# Stillasbygging i klasserommet: en nøkkel til god matematisk problemløsning?

*En kvalitativ studie av tre læreres erfaringer med problemløsning og stillasbygging i ungdomsskolen*

Gudrun Valen-Sendstad Aune &
Kamilla Ravnsborg Støydal

Masteroppgave i Grunnskolelærerutdanning 5-10
med fordypning i matematikk

NLA Høgskolen Oslo

Våren 2023

## Forord

Det er med stor glede og takknemlighet at vi nå kan presentere resultatene av vårt arbeid i denne masteroppgaven. Gjennom dette prosjektet har vi hatt muligheten til å fordype oss i et tema som har vært en interesse og lidenskap gjennom hele studieforløpet. I løpet av denne prosessen har vi fått anledning til å utforske nye perspektiver, lære om nye teorier og metoder, samt utvikle våre ferdigheter som fremtidige lærere.

Først og fremst ønsker vi å takke veilederen vår, Jørgen Sjaastad, for uvurderlig veiledning og støtte gjennom hele prosessen med å skrive denne masteroppgaven. Din kunnskap og innsikt har vært avgjørende for å utvikle ideene våre og gjøre dette prosjektet til en realitet.

Vi vil også takke venner og familie for deres støtte og oppmuntring. Uten dere ville det vært vanskelig å gjennomføre dette prosjektet.

Til slutt vil vi takke informantene som deltok i undersøkelsen vår. Uten deres villighet til å dele erfaringer og tanker, ville ikke denne oppgaven vært mulig.

Takk til alle som har bidratt til å gjøre dette prosjektet til en realitet, vi er veldig takknemlige. Vi håper resultatene kan bidra til videre forskning og utvikling innenfor feltet.

## Sammendrag

I denne masteroppgaven ønsket vi å få større innsikt i et utvalg læreres erfaringer med både problemløsning og stillasbygging i matematikkundervisning på ungdomsskolen. På bakgrunn av dette utformet vi forskningsspørsmålene: «Hvordan erfarer tre lærere på ungdomstrinnet matematisk problemløsning i klasserommet?» og «Hvordan erfarer disse stillasbygging som metode for å assistere elevene i matematisk problemløsning».

Med en konstruktivistisk tilnærming har vi i dette prosjektet fått innblikk i mange spennende perspektiver på læreres erfaringer med problemløsning og stillasbygging. Utvalget bestod av tre informanter, som alle underviser i matematikk på ungdomstrinnet. For å samle inn og analysere datamaterialet har vi brukt stegvis-deduktiv induktiv metode, som arbeider seg fra rådata til teori. I tråd med denne metoden har vi derfor benyttet to kvalitative datainnsamlingsmetoder, nemlig semi-strukturert intervju og observasjon. Dette har gitt oss grunnlaget for å besvare våre forskningsspørsmål.

Våre funn viser at elevenes forutsetninger både kunnskapsmessig, men også evne til selvregulering og oppfatning av matematikkfaget, har stor betydning for hvordan en lærer må tilrettelegge for problemløsning i sitt klasserom. En god forståelse av grunnleggende fagstoff er avgjørende for om elevene kan anvende relevant kunnskap på en hensiktsmessig måte, og for deres selvstendighet i problemløsning. Det kommer frem i studien at lærerens rolle som overvåker og tilrettelegger blir spesielt utfordret hvis elevene har utfordringer med dette.

Basert på funnene fra denne studien, ser vi at godt tilpassede problemer i kombinasjon med en utforskende lærerstøtte anses som en viktig forutsetning for at elevene både skal engasjere seg, men også utvikle sine problemløsningsferdigheter. Likevel er det ikke alltid lett å drive en utforskende veiledning, da det er varierende hvor lenge elevene klarer å følge med, samt å tolke elevenes innspill i plenum. Dette er da tilpasninger som vil se forskjellig ut i alle klasserom.

## Abstract

In this master's thesis, we aimed to gain insight into a group of teachers' experiences with both problem-solving and scaffolding in mathematics education in middle school. Based on this, we formulated the research questions: "How do three middle school teachers experience mathematical problem-solving in the classroom?" and "How do they experience scaffolding as a method to assist students in mathematical problem-solving?"

Using a constructivist approach, we gained insight into many exciting perspectives on problem-solving and scaffolding. The sample consisted of three informants, all of whom teach mathematics in middle school. To collect and analyze the data, we used a stepwise deductive-inductive method, working from raw data to theory. Therefore, we used two qualitative data collection methods: semi-structured interviews and observations. This provided the basis for answering their research questions.

Our findings show that students' knowledge, self-regulation abilities, and perception of mathematics are essential for how a teacher must prepare for problem-solving in their classroom. A good understanding of basic subject matter is crucial for whether students can apply relevant knowledge in a useful way and for their independence in problem-solving. The study reveals that the teacher's role as a monitor and facilitator is particularly challenged if students struggle with this.

Based on the findings of this study, well-adapted problems combined with exploratory teacher support are considered an important prerequisite for students to engage and develop their problem-solving skills. However, it is not always easy to provide exploratory guidance, as the students' ability to keep up varies, as does interpreting their contributions in plenum. These are adaptations that will look different in every classroom.

# Innholdsfortegnelse

# 1 Introduksjon

## 1.1 Innledning

Matematisk problemløsning har lenge vært ansett som en grunnleggende komponent i matematikkundervisningen, med prominente forskere som Alan H. Schoenfeld og Richard Skemp som har løftet frem betydningen av dette (Schoenfeld, 1992; Skemp, 1976). Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020 understreker også viktigheten av utforskning og problemløsning som et av kjerneelementene i matematikkfaget, med fokus på å fremme refleksjon og utforskning i undervisningen, og å vektlegge strategier og fremgangsmåter fremfor løsninger. Til tross for dette viser forskning at lærere kan oppleve det utfordrende å både planlegge og gjennomføre problemløsning i klasserommet (Chapman, 2015; Sølvik & Glenna, 2021). Elevene har ofte vanskeligheter med å identifisere og forstå problemet på egenhånd, og er avhengige av veiledning fra læreren. Elevenes oppfatning av matematikkfaget preger også deres utholdenhet ved problemløsning, da typiske elevoppfatninger kan handle om at matematiske problemer kun har ett riktig svar, og at lærerens demonstrasjon av regler er den eneste riktige måten å løse problemet på (Schoenfeld, 1992, s. 359).

På en annen side beskriver Skemp (1976, s. 13) hvorfor elevenes relasjonelle forståelse nedprioriteres i matematikk, blant annet fordi det tar for lang tid å oppnå og fordi elevene bare trenger å lære spesifikke teknikker. Likevel argumenterer Skemp (1976) for at den relasjonelle forståelsen er betydningsfull for elevenes læring og utvikling i matematikk, og er derfor helt nødvendig å prioritere. Også Schoenfeld (1992, s. 335) påpeker at elever er nødt til å utforske matematikken, fremfor å basere kunnskapen på å kun lære seg regler. Gjennomføringen av dette i praksis viser seg likevel å være mer krevende enn hva mange muligens hadde sett for seg.

Det er mange faktorer som påvirker hvorvidt problemløsning oppleves gjennomførbart og nyttig i en klasse. Ofte vil åpne problemer kreve at lærer assisterer elevene i større grad enn hvis elevene arbeider med prosedyreoppgaver. For å systematisk arbeide mot å gjøre elevene til gode problemløsere, ser vi at «scaffolding» oversatt til «stillasbygging», kan være et nyttig verktøy. Stillasbygging handler hovedsakelig om å veilede eleven mot å utvikle selvstendighet i arbeidet sitt, og å lære elevene hvordan de kan tenke og gå frem med ulike problemer (Hammond & Gibbons, 2005, s. 10). Denne masteroppgaven har som formål å undersøke erfaringene til tre lærere med problemløsning i matematikkundervisningen, og videre undersøke hvordan lærerne gjennom stillasbygging kan hjelpe elevene i arbeidet mot å bli gode problemløsere.

## 1.2 Bakgrunn for valg av tema

Allerede fra første år på lærerstudiet ble vi presentert for fagfornyelsen og læreplanen som skulle tre i kraft i den norske skolen fra høsten 2020 (Utdanningsdirektoratet, 2021a). Pedagogikkfaget og andre seminarer ble stadig brukt til arbeid med innføring i hvordan de nye læreplanene skulle bli tatt i bruk. Ideer om utforskning, kritisk tenkning og elevmedvirkning interesserte oss. Da skolen stadig er i utvikling, er det viktig at vi som lærere tilpasser oss disse endringene ved blant annet å utvikle varierte undervisningsmetoder som fremmer livslang læring hos elevene.

I læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020, forkortet LK20, oppfordres det til å tilrettelegge for dybdelæring i alle fag (Utdanningsdirektoratet, 2021b). Dybdelæring defineres som «det å gradvis utvikle kunnskap og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i fag og mellom fagområder» (Utdanningsdirektoratet, 2019). Dette krever tilrettelegging for læring på ulike måter, både individuelt og sammen med andre, i ukjente og kjente situasjoner. Innenfor dybdelæring i matematikkfaget, står blant annet problemløsning sentralt. Sammenlignet med tidligere læreplaner skal elevene nå i større grad ha fokus på å bli gode problemløsere, lære å utvikle strategier og fremgangsmetoder, samt se sammenhenger mellom fagets kunnskapsområder (Kunnskapsdepartementet, 2019). For å tilrettelegge for en slik tilnærming i matematikken er vi som lærere nødt til å variere undervisningen godt, legge opp til utforskende undervisningsopplegg, og finne problemer som driver frem nysgjerrigheten og engasjementet hos elevene.

Det er flere forskere og teoretikere som peker på hvordan problemløsning kan bidra til at elevene blir mer selvregulerte i matematikk, samt oppnår en dypere forståelse for fagets betydning og plass i samfunnet. Ifølge pedagogen Richard Skemp (1976, s. 14-15) møter vi på mange problemer i virkeligheten som krever en dypere forståelse for matematikk. Han argumenterer blant annet for at skolen bør fokusere mer på å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, og gi dem muligheten til å anvende denne forståelsen i praktiske situasjoner. Det er likevel forskning på fagfeltet som presenterer funn om at det er flere lærere som velger bort slik undervisning. I artikkelen til Randi Sølvik og Anne Glenna (2021) viser de blant annet til at flere lærere i den norske skolen nedprioriterer problemløsning. De konkluderer med at lærernes mulighet til å fremme dyp læring avhenger av deres evne til å bruke reflekterte og systematiske undervisningsmetoder som fokuserer på elevaktivering og problemløsning (Sølvik & Glenna, 2021, s. 363). I studiet viste det seg at dette er noe flere lærere ikke har mye erfaring med, og derfor trenger mer støtte og opplæring i.

I forskningen til Schoenfeld (1985, s. 50) finner vi flere likheter med det Skemp argumenterer for. Han løfter også frem viktigheten av det å utvikle en dypere forståelse i matematikk, slik at elevene på sikt kan bruke denne kunnskapen til å løse problemer på en effektiv måte. Videre beskriver Schoenfeld hvordan læreren her er nødt til å tilrettelegge for problemløsning i undervisningen, samt være bevisst i egen rolle på hvordan en skal hjelpe elevene til å utvikle den matematiske forståelsen. Eksempelvis trekker han frem at det å gi tilbakemeldinger som er rettet mot å fremme deres matematiske forståelse, vurdere deres ferdigheter, samt være oppmerksom på deres tankeprosesser, er viktige elementer i denne prosessen (1992, s. 354). Slik studien til Sølvik og Glenna fra 2021 viser, avhenger slik undervisningspraksis av en bevissthet og kunnskap hos læreren.

Det er her ideen vår om stillasbygging kommer inn. Stillasbygging handler om nettopp det å være bevisst i egen rolle som veileder og støttespiller for elevene, og aktivt vurdere og tilpasse undervisningen etter elevenes behov (Wood, Bruner & Ross, 1976, s. 91). Det er mye teori og forskning på problemløsning og stillasbygging hver for seg, og vi kan anta at de på hver sin måte bidrar positivt for elevenes utvikling (Skemp, 1976; Wood, Bruner & Ross, 1976; Schoenfeld, 1992). Hvordan dette iverksettes i sammenheng, er derimot noe vi finner mindre av. Dette gjorde oss nysgjerrige, og vekket en interesse som vi ønsket å undersøke nærmere gjennom forskningsspørsmålene

1. *«Hvordan erfarer tre lærere på ungdomstrinnet matematisk problemløsning i klasserommet?»*

2. *«Hvordan erfarer disse stillasbygging som metode for å assistere elevene i matematisk problemløsning?»*

## 1.3 Oppgavens struktur

Denne masteroppgaven deles inn i fem ulike kapitler. Til nå er oppgavens innledning og bakgrunn for valg av tema presentert, med utgangspunkt i forskningens mål og hensikt.

