classrooms*» (s. 323). Slik jeg tolker Visnovska et al. er det læreren som velger hvordan undervisningen skal legges opp og gjennomføres, og har ansvaret for at undervisningen er i tråd med gjeldende læreplan. Ifølge Stein et al. (2018, sitert i Nosrati & Wæge 2015, s. 5) er lærerens rolle i helklassesituasjoner å hjelpe elevene til å se sammenhenger mellom de ulike fremgangsmåtene. Dette påpeker en informant som en viktig del av lærerens rolle i en oppsummering eller avslutning av undervisningen. Goos (2004) peker på at en undersøkende matematikkundervisning kjennetegnes ved at læreren starter timen med å presentere en kognitiv krevende oppgave (s. 281-283). Flere av informantene påpeker det samme, ved at man ofte benytter utforskende oppgaver i starten av en undervisnings økt. Videre peker Goos (2004) på at elevene gis god tid til å utforske, ikke gi opp, og løse oppgaven. Lærer oppmuntrer elevene til å bruke ulike strategier, verktøy og representasjoner (s. 281-283). Dette presiserer flere av informantene i forbindelse med sin rolle som veileder underveis i økten, ved at læreren skal hjelpe og støtte elevene videre i arbeidet. En informant peker på lik linje med Goos (2004) på at lærer oppsummerer aktiviteten avslutningsvis i timen, og de ulike løsningsmetodene presenteres og diskuteres (Goos, 2004, s. 281-283). Smith og Stein (2011, sitert i Skott et al. 2018, s. 273-274) presenterer og diskuterer fem lærerhandlinger som er med på å sikre den faglige diskusjonen i klassen. På lik linje med den første lærerhandlingen, peker en informant på å måtte ha tenkt «*godt gjennom på forhånd, hva er det de kan gjøre, hva spørsmål kan komme, og hvilke spørsmål kan jeg stille de for at de skal komme videre*». En annen informant peker på at man skal «til slutt være den som drar trådene sammen», som vi kan se opp mot den femte handlingen (Skott et al., 2018, s. 273-274). Dette er i tråd med det Lampert (1990, sitert i Breiteig 2008, s. 36) sier om at ved å sammenligne ulike svar kan man engasjere klassen i en diskusjon som får frem verdien av de ulike løsningene.

Lærerens arbeidsmåter og holdninger i undervisningen påvirker elevene og danner grunnlaget for utviklingen (Carlsen & Fuglestad, 2010, s. 40). Kadir et al. (2017) omtaler lærerens rolle i OIA (open inquiry approach) som å tilrettelegge og veilede elevene (s. 103). Alle informantene la vekt på at de anså egen rolle i utforskende undervisning som en veiledersrolle. En informant omtaler en veiledersrolle som at en «*må passe på at de gjør det de skal og holder seg til tema. (...) kanskje å gi de små ideer, stille undrende spørsmål. Stille de gode spørsmålene for å få de til å undre*».

Skovsmose (2003, s. 147) presenterer spørsmålet, «*Hvad nu hvis...?*» som han mener må stilles for at man skal kunne befinne seg i et undersøkelseslandskap. To av informantene trekker frem spørsmål de mener lærer bør stille i utforskende matematikkundervisning for å føre elevene videre. En informant foreslår følgende spørsmål «*hva hvis dere tenker sånn eller sånn, hvordan blir det då?*» mens den andre foreslår spørsmål som «*Hva med det?*» og «*hva tenkte du der?*». Formuleringen av spørsmål har likhetstrekk med Skovsmoses spørsmål, men en viktig ting Skovsmose presiserer, som det ikke kommer frem at informantene påpeker, er at i et undersøkelseslandskap er det eleven som stiller spørsmålene selv, etter at lærer har gjort det. Jeg ser det at elevene skal overta lærerens spørsmål, og stille dem til seg selv i videre arbeid, i sammenheng med Vygotskys proksimale utviklingszone (Skott et al., 2018, s. 120). Nettopp ved at lærer først stiller elevene spørsmål for å føre de videre i arbeidet, som eleven videre stiller seg selv. Eleven har på denne måten utviklet den spørrende og undrende holdningen til matematikken gjennom lærers støtte, før den kan arbeide med det på egenhånd.