I kapittel 2 vil vi presentere det teoretiske rammeverket som er relevant for oppgaven. Vi vil beskrive relevante teorier og begreper, og hvordan de relaterer seg til forskningsspørsmålene. Vi vil også diskutere tidligere forskning på området og hvordan det påvirker vår tilnærming.

Kapittel 3 dreier seg om metode. Her presenterer vi hvilke metoder som ble brukt og bakgrunnen for valg av disse, for å samle inn data og analysere resultatene. Vi vil også beskrive utvalget, og hvordan dataene ble analysert.

Funn og resultater blir presentert i kapittel 4. Her trekker vi frem detaljerte beskrivelser og sitater fra hva som kom frem fra den kvalitative datainnsamlingen. Til slutt gir vi en kort oppsummering for å tydeliggjøre prosjektets største funn, samt diskuterer hvordan disse relaterer seg til forskningsspørsmålene.

I siste kapittel drøftes datainnsamlingens funn i lys av teori, hvor begge forskningsspørsmålene vil bli belyst gjennomgående i kapittelet. Oppgaven avsluttes ved at vi oppsummerer resultatene av prosjektet, og reflekterer rundt videre forskning på hvordan oppgaven kan bidra til å utvikle forskningsfeltet.

# 2 Presentasjon av teori

I dette kapittelet presenterer vi aktuell teori og forskning som er relevant for studiens tema, og for å belyse forskningsspørsmålene våre. Teorigrunnlaget tar utgangspunkt i teoretiske tradisjoner, der formålet er å gi en oversikt over eksisterende kunnskap, samt vise hvordan tidligere forskning og teorier kan brukes til å forstå forskningsspørsmålene i oppgaven.

Vi starter kapittelet med å presentere ulike teoretikeres perspektiver på problemløsning, og hvordan de fremstiller at betydningen av elevens oppfatning av matematikkfaget kan påvirke deres problemløsningsforståelse. Videre går vi i dybden på hva læreplanen sier om problemløsning, og hvordan elevenes matematiske forståelse har betydning for hvordan problemer forstås. Her blir blant annet Richard Skemp og Rittle-Johnson, Siegler og Alibali sentrale for hvordan vi presenterer elevenes relasjonelle og konseptuelle forståelse i forbindelse med matematikk. I siste del av kapittelet, rettes teoridelen inn mot lærerne og deres rolle i bruken av problemløsning. Her viser vi til tidligere forskning på fagfeltet, før vi til slutt legger frem begrepet stillasbygging, og hvordan prosjektets vitenskapsteoretiske posisjon og teoretiske rammeverk er rettet rundt dette.

## 2.1 Perspektiver på problem og problemløsning

Hva et problem er, har opp gjennom tiden blitt definert og diskutert av flere forfattere (Foshay & Kirkley, 2003, s. 3). I artikkelen «Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics» presenterer Schoenfeld (1992, s. 335) begrepene «problem» og «problemløsning» som omstridte. Her påpeker han blant annet to tolkninger av hva som menes med et matematisk problem, og foreslår på bakgrunn av dette ulike definisjoner som kan gi en mer presis forståelse av hva begrepet innebærer. Eksempelvis referer han til Webster's definisjon, som baserer seg på to deler (1979, s. 1434). Den første definisjonen fanger opp den tradisjonelle bruken av begrepet «problem» innen matematikkundervisning, som refererer til et oppgavesett som brukes som undervisningsverktøy, øvelsesoppgaver og mål for tilegnelse av matematiske ferdigheter. Oppgavesettene beskriver Schoenfeld videre at ofte blir forbundet med rutineøvelser som er utformet for å gi elevene øvelse på en bestemt matematisk teknikk som nettopp er blitt demonstrert for dem (1992, s. 337).

Den andre definisjonen av et problem har en mer åpen, utforskende og undersøkende tilnærming til matematiske problemer, der elevene blir bedt om å arbeide med en oppgave som ikke umiddelbart kan løses ved hjelp av kjente teknikker eller formler (Schoenfeld, 1992,

s. 337). Schoenfeld hevder videre at forståelsen slik den er presentert av Webster's første definisjon, er tradisjonell og utbredt. En typisk struktur på problemer forstått ut fra en slik definisjon er (1) oppgaven blir introdusert for å vise en teknikk, (2) teknikken illustreres og (3) flere oppgaver gis for å øve på den illustrerte teknikken (Schoenfeld, 1992, s. 338). I slike oppgavesamlinger kreves det ikke noen form for dypere utforskning, men derimot heller rutineøvelser lagt opp til å gi øvelse på en bestemt matematisk teknikk som nylig har blitt demonstrert for elevene (Schoenfeld, 1992, s. 338).

Schoenfeld (1989, s. 87) sin egen definisjon av et problem er motstridende med Webster sin definisjon, der han definerer et problem ut fra to kriterier om hvorvidt problemet oppleves som et problem for eleven:

a. «In which the student is interested and engaged and for which he wishes to obtain a resolution»
b. «For which the student does not have a readily accessible mathematical means by which to achieve that resolution»

Schoenfeld mener at den subjektive opplevelsen av en oppgave er avgjørende for funksjonen som et matematisk problem. Han hevder at det ikke er vanskelighetsgraden i seg selv som definerer en oppgave som et problem, men heller forholdet mellom individet og oppgaven. For det første må ikke eleven ha en umiddelbar tilgjengelig løsningsmetode. Dette medfører at et problem vil oppleves ulikt for elever, da elever besitter ulik bakgrunnskunnskap, selvreguleringsevne og kognitive ferdigheter. Det vil dermed ikke være mulig at én problemløsningsoppgave fungerer som et problem for alle elever (Schoenfeld, 1989, s. 88). Rutinepregede oppgaver der en kan følge spesifikke prosedyrer for å komme frem til svaret, står i et motsetningsfylt forhold til problemløsning. Webster sin definisjon av et problem vil dermed ikke kreve en problemløsningsprosess, da den relateres til mer rutinepregede oppgaver. Schoenfeld sin definisjon innebærer også at eleven må føle eierskap overfor oppgaven i form av interesse og engasjement for å finne en løsning. Her handler det altså om å engasjere seg i en oppgave der løsningsmetoden ikke er kjent på forhånd (Midgett & Eddins, 2001, s. 37).

Et problem i matematikken defineres av Blum og Niss (1991, s. 37) som et åpent spørsmål som utfordrer noen intellektuelt, der relevant metode ikke umiddelbart kan gjenkjennes for å løse problemet. Et problem skal være utfordrende for elevene å løse, ikke nødvendigvis regneteknisk, men intellektuelt, og løses ved mer komplekse prosesser og høyere kognitive krav. Hva som kreves for å løse et problem er det vi kaller problemløsning, som refererer til hele prosessen som kreves ved løsning av problemet. Problemløsning kan handle om hvilke essensielle psykologiske komponenter som kreves for å finne en relevant fremgangsmetode og strategi, hvilke hindringer vi ofte ser er i veien for elevers vellykkede problemløsningsevne, og hvordan elever kan lære å lære problemløsning (Blum & Niss, 1991, s. 38).

LK20 løfter frem «utforskning og problemløsning» som et av kjerneelementene i matematikkfaget. Dette kjerneelementet handler om at elevene lærer seg å utvikle metoder for å løse et problem de ikke kjenner fra før (Utdanningsdirektoratet, 2020). Overordnet del er også tydelig på at skolen skal bidra til at elevene reflekterer over egen læring. Gjennom problemløsning vil de reflektere over egen og andres læring, og videreutvikle en større bevissthet rundt egne læringsprosesser. «Elever som lærer å formulere spørsmål, søke svar, og uttrykke sin forståelse på ulike måter, vil gradvis kunne ta en aktiv rolle i egen læring og utvikling» (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 13).

I denne masteroppgaven bruker vi definisjonen til Schoenfeld (1989) og Blum og Niss (1991), som også samsvarer med LK20 sin fremstilling av begrepet, som utgangspunkt for vår tilnærming til et matematisk problem. Ser vi disse i lys av hverandre, er det tydelig at elevens oppfatninger, sosiale interaksjoner og ferdighetsnivå påvirker oppførselen når de prøver å løse et matematisk problem (Schoenfeld, 1983, s. 329). På bakgrunn av dette har Schoenfeld utarbeidet et rammeverk som presenterer individets atferd ved problemløsning. Dette rammeverket hjelper oss å forstå hva som kreves for å kunne være en god problemløser, og hvordan læreren kan vurdere elevenes presentasjonsevne på dette området. Videre presenterer vi derfor rammeverket «Beyond the purely cognitive» (Schoenfeld, 1983).

### 2.1.1 «Beyond the purely cognitive»

Ifølge Schoenfeld (1983, s. 329) kan problemløserens holdninger og oppfatninger av matematikk forklares av deres kognitive funksjoner. Disse funksjonene beskriver han i dette rammeverket som består av kategoriene «resources», «control» og «belief systems» (figur 1), som vi har oversatt til «taktisk kunnskap», «kontroll» og «oppfatning av matematikkfaget». Hver kategori beskriver underliggende mekanismer som påvirker en elevs atferd ved problemløsning i matematikk (Schoenfeld, 1983, s. 330). Vi gir videre en mer detaljert beskrivelse av figur 1.

BEYOND THE PURELY COGNITIVE 331

Category I: *Resources* (Knowledge possessed by the individual, that can be brought to bear on the problem at hand)

- Facts and algorithms
- Relevant competencies, including the use of routine procedures, "local" decision-making, and implementing "local" heuristics

Category II: *Control* (Selection and implementation of tactical resources)

- Monitoring
- Assessment
- Decision-making
- Conscious metacognitive acts

Category III: *Belief Systems* (Not necessarily conscious determinants of an individual's behavior)

- About self
- About the environment
- About the topic
- About mathematics

*Figur 1. Beyond the purely cognitive. Rammeverk av Schoenfeld (1983, s. 331).*

### *Taktisk kunnskap*

I denne modellen innebærer taktisk kunnskap en elevs matematiske algoritmiske prosedyrekunnskap, forståelse av generelle matematiske regler, men også heuristikk. Heuristikken handler om effektive fremgangsmåter og teknikker for å løse matematiske problemer, og hvordan en kan bruke kunnskapen som besittes mest mulig effektivt og nyttig (Schoenfeld, 1983, s. 332). Schoenfeld (1982, s. 31-32) beskriver heuristikk som en stor komponent for å drive med problemløsning. Likevel påpeker han at det har vært vanskelig å dokumentere rollen heuristikken har, da det for å løse problemer kreves komplekse ferdigheter i å bruke riktige fremgangsmetoder hensiktsmessig. Denne heuristikken inkluderer teknikker for å løse et problem, utarbeide en plan og gjennomføre og sjekke en løsning. Eksempler kan være å fokusere på det ukjente, tegne et diagram, eller jobbe baklengs.

Schoenfeld (1983, s. 288) understreker at heuristikken isolert sett ikke er noen ingen garanti for å mestre matematiske problemer. For det første må en problemløser besitte riktig kunnskap som kreves for å kunne løse oppgaven. Personer som ikke er kjent med strategiene fra før av, vil kunne få vanskeligheter med å implementere dem i praksis da de ikke er detaljert nok beskrevet. En elev kan ha riktig kunnskap, men likevel mangel på tilgang på kunnskapen til problemet. Dette kan handle om elevens manglende relasjonelle forståelse, og at elevene tilnærmer seg problemene på overflaten istedenfor i dybden.

### *Kontroll*

Denne kategorien omhandler elevens evne til å reflektere over egen læring, og å ta aktive valg for å forbedre den. Schoenfeld (1983, s. 333) refererer til forskning som antyder at selvregulering er en veldig viktig komponent i barns grad av hukommelse. Selvregulering beskrives som det å kunne: forutsi, sjekke, overvåke og koordinere kunnskap. Også elevens metakognitive ferdigheter bemerkes av Schoenfeld som viktig for elevens selvregulering. Det handler om at problemløseren skal være bevisst over sin egen tenkning. Kunnskap og erfaring om egne kognitive prosesser, og å aktivt overvåke og regulere egne tankeprosesser etter en konkret målsetting, er kjernen av metakognisjon (Flavell, 1976, s. 232). Tilstedeværelsen av slike metakognitive ferdigheter kan fremme effektiv problemløsning, mens mangel på slike ferdigheter kan føre til det motsatte, nemlig at problemløseren ikke lykkes med oppgaven.

Selv om metakognisjon er en viktig faktor ved problemløsning, er det likevel ingen enkel ferdighet å utvikle og lære bort. Lester (1994, s. 667-668) hevder at det er mye usikkerhet blant forskere på hvilken grad metakognisjon spiller en rolle ved problemløsning, men at det likevel er tre forskningsresultater det enes om i forskningen.