Krainer (2008) sier det er viktig at lærere får erfaring og øvelse i å arbeide med inquiry i matematikk. Lærerne trenger å utvikle en utforskende eller undersøkende holdning til egen undervisning, individuelt eller sammen med andre (sitert i Artigue & Blomhøj, 2013, s. 807-808). En informant understreker at videreutdanning i matematikk, med fokus på utforskning, har gitt egne erfaringer med utforskning og bidratt til et økt fokuset på dette. Videre presiserer informanten at den økte kunnskapen og egen erfaring med utforskning har gjort det mer naturlig å ha fokus på dette i undervisningen. Informanten presiserer i intervjuet at «*jeg forsøker å jobbe utforskende innenfor hvert tema*», som forteller oss at lærerens egen erfaring med utforskning bidrar til at den legger opp til undervisning på denne måten. Vi snakker her om lærerens kompetanse, og en annen informant peker i sitt intervju på at lærers faglige kunnskap er viktig, uavhengig av hvilken del av grunnskolen man skal undervise i matematikk. Informanten sier at du må skjønne hvordan elevene tenker, for å kunne bygge videre på det. Informanten hevder at uten

matematisk kunnskap opp på universitetsnivå, vil man ikke klare å se hvordan elevene tenker og hvordan man skal bygge videre. Slik jeg forstår informantene og forskningen er det viktig å ha fokus på læreres faglige kunnskap og kompetanse, inn mot utforskende matematikkundervisning.

Kapittel 6: Avslutning

Formålet med denne oppgaven var å belyse hvordan lærere forstår og benytter utforsking i sin matematikkundervisning på mellomtrinnet. Følgende problemstilling ble utformet og undersøkt ved å følge oppgavens oppbygning: «*Hvordan forstår fem lærere utforsking i matematikk, og på hvilken måte benytter de utforsking i sin matematikkundervisning på mellomtrinnet?*». Jeg vil nå presentere prosjektets konklusjon. Før jeg avslutningsvis gjør rede for refleksjoner knyttet til arbeidet med masteroppgaven, og forslag til videre forskning i forbindelse med utforsking i matematikk.

6.1 Konklusjon

Utforsking i matematikk har fått økt fokus i den nye læreplanen (LK20), og skal bidra til å utvikle elevenes matematiske kompetanse og forståelse, og gjøre de i stand til å anvende kunnskapen i andre situasjoner. Formålet med denne studien har vært å belyse lærernes forståelse av utforsking i matematikk, og hvordan de benytter utforsking i sin matematikkundervisning på mellomtrinnet. Resultatene viser at lærerne har en tilnærmet lik forståelse av hva utforsking i matematikk er. Mine funn viser at lærerne er enige i at utforsking i matematikk går ut på at elevene skal prøve selv, at lærer ikke skal gi dem løsningsmetodene med en gang, at elevene skal kommunisere sammen om egne tanker, og se sammenhenger innad og på tvers av matematikken.

Lærerne er positive til å gjennomføre utforsking i matematikkundervisningen, men det kommer også frem noen utfordringer knyttet til tid, oppgavevalg og lærerkompetanse. Tid trekkes frem knyttet til opplevelsen av å ha for mye pensum som skal gjennomgås på kort tid, på en måte hvor elevene lærer det de har behov for. Vurderinger og eksamen på ungdomsskolen er med på å skape dette presset. Det understrekes at det å velge oppgaver og legge opp til undervisning som tar hensyn til elevenes ulike forutsetninger er utfordrende. Oppgaver med høye kognitive krav oppleves som gode for å oppnå tilpasset opplæring, samtidig som det også trekkes frem en utfordring i forhold til at erfaringsmessig vil ikke det nødvendigvis gjelde alle. Lærers kompetanse får et viktig fokus knyttet til at lærers ferdigheter og kunnskaper påvirker undervisningen. Verdien av kompetanseheving gjennom lærerutdanningen og videreutdanning vektlegges. Hvordan de ønsker å benytte seg av utforsking i matematikkundervisning foreligger det ulike