(1) Effektiv metakognitiv aktivitet ved problemløsning kreves ikke bare at en vet hva det vil si og når en skal overvåke egen problemløsning, men også hvordan. Det er likevel en vanskelig oppgave å lære elever hvordan de skal overvåke egen læring.

(2) Å lære elever å være oppmerksom på egen kognisjon og overvåke sin egen problemløsningsprosess burde skje når elevene lærer spesifikke matematiske temaer og konsepter. En generell innføring i metakognisjon vil gi elevene lite utbytte og er lite effektivt.

(3) Å utvikle gode metakognitive ferdigheter er ofte vanskelig, og vil for mange elever bety å bli klar over upassende tidligere metakognitiv adferd samtidig som dette avlæres.

Schoenfeld (1983, s. 345) beskriver en typisk handling som kjennetegner elever med lite kontroll og evne til selvregulering ved problemløsning, nemlig det han kaller «wild goose chase». Dette innebærer i praksis at elever gjetter på fremgangsmetoder og løsninger uten noen hensikt, eller ved å bruke relevant kunnskap. Han beskriver at denne tilnærmingen til problemer nesten alltid garanterer at man mislykkes, spesielt hvis eleven er lite erfaren med problemløsning. Videre fremhever han at hvis eleven skal lykkes med å løse problemer effektivt, er evnen til å vurdere sin egen kunnskap, samt bruke hensiktsmessige strategier som å forutse, sjekke, teste og koordinere kunnskap opp mot problemet, sentralt (1983, s. 335). Schoenfeld (1992, s. 357) peker likevel på utfordringer med å lære elever dette i praksis, da det krever mye tid og et vedvarende arbeid med elevenes metakognisjon. Videre handler det om å gi elevene riktig matematisk kontekst å arbeide med, samtidig tilby støtte og veiledning. Dette er en hårfin balanse å finne, og kan være svært krevende for en lærer.

***Oppfatning av matematikkfaget***

Elevers oppfatning av matematikkfaget er påvirket av hvordan de forstår og oppfatter emnet, og hvordan dette preger deres måte å forstå og delta i matematiske aktiviteter på (Schoenfeld, 1992, s. 358). Hvilken tilnærming en elev har til et problem, og om eleven mestrer problemet, påvirkes av elevens oppfatning av matematikkfaget (Schoenfeld, 2007, s 539). Lampert (1990, s. 31) beskriver at matematikk ofte er forbundet med sikkerhet og det å finne det riktige svaret så fort som mulig. Han skriver videre at slike antakelser om matematikk er formet av skolen, der matematikk i de fleste klasserom handler om å følge reglene og prosedyrene læreren har formidlet. Elever som opplever at matematikkens natur er raskest vei til rett svar, og at metoden som skal brukes alltid gis av lærer, kan få konsekvenser for elevenes syn på matematikk. Schoenfeld (1992, s. 359) har formulert syv typiske elevoppfatninger om matematikkens natur:

(1) Matematiske problemer har bare ett riktig svar

(2) Det er kun én riktig måte å løse et problem på, som oftest ved hjelp av den regelen læreren har demonstrert

(3) Vanlige elever kan ikke forvente å forstå matematikk; men skal lære matematikk mekanisk, uten å forstå det

(4) Matematikk er en individuell aktivitet

(5) Elevene må klare å løse problemer på fem minutter eller mindre dersom de har forstått matematikken de har studert

(6) Matematikk har lite eller ingenting å gjøre med den virkelige verden

(7) Formelle bevis er irrelevante

Dersom elever har slike oppfatninger av faget, kan det få konsekvenser for hvordan de løser problemer (Schoenfeld, 1992, s. 243). De lærer å akseptere en passiv rolle, og oppfatter deres rolle som å memorere allerede utarbeidede formler og regler fra matematikere. I lengden kan dette bidra til at de bevisst bare følger gitte metoder når de skal gå frem og løse et problem. Et viktig poeng når det gjelder elevers oppfatning av matematikkfaget, er at lærerens oppfatning er av betydning. Schoenfeld (1992, s. 359) skriver at det er læreren som har ansvar for å skape en åpen og meningsfull klasseromskultur som skal gi elevene trygghet til å utforske og sikre elevene friheten til å stille spørsmål.

Selv om læreren har et ansvar for en god klasseromskultur, viser Schoenfeld (1992, s. 360) at elevene også påvirkes av foreldrenes syn på familiens matematikkferdigheter. Han beskriver at dersom foreldrene har et syn på matematikk som en medfødt evne, der det har vært en tradisjon i familien med dårlig prestasjon i matematikk, er sannsynligheten betraktelig mindre for at eleven har tro på egne matematikkferdigheter. Schoenfeld konkluderer med at enten man anerkjenner det eller ikke, former syn på og oppfatning av faget matematisk atferd.

## 2.2 Matematisk forståelse

I forrige kapittel skrev vi blant annet om viktigheten av å utvikle kunnskap og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i matematikk. Skemp (1976) utdyper dette i sin artikkel «Relational understanding and instrumental understanding», der han skiller mellom to ulike betydninger av begrepet forståelse, nemlig instrumentell og relasjonell forståelse. Andre forståelsesteoretikerne som Schoenfeld (1992) og Rittle-Johnson, Siegler og Alibali (2001) presenterer begrepene konseptuell forståelse og prosedyrekunnskap, som også belyser dette temaet. Vi skal videre i dette kapittelet redegjøre for disse begrepene og betydningen de har i problemløsning.

### 2.2.1 Relasjonell og instrumentell forståelse

I forbindelse med problemløsning har alle elever en kunnskapsbase som legger grunnlaget for hvordan problemer forstås. Skemp (1976, s. 89) skiller i den forbindelse mellom begrepene relasjonell og instrumentell forståelse.

Relasjonell forståelse handler om å vite hvordan en kan løse en oppgave, men også ha forståelse for hvorfor den kan løses slik. Algoritmen for å regne arealet av en trekant kan enkelt brukes, men hvis en elev ikke har forståelse for hvorfor man må halvere i utregningen, kan en si at forståelsen er instrumentell. Slik forståelse handler om å mestre spesifikke oppgaver, men likevel ikke kunne forklare hvorfor en løser oppgaven slik. Å ha en forståelse for bakenforliggende årsaker til ulike utregninger, kan være nyttig i en rekke situasjoner. I byggebransjen må en for eksempel ha forståelse for geometriske figurer for å beregne materialer og dimensjoner. Schoenfeld (1992, s. 350) argumenterer for at det er elevens forståelse som spiller en viktig rolle for hvilken prosedyre som brukes. Eksempelvis vil elever som bruker en formel gitt av læreren til å beregne arealet av en trekant, ha begrenset forståelse av hva arealet faktisk representerer. Elever som på en annen side bruker visuelle metoder for å dele trekanten i mindre figurer, og beregner arealet ved hjelp av disse, kan man anta får en mer relasjonell forståelse.

Det å kunne relatere en metode som er relevant for ett type problem til en annen kontekst, viser relasjonell forståelse. Å memorere en metode for å løse et problem, medfører at eleven tror at en må lære en ny metode for neste problem. Selv om å oppnå en relasjonell forståelse er en mer tidkrevende prosess som krever større innsats, er det lettere å huske hvis forståelsen er relasjonell (Skemp, 1976, s. 10). Skemp beskriver videre at relasjonell forståelse består av å bygge skjema, altså konseptuelle strukturer. Jo mer fullstendig en elevs skjema er, jo mer selvtillit vil eleven ha overfor egen evne til å finne nye måter for å komme frem til svaret. Økt tro på egen evne vil også føre til at eleven mer selvstendig vil angripe oppgaven, istedenfor å gjøre seg avhengig av lærerstøtte. Sett i lys av Schoenfelds kategori «oppfatning av matematikkfaget», vil elevenes tro på egen evne til å løse problemer selvstendig, samt syn på matematikk som et fag med sammenhenger framfor separerte regler, påvirkes av hvorvidt elevene lærer relasjonelt eller instrumentelt.

Til tross for at det er mange fordeler med å ha relasjonell forståelse, er det likevel mange lærere som velger å lære bort instrumentelt. Skemp (1976, s. 8) gir noen argumenter for hvorfor noen lærere velger å lære bort instrumentelt, nemlig (1) Å lære bort relasjonelt tar for lang tid å oppnå, og elevene trenger bare å kunne spesifikke teknikker. (2) Å lære bort relasjonelt i et spesifikt tema er for krevende for elevene, men de må ha kunnskapen for å oppfylle læreplanen. (3) Kunnskapen om temaet må læres for å brukes i andre fag, før det er tid for å lære relasjonelt i matematikk. (4) De andre lærerne på skolen lærer bort instrumentelt. Argumentene Skemp presenterer her kan gi noen gode forklaringer på hvorfor enkelte lærere velger å lære bort instrumentelt. For det første kan det være tilfeller der instrumentell undervisning er den eneste tilnærmingen. Skolehverdagen er hektisk, og det vil for eksempel være situasjoner der det er for lite tid til å lære bort relasjonelt, eller der elevene ikke har tilstrekkelig med forhåndskunnskap til å forstå den relasjonelle tilnærmingen. I slike situasjoner kan instrumentell læring derfor være en nødvendig og effektiv tilnærming. For det andre er det store variasjoner i en klasse, og for å tilpasse de enkeltes behov best mulig, kan det være situasjoner der instrumentell undervisning er den mest hensiktsmessige for enkelte elever. Samtidig er Skemp (1976, s. 15) tydelig på at det er den relasjonelle tilnærmingen som egner seg best i lengden for elevenes læring og utvikling.

### 2.2.2 Konseptuell forståelse og prosedyrekunnskap

I matematisk problemløsning er det å kunne relatere en metode som er relevant for ett type problem, til en annen kontekst eller type problem, viktig. Som Schoenfeld (1992, s. 351) påpeker, vil en relasjonell forståelse for et matematisk konsept gi mulighet til å løse mer komplekse problemer. Målet med den matematiske kunnskapen er at den skal kunne anvendes bredt, og i den forbindelse blir også begrepet konseptuell forståelse relevant. I likhet med relasjonell forståelse vil en konseptuell forståelse være forståelse for hvorfor for eksempel en utregning brukes, ikke bare hvordan. Da matematiske problemer ofte er sammensatte, og krever kompetanse innenfor ulike konsepter, er den konseptuelle forståelsen spesielt sentral for å se sammenhenger mellom matematiske konsepter (Rittle-Johnson, Siegler & Alibali, 2001, s. 346).

Å utvikle en konseptuell forståelse handler ifølge Rittle-Johnson et al. (2001, 346-347) om å sammenkoble matematiske konsepter, slik at det matematiske konseptet ikke bare forstås isolert, men kobles til nye problemer og strategier. I den sammenheng presenterer de også prosedyrekunnskap, som er en annen type kunnskap barn tilegner seg i løpet av skolegangen. Prosedyrekunnskap defineres som den kunnskapen en har om ulike matematiske prosedyrer, og evnen til å kunne bruke disse i ulike problemer på en nøyaktig og hensiktsmessig måte. Elever med prosedyrekunnskap har altså lært seg bestemte instrukser, og vet hvordan de kan starte på oppgaven for å kunne komme frem til et svar.

Tidlig i artikkelen fra 2001 presenterer de at korrekt problemrepresentasjon er nødvendig for å utvikle den konseptuelle forståelsen. I møtet med et nytt matematisk problem, redefinerer vi problemet i representasjoner (Rittle-Johnson et al., 2001, s. 348). Det å derimot forme *korrekte* problemrepresentasjoner, beskriver Rittle-Johnson et al. at krever både konseptuell forståelse og prosedyrekunnskap. Videre peker Rittle-johnson et al. på at de to forståelsestypene påvirker hverandre refleksivt. Med en konseptuell forståelse økes også prosedyrekunnskapen ved å forbedre evnen til å velge relevante prosedyrer og tilpasse kjente prosedyrer til nye problemer. På samme måte kan prosedyrekunnskap hjelpe oss å forstå konsepter bedre, oppdage misforståelser, og bli klar over hvorfor noen prosedyrer fungerer eller ikke. Eleven kan altså ikke utvikle sin konseptuelle forståelse uten å kjenne til prosedyrene til et gitt problem. Eleven er derimot nødt til å bruke og relatere informasjonen de har fått, for så å oppdage den matematiske konteksten problemet står i. For å kunne tilrettelegge for et slikt matematisk tankesett blir derfor lærerens rolle essensiell. Boaler og Brodie (2004, s. 774) beskriver blant annet at lærerens evne til å kunne stille gode spørsmål er nødvendig for å skape et en slik selvstendighet hos eleven. I studiet til Rittle-Johnson et al. (2001, s. 360) kom det derfor tydelig frem at prosedyrekunnskap og konseptuell forståelse er nødt til å ses i sammenheng.

Elever som klarer å se sammenhengen mellom flere matematiske prinsipper, samt bruke det i praksis innenfor flere felt, vil kunne se helheten i matematikken (National Research Council & Mathematics Learning Study Committee, 2001, s. 118). Også Skemp (1976, s. 10) beskriver hvordan den relasjonelle forståelsen bidrar til å kunne overføre kunnskap til nye kontekster eller problemer, der både en relasjonell og konseptuell forståelse er grunnleggende for en helhetlig matematikkforståelse.

## 2.3 Problemløsning i klasserommet

### 2.3.1 Nødvendig kunnskap for å lære bort problemløsning

På bakgrunn av forskning hevder Chapman (2015, s. 19) at læreren må ha bred kunnskap om problemløsning, for å kunne lære det bort. Han fremhever at de må være dyktige i valg og utforming av matematiske problemer for å best mulig støtte elevenes problemløsningsferdigheter. Ball, Thames og Phelps (2008, s. 394) argumenterer også for at en lærers generelle matematiske kunnskap ikke fullt utgjør den kunnskapen og de ferdighetene som trengs for god problemløsning. Hva en slik kunnskap innebærer i praksis kan det være ulike perspektiver på. Chapman (2015, s. 22-29) fremhever likevel noen kompetanser læreren bør besitte for å lære bort problemløsning, nemlig *kunnskap om problemer, kunnskap om problemløsning, kunnskap om å utforme problemer, kunnskap om elevene som problemløsere, kunnskap om instruksjon av problemløsning, og kunnskap om elevers syn på problemløsning.* For å beskrive disse kompetansene, kan vi se noen av de i lys av Schoenfelds (1983) rammeverk; «taktisk kunnskap», «kontroll» og «oppfatning av matematikkfaget», som på en annen side beskriver elevenes grunnleggende kompetanse for å mestre problemløsning.

***Kunnskap om problemer***

Kunnskap om problemer handler om hvilken oppfatning læreren har av hva et problem er. Som beskrevet under kapittel 2.1 «perspektiver på problem og problemløsning», finnes det ulike definisjoner av hva et problem faktisk innebærer. I likhet med Schoenfeld (1989, s. 87) argumenterer Chapman for at et problem skal være en oppgave der eleven ikke har en umiddelbar fremgangsmåte, samtidig som elevens interesse er fanget. På en annen side er definisjonen i Webster (1979, s. 1434) relatert til en mer tradisjonell forståelse av problemer som et øvelsesverktøy. Ifølge Chapman (2015, s. 22) er det nødvendig at læreren er av den oppfatningen Schoenfeld og han selv har av et problem. Lester (1994, s. 666) hevder at elevene i stor grad vil påvirkes av lærerens syn på matematikk, og lærerens syn derfor kan ses i sammenheng med Schoenfelds kompetanse «oppfatning av faget». Hvilken oppfatning læreren har, vil også få konsekvenser for hvordan og hvilke problemer som brukes i undervisning.

***Kunnskap om problemløsning***

Videre omhandler kunnskap om problemløsning lærerens eget repertoar av strategier for å identifisere elevenes ulike tilnærminger til problemer. Basert på tidligere forskning legger Chapman frem ulike begrensninger som er typisk for læreres kunnskap om problemløsning (2015, s. 25). For det første er en begrensning at lærere har som preferanse å jobbe med et smalt utvalg strategier når de forholder seg til matematiske problemer, dette til tross for at strategiene er lite hensiktsmessig og effektive. Leikiin (2003, referert i Chapman, 2015, s. 25) hevder også at lærere ofte kobler en stereotypisk løsning til problemer, som medfører at løsningen ofte blir algoritmisk. En konsekvens av dette kan være at elevene ikke får den veiledningen som trengs for å oppmuntre til bruk av ulike strategier og utforsking av oppgaven. Lærerens kompetanse innenfor problemløsning er derfor helt sentral for å tolke elevenes forskjellige, og noen ganger uvanlige framgangsmåter og løsningsforslag, men også for å styrke elevenes «taktiske kunnskap» i møte med problemløsningsoppgaver.

***Kunnskap om å utforme problemer***

Chapman (2015, s. 26) referer til det å kunne utvikle matematiske problemer, men også omformulere gitte problemer, som viktig kunnskap en lærer må besitte. Han bruker begrepet «problem posing» om denne type kunnskap, som vi oversetter som «kunnskap om å utforme problemer». Dette kan brukes for å støtte elevene i problemløsningen ved å for eksempel omformulere problemene slik at de blir mer meningsfulle for elevene. Det kan også handle om det å finne de riktige problemene som åpner for å kunne bruke et bredt utvalg strategier og fremgangsmåter, og som ikke er for førende eller lukket. Chapman (2015, s. 27) hevder på bakgrunn av forskning at kunnskap om å utforme problemer kan bidra til å forbedre elevenes problemløsningsferdigheter, fremme kreativ tenkning, og forbedre elevenes holdninger og selvtillit ved problemløsning.

### *Kunnskap om elevene som problemløsere*

Kunnskap om elevene som problemløsere er en viktig kompetanse, men likevel ofte omtalt som den mest utfordrende oppgaven en lærer møter (Washburne & Osborne, 1926, s. 222). Å finne årsaken til at en elev ikke mestrer et problem er komplekst, og kan avhenge av mange faktorer. Istedenfor å bare identifisere hva som kjennetegner en elev som opplever vanskeligheter med problemløsning, er det viktig å ha kunnskap om hva som kjennetegner en god problemløser. Silver og Thompson (1984, s. 535-536) har utarbeidet en lang liste over slike kjennetegn, derav evnen til å forstå strukturen av problemer og evnen til å visualisere og se viktige sammenhenger mellom matematiske konsepter. Også å kunne generalisere matematiske konsepter og gjenkjenne konseptene ved nye problemer, kjennetegner en god problemløser. Sett i lys av Schoenfelds rammeverk er det en mulig sammenheng mellom «taktisk kunnskap» og det Silver og Thompson beskriver som evnen til å forstå strukturen av problemet og se sammenhenger, men også visualisere problemet.

Videre beskriver Silver og Thompson elevens evne til å være fleksibibel i de mentale prosesser under problemløsningen. Schoenfelds «kontroll» handler også om nettopp dette, nemlig overvåke og regulere sine egne mentale prosesser. Et annet poeng Silver og Thompson påpeker er at gode problemløsere ofte behandler informasjon i problemet effektivt, hensiktsmessig og med selvtillit (1984, s. 536). Selvtillit på at en kan løse problemet, kan ha betydning for om eleven viser utholdenhet i problemløsningen. Problemløsning krever nemlig en større grad av prøving og feiling sammenlignet med tradisjonelle øvingsoppgaver i matematikk. Som Schoenfeld (1992, s. 359) beskriver har læreren et ansvar for en klasseromskultur der elevene kan stille spørsmål og utforske, noe som står i motsetning til målet om å forstå matematikk individuelt og raskest mulig. Ved at lærer besitter kunnskap om elevenes problemløsningsferdigheter, samt hva som kjennetegner en god problemløser, kan dette gi en indikasjon på hvilke områder eleven trenger ekstra støtte i problemløsningen (Chapman, 2015, s. 28).

### *Kunnskap om instruksjon av problemløsning*

Burns og Lash (1988, s. 378) beskriver en typisk fremgangsmåte for å lære elever problemløsning, nemlig vise elevene hvordan man løser et typisk matematisk problem, og videre la elevene løse liknende problemer. Chapman (2015, s. 29) skriver at tidlig forskning på problemløsning viser at en slik metode verken bidrar til å utvikle elevenes problemløsningsferdigheter eller hjelper elevene forbi typiske utfordringer de har. Sett i sammenheng med definisjonen av hva et «problem» er under kapittel 2.1 strider også en slik tilnærming mot kjernen av å bruke matematiske problemer i undervisning, nemlig at de skal utforskes av elevene. Helt sentralt for å hjelpe elevene til å bli gode problemløsere er å veilede de underveis. En slik støtte kjennetegnes ved at læreren til enhver tid må tolke hvordan elevene ligger an med problemet, og videre gi den hjelpen de trenger for å komme seg videre. Å hjelpe elevene videre er en hårfin balanse, da det er viktig at elevene beholder eierskapet over strategiene som brukes. Instruksjon som i stor grad virker ledende vil dermed være begrensende. Samtidig skriver Chapman (2015, s. 30) at lærere noen ganger opplever å ikke vite svaret på et problem elevene arbeider med. I slike situasjoner er det spesielt viktig at lærer likevel klarer å veilede elevene til å utforske, framfor å forsøke å løse hele problemet med eleven. Sett i lys av Schoenfelds (1989) definisjon under kapittel 2.1, skal eleven oppleve eierskap over problemet. Hvilken tilnærming læreren har under veiledning kan få konsekvenser for om elevene opplever akkurat dette.

***Kunnskap om elevers syn på problemløsning***

Til slutt beskriver Chapman (2015, s. 30) «affective factors and beliefs», som vi oversatte til elevers syn på problemløsning. Sett i lys av rammeverket til Schoenfeld handler dette om mye av det samme som «oppfatning av matematikkfaget». Silver og Thompson (1984, s. 537) forklarer at elevenes syn på problemløsning preges av faktorer som motivasjon, interesse, selvtillit, stress og utholdenhet. Fra et lærerperspektiv er det viktig at lærer har kunnskap om elevers forhold til problemløsning, spesielt hvordan lærerens egne holdninger preger elevers oppfatning. Kunnskap om disse faktorene er også viktig for at lærer skal ha mulighet til å støtte elevene på de riktige områdene. Stage og Kloosterman (1992, s. 113) skriver at elevens mestring av problemløsning avhenger av troen på at de kan løse problemer som er tidkrevende, evnen til å se verdien av å bruke tid på begrepsforståelse, at tekstoppgaver er en viktig del av matematikken, og at med innsats vil de bli flinkere. I kontrast til dette står Schoenfelds (1992, s. 359) typiske elevoppfatninger om matematikkens natur, blant annet oppfatningen om at elever som forstår matematikken bør kunne løse et problem i løpet av fem minutter eller mindre.

### 2.3.2 En god problemløser

Lester (1994) beskriver hva som kjennetegner gode problemløsere. For det første kjennetegnes en god problemløser med å ha en omfattende og organisert kunnskap og derav økt bevissthet rundt egne styrker og svakheter. Også evnen til å overvåke og regulere egen problemløsning ved å identifisere mønstre og utvikle effektive løsningsstrategier, trekkes frem som sentralt. Videre beskriver Lester at det kan være nyttig å sammenlikne atferden til hvordan eksperter og nybegynnere møter problemløsningsoppgaver for å identifisere en god problemløser. På den andre siden advarer Lesh (1985, referert i Lester, 1994, s. 665) mot akkurat dette, da det å identifisere måten eksperter løser problemer på, kan resultere i at man vil forsøke å lære nybegynnere det samme på kortest mulig tid. Dette kan blant annet føre til uønskede resultater, da problemløsningsprosessen og heuristikker er nødt til å utvikles sakte over tid.

Det finnes mye forskning på hvordan elever lærer å løse problemer og hvordan problemløsning kan undervises. For å oppsummere noen hovedpoeng Lester (1994, s. 665) mener skiller seg spesielt ut i forskningen har han presentert noen viktige resultater. For at elever skal bli flinkere problemløsere er det helt essensielt at elevene løser mange problemer. Dette vil ikke skje over et par matematikkøkter, men gjennom en langvarig prosess med mye problemløsning. Slik vil elevene sakte utvikle en bedre forståelse. Han beskriver likevel at det kan være problematisk for en lærer å opprettholde sin rolle som overvåker, tilrettelegger og klasseleder i møte med det virkelige klasserommet, spesielt hvis elevene har problemer med det grunnleggende fagstoffet (Lester, Garofalo & Kroll, 1989, refert i Schoenfeld 1992, s. 357)

Et annet poeng han utmerker seg er at elevene må få inntrykk av at læreren har tro på problemløsning for at de skal få noe ut av undervisningen. Videre skriver han at de fleste elever vil utvikle bedre evne til problemløsning hvis læreren gir en systematisk planlagt undervisning og instruksjoner underveis. Det er i den sammenheng relevant å reflektere over hvordan læreren kan veilede elevene og tilpasse undervisningen for å tilrettelegge for god problemløsning i klasserommet. I neste delkapittel vil vi derfor introdusere begrepet stillasbygging, som handler om nettopp denne veiledningen.