tanker om. Utforsking i matematikk benyttes både i tverrfaglige prosjekt, hvor naturfag og mat og helse nevnes eksplisitt, og i den daglige matematikkundervisningen. I den daglige matematikkundervisningen er det enighet i at det gjerne benyttes i starten av undervisningen, gjerne ved å introdusere en oppgave med høye kognitive krav. Slike oppgaver kjennetegnes ved at det er rom for elever på alle nivåer til å arbeide med oppgaven på sitt nivå, samtidig som det er flere løsninger og løsningsmetoder. Ut fra resultatene viser forskningen at informantene mener utforsking i matematikk er en viktig del av matematikkundervisningen, og bør brukes mer tid på i undervisningen fremover.

6.2 Avsluttende refleksjoner

6.2.1 Refleksjoner rundt eget arbeid

Det å skrive en master, og bruke all den tiden på et stort prosjekt har vært lærerikt. Jeg tar med meg flere ting fra denne prosessen og inn i læreryrket. Jeg tar med meg kunnskapen jeg sitter igjen med om temaet utforskende matematikkundervisning, og ønsker å fortsette denne læringsprosessen ved å ha dette fokuset i min egen undervisning. Jeg har erfart at veien blir til mens vi går, og tenker at erfaringene knyttet til å holde ut, og ikke gi opp arbeidet, er nyttig å ta med seg inn i skolen i møte med elever som står opp mot de samme følelsene.

Denne kvalitative studien av fem læreres tanker og erfaringer med utforsking i matematikk vil ikke gi noen generelle slutninger, men gir et innblikk knyttet til fenomenet. Erfaringene som kommer frem av metoden representerer informantenes syn, og det vil ikke garanteres at fem andre lærere sitter med samme tanker og erfaringer som informantene i dette prosjektet. Allikevel vil jeg tørre å påstå at erfaringene informantene delte ikke nødvendigvis er unike, og det vil være mulig å finne andre plasser.

I et kvalitativt forskningsintervju kan intervjuet være en læringsprosess for både intervjuer og den som blir intervjuet (Kvale & Brinkmann, 2018, s. 49). Gjennom mine intervju opplevde jeg en informant som presiserte avslutningsvis i intervjuet at

eg hører når eg snakker med deg om det nå at eg blir mer bevisst på utforskende matematikk (...) Når eg svarer på disse spørsmålene blir eg litt sånn, at det er jo viktig at

elevene lærer seg å utforske og undre seg over ting (...) Det er jo kanskje litt viktig å få frem, at det verbet er kommet inn i læreplanen, det er faktisk litt bra.

Gjennom deltakerens ord blir jeg gjort oppmerksom på at læreren har reflektert gjennom intervjuet, og muligens fått en økt nysgjerrighet for å utforske enda mer, både i planlegging av undervisning, og i den faktiske undervisningen sammen med elevene. Det viser meg også at det å snakke om ting kan øke refleksjonsnivået hos deltakerne, og hva om lærerne hadde drevet og snakket om dette i kollegiet på skolen? Kunne dette bidratt til å øke kunnskapen og utbredelsen av bruken av utforsking i matematikkundervisningen?

6.2.2 Forslag til videre forskning

Ut fra mine funn og erfaringer jeg har gjort meg opp gjennom dette forskningsprosjektet, har jeg dannet meg noen tanker om hva som kan være nyttig å forske videre på. Det første jeg ønsker å rette fokuset på er knyttet til refleksjonene en informant gjorde meg bevisst på gjennom intervjuet, som ble introdusert over. Jeg tenker i den sammenheng at det kunne være interessant å undersøke, hvorvidt et økt fokus på utforsking i lærerkollegiet på skolen kan påvirke lærerens bruk av utforsking i matematikkundervisningen?