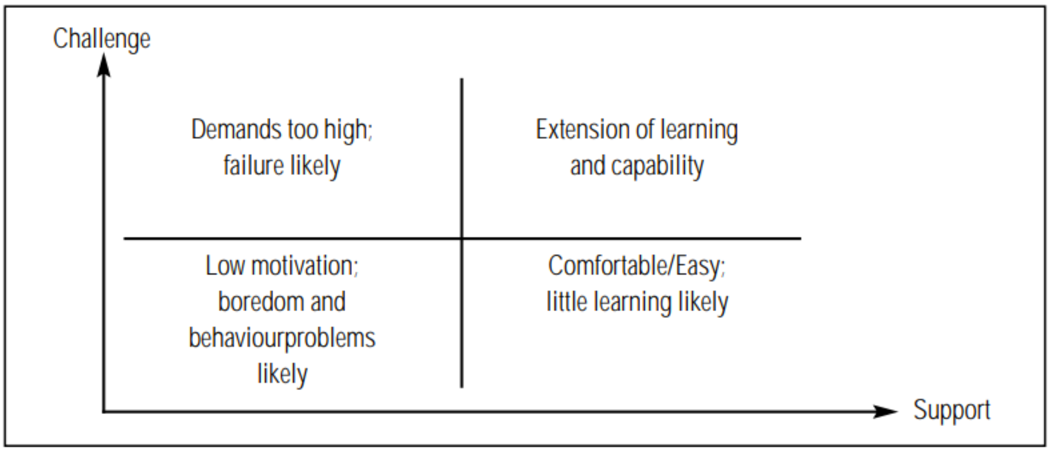
## 2.4 Stillasbygging

Hensikten med vårt andre forskningsspørsmål er å undersøke hvilke erfaringer lærerne har med stillasbygging i matematikk. Som vi ser i de foregående delkapitlene om matematisk problemløsning, både krever og fremmer dette en relasjonell forståelse for matematiske konsepter. Problemløsning kan ofte oppleves som mer virkelighetsnært og meningsfullt enn oppgavedrilling, og er en del av kjerneelementene i matematikk i LK20. Til tross for viktigheten av problemløsning, viser forskning vi har presentert, at elever har ulike utfordringer med dette. Disse utfordringene kan ofte knyttes til de underliggende mekanismene; «taktisk kunnskap», «kontroll», og «oppfatning av matematikkfaget». Det kan være utfordrende for lærere å plukke riktige problemer, assistere og veilede elevene underveis, og vite hvordan en kan tilrettelegge for god problemløsning.

I den sammenheng kan begrepet «scaffolding» som Wood, Bruner og Ross (1976, s. 90) presenterer, oversatt til «stillasbygging» på norsk, være relevant. Begrepet brukes for å forklare et barns behov for assistanse og støtte i en sosial læringskontekst. I begrepet legger de at lærer skal assistere eleven for å utvikle videre forståelse forbi elevens potensiale uten hjelp. Slik veiledning krever at lærer støtter elever gjennom problemer ved hjelp av ulike teknikker, og forutsetter at lærer besitter bred kunnskap om blant annet problemløsnings-instruksjon og elevene som problemløsere, slik Chapman (2015) beskriver.

Hammond og Gibbons (2005) refererer til Vygotsky (1978) sitt utsagn om at god læring finner sted hvis man utfordres forbi egen forståelse og utvikling. Målet med stillasbygging er da at elevene skal bli mer selvstendig i arbeidet sitt og lære seg hvordan de kan tenke og gå frem med ulike problemer. Dette handler i midlertidig ikke om at eleven til enhver tid skal vite hva som skal gjøres når, eller alltid hvordan et problem skal løses, men i større grad om at eleven skal forbedre sin mulighet til selvregulering i egen læring. Dermed vil eleven kunne bruke nye ferdigheter og kunnskap i ulike kontekster (Hammond & Gibbons, 2005, s. 10). Det Hammond og Gibbons beskriver her kan kobles direkte med Schoenfelds beskrivelse av taktisk kunnskap og kontroll, som handler om nettopp den konseptuelle kunnskapen, og elevens evne til selvregulering.

Hammond og Gibbons (2005, s. 9) har videreutviklet Mariani (1997) sitt rammeverk som omhandler konsekvensene av ulike kombinasjoner av høy og lav lærerstøtte, og utfordring i klasserommet. Kort oppsummert beskriver han at elevene opplever frustrasjon, usikkerhet og angst i læringskontekster der det er høy utfordring, men utilstrekkelig eller lite støtte. En slik kontekst resulterer sannsynligvis i at eleven mislykkes med problemet. Videre vil lite utfordring og lav støtte føre til umotiverte elever, der lite læring tar plass. Der utfordringen er lav, men støtten høy vil elevene trives, men sannsynligvis ikke lære så mye. Siste kombinasjon vil da være at både utfordring og lærerstøtte er høy, og det er ved slike tilfeller at mest læring finner sted.




*Figur 2. Rammeverk av læringskontekster (Mariani, 1997). Teacher support and teacher challenge in promoting learner autonomy. Hentet fra Hammond & Gibbons (2005, s. 9)*

### 2.4.1 Den proksimale utviklingssone

Teorien om elevenes proksimale utviklingssone er svært relevant innen stillasbygging. Ifølge Vygotsky (1978, s. 88) kan man definere den proksimale utviklingssonen som avstanden mellom elevens faktiske utviklingsnivå (bestemt av evnen til individuell problemløsning) og potensielle utviklingsnivå (bestemt av evnen til problemløsning med veiledning fra en voksen eller i samarbeid med mer kompetente medelever). Poenget med den proksimale utviklingssonen er at elevene skal bli utfordret innenfor denne sonen, for å utvide sin nåværende kunnskap og forståelse. Læreren spiller da en viktig rolle som en medierende hjelper, slik at elevene ikke blir sittende fast med en utfordring som er utenfor deres evner.

Selv om læreren har ansvar for å utfordre elevene utenfor deres nåværende kompetanse, påpeker Hammond og Gibbons (2005, s. 13) at elevenes egne interesser og mål også må tas hensyn til. Det er derfor viktig å finne riktig mål for læringen som både er utenfor elevens nåværende kompetanse, og der elevens egne mål er tatt i betraktning. I praksis betyr ikke dette at eleven skal jobbe med fagstoff som er langt utenfor deres evner. Gjennom tilpasning etter elevens nivå, og ved å tilby hensiktsmessig tempo og rekkefølge, skal eleven stimuleres til å utvide sitt nåværende nivå (Hammond & Gibbons, 2005, s. 13). Målet med å assistere eleven gjennom stillasbygging er ikke bare at eleven skal mestre problemer som er utenfor egen kompetanse, men også å oppnå en kompetanseutvikling som overgår elevens uassisterte kompetanse.

### 2.4.2 Ledende og utforskende veiledning

Da formålet med problemløsning er at elevene skal lære å se sammenhenger mellom matematiske konsepter, kan vi knytte problemløsning til sosialkonstruktivistisk læringsteori. Slik læringsteori i matematisk kontekst handler om at elevene aktivt konstruerer mening når de deltar på mer omfattende måter å gjennomføre matematiske praksiser (Cobb, Yackel og McClain, 2000 s. 21). En sosialkonstruktivistisk tilnærming til matematikkundervisningen skiller seg fra den tradisjonelle matematikkundervisningen, da lærerens rolle går fra å «vise og fortelle» til å være en mer responspreget veiledning. Målet med en slik veiledning er at elevenes egen tenkning skal utvikles selvstendig (Anghileri, 2006, s. 3). En responspreget veiledning åpner ikke nødvendigvis for at elevene fritt utforsker egne strategier. Wood (1994, s. 155) skriver nemlig om to forskjellige former for interaksjoner lærer har med eleven i forsøket på å assistere eleven.

Det første interaksjonsmønsteret kaller han for «the funnel pattern», som vi velger å oversette til «ledende veiledning». Dette interaksjonsmønsteret preges av at læreren stiller ledende spørsmål i retning av en forhåndsbestemt løsningsmetode. Konsekvensen av dette er at eleven bare trenger å frembringe overfladiske prosedyrer, framfor meningsfulle strategier som utvikler den relasjonelle forståelsen. Han foreslår en annen type interaksjon han kaller for «focusing pattern», som vi oversetter til «utforskende veiledning». Dette interaksjonsmønsteret handler i større grad om å veilede eleven mot de mer kritiske aspektene ved problemet, og deretter snu diskusjonen tilbake. Ansvaret for å løse problemet ligger da i større grad hos eleven, og låser ikke eleven mot en bestemt løsningsmetode. Utforskende veiledning er mer relevant ved stillasbygging, da slik interaksjon i større grad bidrar til å selvstendiggjøre eleven til å bruke egenvalgte strategier. En utforskende veiledning innebærer også ifølge Askew og Wiliam (1995, referert i Anghileri, 2006, s. 11) at læring forbedres der feil og misoppfatninger avdekkes og diskuteres.

### 2.4.3 Stillasbyggingens nivåer

Stillasbygging er ikke et enkelt prosjekt å bedrive. Tilfeldige tilbakemeldinger eller overdrevent rettledede responser kan her virke mot sin hensikt. Wood et al. (1976, s. 98) har utformet seks fundamentale funksjoner stillasbygging har. Disse generelle funksjonene utformet de på bakgrunn av en studie med barn i alderen 3-5 år som skulle lære om tredimensjonalitet.

(1) Verve elevens interesse og overholdelse av kravene til oppgaven
(2) Reduksjon i frihet; forenkling av oppgaven slik at lærerens tilbakemelding kan reguleres til riktig nivå
(3) Opprettholdelse av eleven på veien mot riktig mål
(4) Bekrefte tanker, og avkrefte noen ekskurser
(5) Respondere på elevens følelsesmessige ståsted overfor oppgaven
(6) Modellere situasjonen

Anghileri (2006, s. 7-12) har på bakgrunn av disse utarbeidet tre nivåer for implementering av stillasbygging i skolen. Nivåene er rettet mot matematikkundervisning, og utgjør en rekke effektive strategier for stillasbygging i klasserommet.

På *nivå 1* presenterer Anghileri en type stillasbygging som ofte ikke er anerkjent som stillasbygging, men som hun hevder på bakgrunn av annen forskning har en betydelig innvirkning på elevenes læring. Dette nivået handler ikke om den eksplisitte interaksjonen mellom lærer og elev, men i større grad om miljømessige forutsetninger i klasserommet. De miljømessige forutsetningene kan innebære klasserommets utseende, altså gjenstander som veggdiagrammer, puslespill eller måleapparater. Miljømessige forutsetninger kan også innebære klasseromsorganiseringen, hva og hvordan læreren legger opp undervisningsaktivitetene, som for eksempel ved å tilrettelegge for elevsamarbeid i problemløsning. Light og Littleton (1999, s. 91) påpeker at det er store fordeler med jevnaldrende samarbeid, og beskriver dette som en samkonstruksjon av forståelse. Denne formen for stillasbygging krever ikke direkte interaksjon mellom lærer og elev, men en mer overordnet tilbakemelding fra lærer for å motivere og anerkjenne elevenes samarbeid. Der er viktig å bemerke seg at interaksjonene som forekommer ikke er direkte relatert til matematikken som skal læres, men oppmuntring, oppmerksomhet og bemerkninger til elevenes arbeidsprosess (Anghileri, 2006, s. 7).

På *nivå 2* er lærerens rolle som medierende hjelper rettet mot direkte interaksjoner mellom lærer og elev. Det er spesielt tre oppgaver lærer har i den forbindelse; nemlig forklare, gjennomgå og rekonstruere elevens forståelse. Sett i sammenheng med Wood (1994, s. 155) sine begreper for interaksjon, *ledende veiledning* og *utforskende veiledning*, beskriver Anghileri (2006, s. 7) at lærerens forklarende rolle kan ses i sammenheng med ledende veiledning. Dette er ofte den tradisjonelle måten å lære elevene nye matematiske temaer, men konsekvensen av denne formen for interaksjon i matematikk er at elevenes tenkning begrenses. Samtalen med elevene blir kontrollert og strukturert, slik at eleven får problemer med å sammenkoble forskjellige ideer. I slike tilfeller blir elevenes bidrag i liten grad brukt. Anghileri (2006, s. 8) presenterer et alternativ for slik strukturert forklaring, nemlig en gjennomgang som tilrettelegger og retter elevenes oppmerksomhet mot relevante aspekter ved det matematiske temaet. Slik interaksjon kan kjennetegnes som å oppmuntre elevene til å se og formulere det de tenker og ser. Dette kan handle om å tolke og reformulere elevenes innspill og handlinger, og generelt få elevene til å forklare og begrunne egne tankemønstre. Læreren er nødt til å ha høye forventninger til elevene, samt være bevisst i hvilke valg som tas, slik at problemene elevene møter på er kognitivt utfordrende (Angheleri, 2006, s. 8).

Det kan være krevende å koble sammenhenger og identifisere ulike aspekter og matematiske ideer i problemet som skal løses. En særlig utfordring er at lærerne stiller ledende spørsmål etter en forhåndsbestemt løsningsmetode, slik Wood (1976, s. 98) presenterer. Som et svar på dette presenterer Anghileri en annen tilnærming, nemlig å få elevene til å verbalisere det de tenker og ser. Læreren må også tolke elevenes handlinger, og samtale om det ved hjelp av å bruke undersøkende og konstruktive spørsmål. Også å invitere elevene til å undersøke og modellere virkeligheten i problemet, samt forsvare og argumentere for løsningsmetoden sin, er sentralt i en utforskende veiledning. Anghileri beskriver videre at det er viktig å bevisstgjøre lærerne på slike interaksjoner for at elevene skal få mulighet til å utvikle egne tanker og resonnementer. Ikke bare styrker det elevens selvstendighet i matematikk, men også deres selvtillit og uavhengighet i læring.

Som beskrevet under delkapittel 2.2.2 handler konseptuell tenkning om å sammenkoble matematiske konsepter. På *nivå 3* er det utviklingen av elevenes konseptuelle forståelse som settes i fokus. Det blir presentert tre effektive måter å fremme den konseptuelle forståelsen. For det første er representasjoner sentralt for å knytte forbindelser mellom matematiske konsepter. Representasjoner beskriver de uttrykksformene matematikken har, altså en framstilling av abstrakte matematisk objekter (Justnes, 2018, s. 3). National Council of Teachers of Mathematics (2014, referert i Justnes, 2018, s. 3) deler representasjoner inn i fem typer, nemlig symboler, verbale representasjoner, kontekstuelle representasjoner, konkreter og visuelle representasjoner. Lærer kan bruke representasjonsverktøy for å skape sammenheng mellom for eksempel addisjon og subtraksjon, der de formelle symbolene ikke viser sammenhengen direkte. Det kan også bety å bruke bilder fra ting i dagliglivet, og videre sette de formelle navnene på formen, for eksempel en takform og et prisme (Anghileri, 2006, s. 12).

På nivå 3 av stillasbyggingsmodellen er målet at elevene skal lære å se sammenhenger mellom konseptene. En sammenheng i forståelsen av for eksempel desimaltall, brøk og prosent kan handle om å forstå at ½, 50% og 0,5 representerer samme del av en hel (Anghileri, 2006, s.13). I et forskningsprosjekt fant Askew, Brown, Rhodes, Wiliam, & Johnson (1997, referert i Anghileri, 2006, s.13) at elever utvikler strategier og sammenhenger mellom ideer ved å bli utfordret til å forklare hvordan de tenker, samtidig som de må lytte til hvordan andre elever tenker. En slik tilnærming vil bygge på elevenes egne strategier, framfor å lede elevene inn på lærerens forhåndsbestemte metode. Etter at elevene har forklart og begrunnet det matematiske konseptet, kan læreren oppmuntre til ytterligere utforskning ved å initiere til diskusjon. Dette kan kalles en konseptuell orientering, der elevene presenterer ulike former for strategier, mens læreren kan lede diskusjonen på hvilke av strategiene som er mest effektive og meningsfulle. En slik tilnærming kan bidra til å utvikle elevenes eksisterende forståelse, ved å utfordre dem til å tenke forbi egne daværende matematiske verdier og overbevisninger.

Oppsummert handler Anghileris (2006, s. 7-12) første nivå for implementering av stillasbygging i skolen om miljømessige forutsetninger i klasserommet, som kan ha en betydelig innvirkning på elevenes læring. Det kan inkludere klasserommets utseende og organisering, samt tilrettelegging for elevsamarbeid i problemløsning. Andre nivå handler i større grad om lærerens overordnede tilbakemeldinger for å motivere og anerkjenne elevenes samarbeid. Dette nivået fokuserer på direkte interaksjoner mellom lærer og elev. Lærerens rolle er å forklare, gjennomgå og rekonstruere elevens forståelse. Læreren bruker ikke bare ledende spørsmål, men oppmuntrer også elevene til å verbalisere sine egne tanker og resonnementer. Tredje nivå handler videre om å utvikle elevens selvstendighet i matematikk, ved å gi dem støtte i å utvikle egne tanker og resonnementer. Læreren stiller spørsmål som inviterer elevene til å undersøke og modellere virkeligheten i problemet, samt forsvare og argumentere for sin løsningsmetode gjennom blant annet diskusjon.

# 3 Metode og empiri

I dette kapittelet vil vi redegjøre for hvilke vitenskapelige betraktninger og metodiske tilnærminger vi har brukt, og hvorfor vi mener dette egner seg til å forske på våre forskningsspørsmål. Videre skal vi redegjøre for hvordan empirien har blitt samlet inn, og presentere analysen av det innsamlede datamaterialet. Til slutt fremhever vi de etiske betraktningene ved forskningen.

## 3.1 Vitenskapsteoretisk betraktning

I all forskning er målet å frembringe kunnskap om virkeligheten. Det finnes likevel ulike teorier som representerer forskjellige vitenskapsteoretiske syn om hvordan denne kunnskapen skal frembringes (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 45). I dette prosjektet skal vi forske på hvordan en gitt metode erfares i et klasserom, som er en arena for sosiale interaksjoner. I motsetning til positivismen som baseres på et grunnleggende skille mellom forsker og virkeligheten, er en sosialkonstruktivistisk tilnærming basert på en forståelse av at forsker og objektet som studeres er umulig å skille (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 49). En slik tilnærming vektlegger at mennesker ikke ser objektet slik det er i seg selv, men at vi konstruerer en gjengivelse av objektet og skaper en subjektiv forståelse av virkeligheten. Ved en sosialkonstruktivistisk tilnærming antas det at forskere ikke vil ha et nøytralt blikk på det som studeres, men konstruerer i interaksjon med forskningsdeltakerens mening og forståelse av mennesker i sosial samhandling (Posthold & Jacobsen, 2018, s. 45). I denne studien tar vi utgangspunkt i en sosialkonstruktivistisk virkelighetsforståelse, der målet med prosjektet ikke vil være å finne en objektiv sannhet, men heller beskrive vår intersubjektive forståelse av fenomenet vi forsker på.

### 3.1.1 Hermeneutisk fenomenologisk tilnærming

I vår forskning vil vi ta utgangspunkt i et hermeneutisk fenomenologisk perspektiv, med mål om å få frem deltakernes subjektive opplevelse av fenomenet (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 45). Fenomenologiske studier har som hensikt å forstå essensen av et fenomen, mens ved hermeneutisk fenomenologiske studier frembringes også forskernes fortolkning av meningene som fremkommer i studien. I slike studier tas også observasjoner i betraktning, da kroppen også skal forstås som en kilde til hvordan fenomenet er erfart (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 118). Konsekvensen av denne tilnærmingen er at vi som forskere må være ekstra oppmerksomme på egen subjektivitet. Vårt eget forhold til fenomenet er dermed med i analysen.

## 3.2 Forskningsdesign og metode

Som nevnt under kapittel 3.1 baseres denne studien på et konstruktivistisk perspektiv på virkeligheten. I den sammenheng er kvalitative datainnsamlingsmetoder mest relevant. I vårt tilfelle ønsker vi å beskrive og forstå menneskelig handling og meningsskaping i en kontekst, noe kvalitative datainnsamlingsmetoder egner seg godt til å forske på (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 113). I denne studien tar vi i bruk to ulike kvalitative datainnsamlingsmetoder, nemlig intervju og observasjon. Intervju og observasjon vil sammen være grunnlaget for dataanalysen vår, da observasjon i seg selv ikke er en tilstrekkelig innsamlingsmetode å samle inn datamateriale på (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 114). Observasjonsdelen vil supplere intervjuet ved å gi oss et innblikk i hvordan noen av de erfarte utsagnene fra deltakerne utspiller seg i praksis. Ved observasjon vil våre antakelser påvirke hvordan vi analyserer og tolker. Forskningsdeltakerens perspektiv vil da ikke bli tatt i betraktning, og vil derfor være preget av subjektivitet og antakelser. For å skaffe dypere innsikt i lærernes erfaringer i møte med stillasbygging, vil vi dermed også bruke intervju som datainnsamlingsmetode.

I dette prosjektet skulle deltakerne over 4-6 undervisningstimer bruke problemløsningsoppgaver aktivt i matematikkundervisningen, og forsøke å bruke stillasbygging som metode for å støtte elevene i problemløsningsprosessen. I forkant av denne perioden fikk lærerne et informasjonsskriv om spesifikke strategier i stillasbygging basert på Angheleris (2006, s. 7-12) tre nivåer for implementering av stillasbygging, se vedlegg 3. Lærerne skulle så godt det lot seg gjøre bruke disse nivåene aktivt i øktene for å støtte elevenes problemløsningsprosess. En av de tre deltakerne hadde ikke mulighet til å gjennomføre undervisningen med problemløsning og stillasbygging av praktiske årsaker, men hadde erfaring med begge termene i praksis fra tidligere. Gjennom intervju og observasjon ønsket vi å forske på lærernes erfaringer med stillasbygging som metode for å støtte elevene i problemløsning.

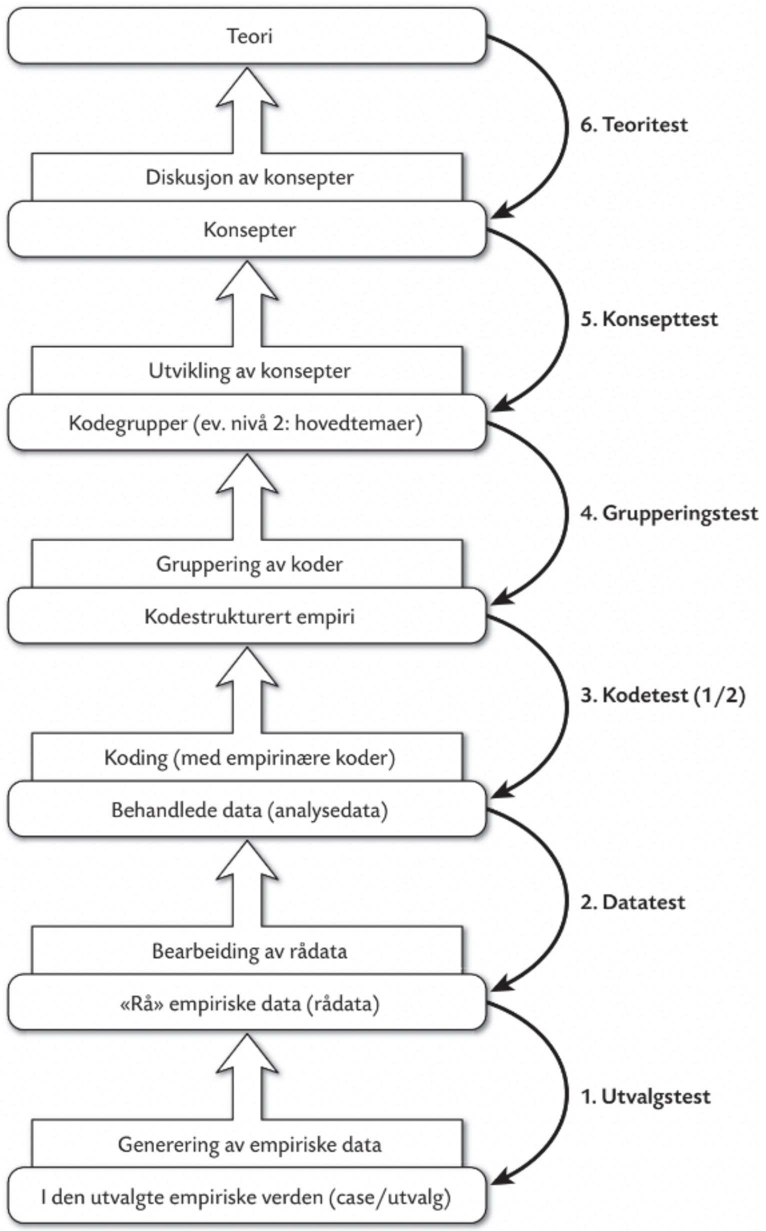
### 3.2.1 Utvalg

I dette forskningsprosjektet var tre lærere fra ungdomsskolen deltakende. To av deltakerne var matematikklærere på 8. trinn, som sammen hadde et tett samarbeid om matematikkundervisningen. Den tredje læreren var matematikklærer på 9. trinn. Alle deltakerne hadde erfaring med problemløsning i praksis, og intervjuene våre var derfor preget av tidligere erfaringer lærerne har gjort seg med problemløsning. Vi ser det som fordelaktig at lærerne hadde et aktivt forhold til matematisk problemløsning, og tror dette gjorde stillasbygging mer håndterlig for lærerne å anvende i undervisning med problemløsningsaktiviteter. Kvale og Brinkmann (2015, s. 149) hevder at kvalitative undersøkelser med færre informanter gir mulighet for grundigere analyser og tolkninger av datamaterialet. Det vil også være mulig å finne interessante sammenhenger med et mindre utvalg, da forskningen blir lettere å håndtere. Vi har derfor tatt et bevisst valg om antall deltakere, som vi mente var hensiktsmessig for å belyse våre forskningsspørsmål.