Et annet aspekt ved forskningen som kunne vært interessant å sett nærmere på er i forhold til å ivareta elevenes nysgjerrighet. Dewey (1900) mente at skolen skulle spille videre på elevenes iboende nysgjerrighet. Basert på resultatene i prosjektet peker en informant på at elevene muligens er mer nysgjerrige på 1.-4. trinn. Et forskningsprosjekt som kunne sett på flere deler av grunnskolen, hvor man fokuserte på måter vi kan ivareta elevenes naturlige nysgjerrighet, kunne kanskje gitt større innblikk i hvordan man kan oppnå og ivareta dette.

Referanseliste

- Alseth, B., & Røssland, M. (2008). Hvilken rolle har skriftlige regnemetoder på barnetrinnet? *Tangenten - tidsskrift for matematikkundervisning*, 19(4), 34-40.
- Andersen, H. P., Fiskum, T. A., & Rosenlund, M. R. (2018). Hva menes med undrende, utforskende og aktiviserende undervisning? I T. A. Fiskum, D. Gulaker, & H. P. Andersen (Eds.), *Den engasjerte eleven. Undrende, utforskende og aktiviserende undervisning i skolen*. Cappelen Damm Akademisk.
- Anker, T. (2021). *Analyse i praksis - en håndbok for masterstudenter*. Cappelen Damm Akademisk.
- Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*(45), 797-810.
<https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6>
- Befring, E. (2020). *Sentrale forskningsmetoder - med etikk og statistikk* (2 ed.). Cappelen Damm Akademisk.
- Blomhøj, M. (2016). *Fagdidaktikk i matematikk*. Frydenlund.
- Boaler, J. (1998). Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 41-62.
- Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets*. Jossey-Bass.
- Breiteig, T. (2008). Problemløsning som inngangsport til matematikk. *Tangenten - tidsskrift for matematikkundervisning*, 19(1), 35-40.
- Carlsen, M., & Fuglestad, A. B. (2010). Læringsfellesskap og inquiry for matematikkundervisning. *Tidsskriftet FoU i praksis*, 4(3), 39-60.

- Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., & Perlwitz, M. (1992, 01/10). A follow-up assessment of second grade problem-centered mathematics project. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 483-504. <https://doi.org/10.1007/BF00571469>
- Dewey, J. (1900). *The School and Society. Being three lectures*. The University of Chicago Press.
- Dewey, J. (1938). The pattern of inquiry. I *Logic: The Theory Of Inquiry* (s. 101-120). Henry Holt and company.
- Goos, M. (2004). Learning Mathematics in a Classroom Community of Inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(4), 258-291. <https://doi.org/10.2307/30034810>
- Harlen, W. (2013). Inquiry-based learning in science and mathematics. *Review of Science, Mathematics and ICT Education*, 7(2), 9-33. <https://doi.org/https://doi.org/10.26220/rev.2042>
- Imsen, G. (2017). *Lærerens verden: innføring i generell didaktikk* (5 ed.). Universitetsforlaget.
- Kadir, Lucyana, & Gusni, S. (2017). The Implementation of Open-Inquiry Approach to Improve Students' Learning Activities, Responses, and Mathematical Creative Thinking Skills [E-Journal]. *Journal on Mathematics Education*, 8(1), 103-114. <https://doi.org/10.22342/jme.8.1.3406.103-114>
- Karlsen, L. (2014). *Tenk det! Utforsking, forståelse og samarbeid - elever som tenker sjæl i matematikk*. Cappelen Damm Akademisk.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001a). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.

- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001b). The Strands of Mathematical Proficiency. I Mathematics Learning Study Committee & N. R. Council (Eds.), *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics* (s. 115-156). National Academy Press.
- Klaveness, E., Karlsen, L., & Kverndokken, K. (2019). *101 grep for å aktivisere elever i matematikk - matematikdidaktikk i teori og praksis*. Fagbokforlaget.
- Krumsvik, R. J. (2019). *Kvalitativ metode i lærerutdanninga*. Fagbokforlaget.
- Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsett som forskrift ved kongeleg resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen/id2570003/>
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2018). *Det kvalitative forskningsintervju*. Gyldendahl norsk forlag AS.
- Kvam, V. (2016). *Jakten på den gode skole. Utdanningshistorie for lærere*. Universitetsforlaget.
- Lampert, M. (1990). When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. *American Educational Research Journal*, 27(1), 29-63. <https://doi.org/10.2307/1163068>
- Manger, T., Lillejord, S., Nordahl, T., & Helland, T. (2013). *Livet i skolen. Grunnbok i pedagogikk og elevkunnskap: Undervisning og læring* (Vol. 2). Fagbokforlaget.
- Maugesten, M., & Nordbakke, M. (2019). Å identifisere dybdelæring i en undersøkende matematikkoppgave på ungdomstrinnet. I E. Klaveness, L. Karlsen, & K. Kverndokken (Eds.), *101 grep for å aktivisere elever i matematikk - matematikdidaktikk i teori og praksis*. (s. 57-76). Fagbokforlaget.
- McCaffrey, D., Hamilton, L., Stecher, B., Klein, S., Bugliari, D., & Robyn, A. (2001, 11/01). Interactions Among Instructional Practices, Curriculum, and Student Achievement:

- The Case of Standards-Based High School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32. <https://doi.org/10.2307/749803>
- Mellin-Olsen, S. (2009). Oppgavediskursen i matematikk. *Tangenten - tidsskrift for matematikkundervisning*, 20(2), 2-7.
- Niss, M. (2007). Oppgavediskursen i matematikundervisningen. *MONA*, 2007, 7-17.
- Niss, M., & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. The Ministry of Education.
- Nosrati, M., & Wæge, K. (2015). Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk. (15 sider). Matematikksenteret.
- NOU 2015: 8. (2015). *Fremtidens skole — Fornyelse av fag og kompetanser*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/>
- OECD. (2003). PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving. Knowledge and skills. *OECD Publications*.
- Olafsen, A. R., & Maugesten, M. (2015). Matematikdidaktikk i klasserommet. In (Vol. 2, pp. 92-109). Universitetsforlaget.
- Opheim, L. G., & Simensen, A. M. (2017). Matematikk - utforsking av mønstre og de store sammenhengende In S. Bjørshol & R. Nolet (Eds.), *Utforsking i alle fag*. Cappelen Damm Akademisk.
- Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (LOV-1998-07-17-61), (1998). https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61/KAPITTEL_1#KAPITTEL_1
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelen Damm AS.

- Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics teaching*, 20-26.
- Skott, J., Skott, C. K., Jess, K., & Hansen, H. C. (2018). *DELTA 2.0 FAGDIDAKTIK 1.-10. klasse* (Vol. 2). Samfundsliteratur.
- Skovsmose, O. (2003). Undersøgelseslandskaber. In O. Skovsmose, M. Blomhøj, & H. Alrø (Eds.), *Kan det virkelig passe? : om matematiklæring* (pp. 143-157). L&R Uddannelse Forlag Malling Beck.
- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitative metoder* (Vol. 5). Fagbokforlaget.
- Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk (MAT01-05)*. Fastsett som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer>
- Visnovska, J., Cobb, P., & Dean, C. (2011). Mathematics Teachers as Instructional Designers: What Does It Take? In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From Text to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development* (pp. 323-341). https://doi.org/10.1007/978-94-007-1966-8_17

Vedlegg:

Vedlegg 1: Intervjuguide

Generell info:

1. Hvilken utdanning har du?
2. Hvor lenge har du undervist i matematikk?
3. Hvilket trinn underviser du på nå?
4. Hva synes du er det viktigste elevene lærer i matematikk?

Hovedtema:

5. Hva tenker du på når jeg sier utforsking eller å utforske?
6. Hva er matematisk kompetanse for deg?
7. Kan du nevne noen konkrete opplegg, og ting du har gjort i undervisningen?
8. Er det noen ting eller tema som er vanskeligere å gjennomføre utforskende matematikk på, eller enklere?
9. Noen utfordringer med utforsking?
10. Når i læringsprosessen benytter du utforskende undervisning?
11. Din rolle som lærer når du legger opp til utforsking?
12. Noen spesielle oppgavetyper du benytter deg av når du har fokus på utforsking?
13. Er begrepet utforske noe dere har drøftet sammen i fellesskap på skolen?