## 3.3 Stegvis-deduktiv induktiv metode

I dette prosjektet har vi brukt metoden stegvis-deduktiv induktiv metode, som forkortes med SDI, for å samle inn og analysere datamaterialet. Presentasjonen bygger på Aksel Tjoras (2021) fremstilling i boka «Kvalitative forskningsmetoder i praksis». Stegvis-deduktiv induktiv metode handler om å bearbeide datamaterialet i etapper fra rådata til konsepter eller teorier (Tjora, 2021, s. 20). Prosessen er altså å beskrive som en induktiv metode der man arbeider seg fra data til teori. Det er likevel ikke en ren induktiv metode, da Tjora (2021, s. 20-23) beskriver de nedadgående tilbakevendingene som deduktive, ved at man sjekker fra det teoretiske til det empiriske (se figur 3). SDI-metoden forutsetter at vi som forskere har en induktiv empirisk drevet tilnærming, nemlig at empirien er styrende for teorivalg (Tjora, 2021, s. 218). Til tross for dette påpeker han at selv om SDI-metoden er induktivt drevet, betyr ikke dette fullstendig avvisning av teori. Han trekker også frem at det er praktisk umulig å rendyrke en induktiv empirinær koding uten noe form for teori i bakhodet. Tvert imot handler metoden om å ha en kritisk holdning til teori framfor å bruke teori som bevis- eller dokumentasjonsdrevet forskning.

Prosessen for SDI-metoden består av syv steg; generering av empiriske data, bearbeiding av rådata, koding med empirinære koder, gruppering av koder, utvikling av konsepter, og teoriutvikling (Tjora, 2021, s. 21). Metoden ligger tett opp til en abduktiv strategi (2021, s. 40). Abduksjon innebærer at vi støter på forhold, for eksempel kodegrupper eller hovedtemaer, som ikke passer inn i vår eksisterende teori (Tjora, 2021, s. 247). I slike situasjoner spekulerer vi om hvordan vi kan forstå våre observasjoner på en mer teoretisk måte. Den abduktive tilnærmingen blir tydeligere jo lenger inn i analyseprosessen vi kommer. I første omgang legges det vekt på induktive faser der vi datagenerer, finner empirinære koder og kodegrupper, etterfulgt av abduktive faser som utvikler konsepter og refleksjon omkring teoriutvikling. Den abduktive tilnærmingen kommer til syne i det vi tar oss inn i teorier og tidligere forskning. Under konseptutviklingen blir en mer abduktiv og kreativ tilnærming derfor viktig, da det kan være at det ligger skjulte teoretiske muligheter i vår analyse. Sentralt for SDI-metoden er dermed at den vektlegger induksjon i koding og kodegruppering, og abduksjon i konsept- og teoriutviklingen. Hvordan denne prosessen forløper seg i vårt prosjekt beskriver vi under kapittel 3.4 til 3.8.




*Figur 3. Stegvis-deduktiv induktiv metode av Aksel Tjora (2021, s. 21).*

## 3.4 Generering av data gjennom intervju og observasjon

### 3.4.1 Intervju som forskningsmetode

Innenfor et konstruktivistisk perspektiv falt valget naturlig på å bruke intervju som datainnsamlingsmetode, som også er i tråd med SDI-metoden. Forskningsspørsmålene vektlegger lærernes erfaringer med stillasbygging som metode ved problemløsning. Et hermeneutisk fenomenologisk intervju vil ha som hovedhensikt å få frem retrospektive beskrivelser av deltakernes egne meninger og beskrivelser knyttet til erfaringer med et fenomen (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 118). Med dette tatt i betraktning mener vi denne formen passet godt som datainnsamlingsmetode for å belyse våre forskningsspørsmål. Et viktig aspekt ved hermeneutisk fenomenologi beskriver Postholm og Jacobsen (2018, s. 118) som at vi som forskere kan bruke observasjon i selve intervjuet, da også kroppslige uttrykk kan oppfattes som en kilde til å forstå hvordan fenomenet ble erfart. Alle intervjuene ble av den grunn gjennomført ved virkelige møter.

Carson (2007, s. 227) beskriver et viktig aspekt ved det fenomenologiske intervjuet, nemlig den fenomenologiske reduksjon. I dette begrepet legger hun at forskere skal møte fenomenene så forutsetningsløst som mulig. Da forutsetningsløst aldri vil være tilfelle i virkeligheten, erstatter hun begrepet med forutsetningsbevisst. Dette handler om å bevisstgjøre seg selv på egen forforståelse som fenomenet vil bli tolket ut fra. Vi forsøkte i størst mulig grad å ta med oss dette inn i alle intervjuer. Likevel erfarte vi at det var vanskelig å fortolke fenomenene utenfor egne forståelsesrammer, da både våre tidligere erfaringer og egen litteraturgjennomgang i forkant hadde formet noe av vår forståelse av fenomenet vi forsket på. Noe av målet med et kvalitativt intervju er at kunnskap skapes i møte mellom forsker og forskningsdeltaker (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 117). Systematisk refleksjon over hvilke forutsetninger forskningen bygges på blir dermed relevant for å drøfte kunnskapen som skapes mellom oss og deltakere. Kunnskapen som skapes i denne forskningen blir et relativt fenomen som avhenger av mange bestemte forhold gjennom hele forskningen (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 108).

### 3.4.2 Semistrukturert intervju

Av flere ulike måter å gjennomføre intervju på, blant dem strukturerte, ustrukturerte og semi-strukturerte intervjuformer, falt valget vårt på semi-strukturert intervju (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 121). Intervjuformen ga oss mulighet til å drive samtalen mer naturlig enn for eksempel ved strukturert intervju, noe som gjorde at vi kunne stille spørsmålene i den rekkefølgen det var hensiktsmessig å stille dem. Oppfølgingsspørsmål til deltakernes uttalelser ble dessuten supplert dersom deltakerne fortalte om relevante hendelser og erfaringer utenfor intervjuguiden. Vi erfarte da vi gjennomførte intervjuet at vi var noe låst til intervjuguiden, med den hensikt å nå innom alle temaene vi ønsket. Likevel var intervjuene preget av abduksjon, nemlig en stadig pendling mellom induksjon og deduksjon, der både vi og deltakerne prøvde å forstå og oppleve mening med det som ble sagt. Abduksjon kan handle om å ta utgangspunkt i observasjoner, med tilhørende antakelser og hypoteser om hvorfor observasjonene utspiller seg som de gjør (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 102). Videre må antakelser konfronteres med empiri. Abduksjon blir dermed en pendling mellom teorier, forskernes perspektiv og datamateriale som samles inn fra deltakernes perspektiv.

Med en slik tilnærming var intervjuene preget av samtale der også vi som forskere bidro noe med egne innspill i samtalen. Vi opplevde under de to første intervjuene at noen av våre innspill var delvis preget av våre subjektive oppfatninger. Dette kan virke førende på noen av spørsmålene, og er dermed relevant å ta i betraktning i analysen. Samtidig var dette noe vi justerte i intervjuet med tredje deltaker, der vi prøvde å drive intervjuet uten like stor grad av innspill fra vår side.

### 3.4.3 Gjennomføring av intervju

I dette forskningsprosjektet skiller vi våre tre informanter med fiktive navn. Deltaker 1 og 2 kaller vi for Kari og Kasper, som begge samarbeider på 8. trinn. Deltaker 3 har vi navngitt Pål. For å samle inn data til dette forskningsprosjektet valgte vi å gjennomføre to intervjuer per deltaker, ett i forkant av perioden med aktiv bruk av stillasbygging og problemløsningsoppgaver, og ett i etterkant. I og med at Pål ikke hadde mulighet til å gjennomføre dette i praksis, ble det til forskjell derfor kun gjennomført ett intervju med han. Vi tok i bruk diktafon-appen til UiO, som umiddelbart krypterer lydopptakene, noe deltakerne ble informert om (Universitetet i Oslo, 2023).

***Intervju 1 med Kari og Kasper***

Til å begynne med ble deltakerne, som vi har valgt å kalle Kari og Kasper, informert om deres rettigheter. Vi forklarte blant annet at de kunne trekke seg både i forkant og etterkant av studien, hvordan vi ville ivareta deres anonymitet, og hvordan lydopptak ville bli gjennomført og oppbevart. I første intervju var hensikten å kartlegge lærernes eksisterende forhold til både problemløsning og stillasbygging, samt få en oversikt over utdanningsbakgrunn og erfaring i skolen. Første del av intervjuet bestod av spørsmål om utdanningsbakgrunn og erfaring i skolen, da dette kan få konsekvens for deres erfaring med problemløsning og stillasbygging. Vi valgte å ikke inkludere noen sensitive spørsmål i intervjuet, da dette var informasjon uten betydning for å belyse forskningsspørsmålene. Christoffersen og Johannessen (2012, s. 81) mener det er unødvendig å ha med sensitive spørsmål i intervjuet dersom det ikke har noen nytteverdi for forskningen.

For å få informasjon om Kari og Kasper sitt forhold til matematisk problemløsning stilte vi blant annet spørsmål om deres forhold til kjerneelementet «utforskning og problemløsning» i LK20, hvordan det prioriteres i undervisning, og eventuelle utfordringer ved undervisning med problemløsning. Videre ønsket vi å få informasjon om lærernes bevisste og ubevisste forhold til stillasbygging i matematikkundervisning. Denne delen av intervjuet bestod blant annet av spørsmål knyttet til metoder de bruker for å få elevene til å resonnere og argumentere, og om de legger opp til matematisk diskusjon. Vi ønsket også å få kjennskap til typiske trekk ved elevenes syn på matematikk som fag, slik det kommer frem i form av blant annet utholdenhet, motivasjon og relasjonelle forståelse.

***Intervju 2 med Kari og Kasper***

I likhet med observasjonsskjemaet, var også intervjuguide 2 utarbeidet ut fra Anghileris (2006) nivåer for stillasbygging. Under nivå 1 var spørsmålene rettet mot gruppearbeid, både hvordan dette ble organisert og hvordan lærerne erfarte det i praksis. Dette innebar spørsmål om elevenes behov for støtte i gruppearbeidet, om lærerne hadde kapasitet og tid til å veilede alle gruppene, og om elevenes utholdenhet under problemløsningsaktivitetene. Videre var spørsmålene på nivå 2 rettet mot hvordan lærerne oppmuntret elevene til å bruke ulike strategier og metoder, og hvordan slik oppmuntring ble tatt imot av elevene. På nivå 3 stilte vi deltakerne spørsmål om hvordan diskusjon både i plenum og mellom elever var til stede, og eventuelt utspilte seg. Hvordan lærerne erfarte å bruke elevenes innspill i diskusjon var også viktig å fa frem i denne delen. På nivå 3 ble lærerne oppfordret til å bruke representasjonsverktøy, noe det også ble stilt spørsmål om ble tatt i bruk og om fungerte. Avslutningsvis ga vi deltakerne mulighet til å tilføye andre erfaringer eller utfordringer ved stillasbygging-modellen, som ikke hadde kommet fram i intervjuet allerede.