Ekstra:

14. Hva legger du i begrepet dybdelæring?

15. Kan utforsking bidra til økt dybdelæring?

16. Ser du på utforsking som en metode, eller ser du på det på en annen måte?

17. Siden utforsking da er på en måte læring, er det da en kompetanse? At utforsking er en kompetanse man tilegner seg liksom?

18. Er det noe du tenker som er relevant å snakke om som vi ikke har vært innom nå i forbindelse med utforsking?

Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet «*Utforskende matematikkundervisning*»?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å finne ut hva lærere legger i begrepet utforskende matematikkundervisning og hvordan læreren implementerer dette i sin undervisning. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Prosjektet er en masteroppgave i matematikk, i den femårig grunnskolelærerutdanning for trinn 5-10, ved NLA Høgskolen. I forbindelse med innføringen av den nye læreplanen for kunnskapsløftet 2020 introduseres det kjerneelementer i alle fag. Kjerneelementene er det elevene trenger å lære for å mestre og anvende faget. I matematikk er et av disse «utforsking og problemløsning». Jeg ønsker å få innblikk i hvordan lærere forstår og bruker utforsking i matematikkundervisningen sin, gjennom intervju av matematikklærere.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

NLA Høgskolen ved Arne Kåre Toppol, er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta i denne studien, fordi du er lærer på mellomtrinnet som underviser i matematikk. Studien ønsker å ta for seg fire til seks matematikklærere, avhengig av hvor mange som ønsker å delta i prosjektet. Jeg har sendt denne forespørselen til lærere jeg vet underviser i matematikk.

Hva innebærer det for deg å delta?

Datainnsamlingsmetoden som benyttes i prosjektet er intervju. Opplysningene registreres ved hjelp av lydopptak og notater. Det settes av en time til intervjuet.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Veileder Arne Kåre Toppol ved NLA Høgskolen/Høgskolen i Volda og masterstudent Mathilde Tunestveit Knutsen vil ha tilgang til datamaterialet.

Alle intervjuene anonymiseres. Ingen informasjon om navn, navn på skole eller annen identifiserbar informasjon vil bli gjengitt. I avhandlingen vil informantene presenteres med pseudonymer. Intervjuene transkriberes. Som deltaker har du rett på å lese gjennom transkriberingen. Når intervjuene er gjennomført vil de lagres på ekstern minneenhet uten tilkobling til internett og det vil bli slettet ved prosjektets avslutning 20.05.2022.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er 20.05.2022. Alle personopplysninger, lydopptak og notater vil bli slettet ved prosjektslutt.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NLA Høgskolen har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- NLA Høgskolen ved masterstudent Mathilde Tunestveit Knutsen, Epost: mathilde-knutsen@outlook.com eller veileder ved NLA Høgskolen Arne Kåre Toppol, Epost: arnekaare.toppol@nla.no
- Vårt personvernombud: Rolf Halse, Epost: Rolf.halse@nla.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Arne Kåre Toppol

Prosjektansvarlig

(Forsker/veileder)

Mathilde Tunestveit Knutsen

Student

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Utforskende matematikkundervisning*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i intervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. 20.05.2022

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 3: NSD sin vurdering

Vurdering

Referansenummer

799020

Prosjektittel

Utforskende matematikkundervisning

Behandlingsansvarlig institusjon

NLA Høgskolen AS

Prosjektperiode

30.11.2021 - 22.07.2022

[Meldeskjema](#) 

Dato

05.04.2022

Type

Standard

Kommentar

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg 05.04.2022, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 22.07.2022.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1 f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å

<https://meldeskjema.nsd.no/vurdering/615f251f-2c12-4fc2-bf19-81ba908c75ab>

1/2

oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: <https://www.nsd.no/personverntjenester/fyll-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema> Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet i tråd med den behandlingen som er dokumentert.

Kontaktperson hos NSD: Olav Rosness, rådgiver.

Lykke til med prosjektet!