***Intervju 3 med Pål***

Siste deltaker, som vi har valgt å kalle Pål, hadde av praktiske årsaker ikke mulighet til å planlegge eller gjennomføre undervisningsopplegg med fokus på problemløsning og stillasbygging, slik de to andre deltakerne. I forkant av intervjuet beskrev Pål over e-post at han var kjent med stillasbygging fra tidligere lærerutdanning og praksis, samt at dette var noe han praktiserte i elevenes problemløsningsprosess allerede. På bakgrunn av dette utarbeidet vi derfor en egen intervjuguide til Pål, der spørsmålene var mer rettet mot hans erfaringer rundt stillasbygging og problemløsning fra tidligere praksis i skolen. Til å begynne med informerte vi om hans rettigheter, og hvordan vi ivaretar anonymitet og personvern. Sammenlignet med intervjuguiden fra første intervju med Kari og Kasper, baserte første del seg på informantenes utdanningsbakgrunn, og erfaring med ulike arbeidsmetoder i matematikken i skolen. Del to som omhandlet informantens forhold til matematisk problemløsning i skolen avviker heller ikke i stor grad fra intervjuguiden med Kari og Kasper. Til forskjell forsøkte vi å utarbeide spørsmålene som mindre førende. Hensikten var å rette spørsmålene som mer åpne, samt stille oppfølgingsspørsmål som hvorfor/hvorfor ikke. For å få frem hvordan og hvorfor informanten eksempelvis prioriterer problemløsning i undervisningen, stilte vi i intervjuet med Pål spørsmålet: «Prioriterer du problemløsning i din undervisning», mens vi i intervjuet med Kari og Kasper hadde en mer førende tilnærming da spørsmålet vi stilte lød slik: «På hvilken måte prioriterer du problemløsning i din undervisning?». I sistnevnte eksempel gir vi informanten mindre mulighet til å reflektere om dette er noe han eller hun prioriterer, som vi i større grad gjør i første eksempel.

Del tre, altså siste del av intervjuguiden, var i likhet med intervjuguiden fra det andre intervjuet med Kari og Kasper, utarbeidet fra Anghileris (2006) nivåer for stillasbygging. Pål fikk av praktiske årsaker ikke gjennomført en uke med fokus på å assistere elevene med stillasbygging i deres problemløsningsprosess, slik Kari og Kasper fikk. Sistnevnte del ble derfor basert på hvilke erfaringer og forhold Pål har til stillasbygging fra tidligere praksis. Under hvert nivå ble spørsmålene formulert som mer åpne og generelle, der vi ber om en mer overordnet beskrivelse av hvilke erfaringer Pål har. Spørsmålene ble samtidig likevel mer komplekse og konkrete etter hvert som nivået økte. Fra Pål krevde det til forskjell en mer reflekterende å analytisk tilnærming, da han ikke hadde gjort seg nylige erfaringer knyttet til dette, slik Kari og Kasper fikk.

### 3.4.4 Observasjon

Postholm (2005, s. 146) beskriver observasjon som et av de viktigste redskapene en forsker har for å samle inn kvalitative data fra et forskningsfelt. Hun skriver at observasjoner finner sted i naturlige handlinger i settinger som skal observeres. I dette forskningsprosjektet er observasjonsskjemaet utviklet med utgangspunkt i modellen til Anghileri (2006, s. 7-12) med tre nivåer for implementering av stillasbygging. Som beskrevet under kapittel 2.4 er hensikten med denne modellen å assistere elevenes problemløsningsprosess.

***Observatørrolle***

Gold (1958, referert i Postholm, 2005, s. 153) har utviklet begreper som betegner ulike observatørroller «fullstendig observatør», «deltaker som observatør», «observatør som deltaker» og «fullstendig observatør». Hvilken rolle vi inntar i observasjonen påvirker hvordan vi forholder oss til deltakerne, men også hvordan deltakerne skal forholde seg til oss som forskere. I dette prosjektet inntok vi rollen som «observatør som deltaker». I denne rollen er vi mest observatører, og deltar ikke aktivt på aktiviteter som foregår. Denne observatørrollen gir likevel mulighet til å svare på spørsmål fra elever som ikke angår undervisningen. Rollen kan sammenlignes med rollen Adler og Adler (1994, referert i Postholm, 2005, s. 155) beskriver som «den perifere medlemskapsrollen», der observatøren skal forsøke å oppfatte deltakernes perspektiv, men samtidig unngå å involvere seg i elevenes samtaler og aktiviteter. For å få frem troverdig oppførsel anså vi muligheten til å være tilgjengelig for kommunikasjon med elevene som viktig for å unngå å skape en følelse av å bli overvåket. Å forstå seg selv som fullstendig observatør henger dessuten ikke i tråd med kvalitative datainnsamlingsmetoder, der et konstruktivistisk perspektiv på virkeligheten dominerer (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 114).

Det var viktig at vi som forskere var bevisste på vår egen subjektivitet i observasjonen. Våre subjektive antakelser påvirker hvordan vi tolker og analyserer observasjonene. Deltakernes meninger tas heller ikke i betraktning ved observasjon (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 114). Det var dermed viktig for oss at observasjonene ble brukt som en utfyllelse av intervjuet, slik at en intersubjektiv kunnskap og forståelse ble konstruert i samspill med forskningsdeltakerne. Dessuten er forskningsspørsmålenes fokus rettet mot deltakernes erfaringer, noe vi må hente informasjon om gjennom deltakernes egne beskrivelser og opplevelser av relevante situasjoner.

### *Observasjonsskjema*

Postholm (2005, s 152) skriver at det er viktig at observasjoner skrives ned umiddelbart, underveis eller rett etter observasjonen. Vi lagde derfor et observasjonsskjema som vi noterte våre observasjoner i underveis. For å belyse våre forskningsspørsmål systematisk har vi brukt rammeverket til Anghileri (2006) både på observasjon og intervju, bestående av de tre nivåene for implementering av stillasbygging. Under hvert av nivåene utformet vi tematiske spørsmål som veiledning for observasjonen. Observasjonen vår var direkte knyttet til informasjonen om nivåene lærerne fikk utdelt som veiledning i forkant av undervisningen.

Under nivå 1 observerte vi hvordan lærerne valgte å tilrettelegge for miljømessige forutsetninger i klasserommet. Dette innebærer klasseromsorganiseringen, hva og hvordan læreren la opp undervisningsaktivitetene. Vi observerte blant annet hvilke undervisningsaktiviteter lærerne valgte, hvordan gruppene var inndelt, om lærerne hadde tid til å nå innom alle gruppene, og på hvilken måte elevene var avhengig av lærerveiledning. På nivå 2 observerte vi hvordan lærer forklarte, gjennomgikk og rekonstruerte elevenes matematiske ideer. Dette innbar blant annet å se på hvordan elevene initierte behov for støtte, og hvordan lærerne samtalte og veiledet elevene om elevenes opplevde utfordringer med problemene. Vi så også på hvordan vi oppfattet at aktivitetene fungerte i form av elevdeltakelse og engasjement, og om timene var preget av faglig engasjement eller forstyrrende uro. Fokuset på nivå 3 var hvordan lærerne kunne legge til rette for sammenheng mellom matematiske konsepter. Dette innebar hvordan representasjonsverktøy ble tatt i bruk, og hvordan lærerne utfordret elevene til å forklare hvordan de tenkte. Et annet viktig aspekt ved nivå 3 var diskusjon. Observasjonen vår var derfor også rettet mot hvordan læreren bevisst ledet eventuelle matematiske diskusjoner i plenum, men også hvordan diskusjon fungerte innad i grupper. Dette kunne handle om hvordan elevenes åpenhet for å utvikle og utfordre egne matematiske oppfatninger kom til uttrykk.

***Gjennomføring av observasjon***

Vi observerte én undervisningstime hos to av deltakerne våre, Kari og Kasper. Av praktiske årsaker observerte vi to timer med ulike undervisningsopplegg hos Kari og Kasper fra samme skole. Det kunne vært interessant å observere samme økt i to ulike klasser, da det ville gitt oss større sammenligningsgrunnlag. Da dette likevel ikke lot seg gjøre, fikk vi observert undervisning med problemløsningsaktiviteter i to ulike klasser, der oppsett av de to timene var forskjellig. Vi synes dette ga oss nyttige observasjoner da vi fikk observert et større utvalg gjennomførte aktiviteter. Begge observasjonene ble gjennomført etter intervju 1, men før intervju 2. Årsaken til at vi ønsket å observere før vi gjennomførte intervju 2 var at dette ga oss mulighet til å tilpasse intervju 2 etter de observasjoner vi gjorde. Dette gjorde at vi kunne samtale om lærernes egne erfaring i møte med noen av observasjonene vi hadde gjort.

## 3.5 Bearbeiding av rådata

I denne fasen av SDI-metoden bearbeidet vi rådataene som vi hadde samlet inn ved hjelp av lydopptak av intervjuene og nedskrevne notater i observasjonsskjema fra observasjonene. For å bearbeide rådataene fra intervjuene transkriberte vi alle lydopptakene. Opptak av intervju viser Jacobsen (2022, s. 209) til at er et godt hjelpemiddel, som medfører at en kan registrere det meste, og skrive ned ord for ord av hva som blir sagt. Ulempen med lydopptak kan være at det er utfordrende å skille informantene dersom intervjuet består av flere enn en informant

(Jacobsen, 2022, s. 211). Notater kunne derfor her vært til nytte for oss som satt fire personer i samme rom under den ene intervjuprosessen for å skille hvem som sa hva. Som nevnt under kapittel 3.1.1 kan det ved en hermeneutisk fenomenologisk tilnærming også være aktuelt å bruke observasjon som en kilde til ekstra informasjon under intervjuet, ved siden av lydopptaket. Dette krever at vi som intervjuere må skrive ned observasjoner vi gjør oss underveis av intervjuet. Vi valgte å ikke gjøre dette, men heller forsøke å skape mening ved å gi informantene en følelse av full tilstedeværelse slik vi har mulighet til ved lydopptak (Laverty, 2003, s. 24).

Fra datainnsamlingen hadde vi tre intervjuer som måtte transkriberes, og to observasjoner som måtte skrives ned. For å unngå å miste hovedinntrykket av observasjonen, og risikere å glemme hva som hadde blitt observert, satte vi oss umiddelbart ned etter observasjonen for å renskrive notatene. Dette fremhever Jacobsen (2022, s. 210) som viktige poeng for å kunne foreta noen refleksjoner over selve situasjonen, samt ha intervjuobjektets atferd klart i minne. Selve situasjonen kan nemlig påvirke innholdet i det vi har sett og hørt, og for å styrke undersøkelsens reliabilitet var det derfor nødvendig å foreta slikt arbeid umiddelbart etter datainnsamlingen hadde foregått (Jacobsen, 2022, s. 211). Transkriberingsprosessen av første og andre intervju ble derimot forskjøvet cirka to uker etter gjennomføring. Det å lytte til lydopptak krever nemlig stort fokus, og nøye lytting under gjentatte avspillinger (Bailey, 2008, s. 129). Det er tidkrevende, men også nødvendig at vi som forskere tar oss god tid til å forsøke å fremstille informasjonen mest mulig korrekt i sin helhet (Jacobsen, 2022, s. 211). På bakgrunn av dette valgte vi derfor å utsette transkriberingsprosessen til vi begge hadde tid til å rette alt fokus og konsentrasjon på lydopptakene.

Fra første transkriberingsprosess erfarte vi at lydkvaliteten til tider gjorde det vanskelig å forstå hva som ble sagt. Intervjudeltakerne både fullførte og kommenterte hverandres innspill, noe som forårsaket utydelige setninger og overlapping i tale. Bailey (2008, s. 129) beskriver at forskeren her blir nødt til å tolke intervjudeltakerens ytringer gjennom kunnskap om deres lokale kontekst. Uforståelige ord og uttrykk ble derfor tydelig markert i en egen kolonne med tidspunkt og rød tekst. Slik kunne vi enkelt gå tilbake og prøve å forstå dem senere. Med vår induktive tilnærming var det likevel viktig å hente frem hva informantene sa originalt, og vi var derfor nøye med å ikke tilføye nye begreper. Muntlig språk har blitt bevart, og vi har til tider lagt inn kommentarer for å gi et bilde av hvordan informantene uttrykker det som blir sagt for eksempel gjennom tonefallet.

## 3.6 Koding med empirinære koder

Neste steg av SDI-metoden var å kode datamaterialet vårt med empirinære koder. I SDI-modellen er det viktig i denne fasen å rendyrke en induktiv empirinær koding, for å redusere påvirkningen av forventninger og teorier alle forskere har med seg i en analyse (Tjora, 2021, s. 218). Tjora påpeker videre at det aldri vil være mulig å rendyrke induksjon uten forutsetninger, slik vi også beskriver som utgangspunkt for vår sosialkonstruktivistiske tilnærming til prosjektet. Hensikten er likevel å kode datamaterialet så nært til det som faktisk blir sagt, som mulig.

Tjora (2021, s. 218) beskriver tre mål med å kode datamaterialet, (1) å hente ut essensen i det empiriske materialet, (2) å redusere materialets volum, og (3) å skape et grunnlag for idégenerering basert på detaljer i empirien. For å hente ut essensen av materialet var målet å hente ut begreper eller fraser som stikker seg spesielt ut. Vi forsøkte å utforme våre empirinære koder ved å hente ut essensen av utsagnene med allerede brukte begreper fra datamaterialet. På denne måten endret vi ikke innholdet. Da vi er to som samarbeider om denne masteroppgaven så vi det som fordelaktig å kode hver for oss først, og etterpå samkjøre våre koder. Dette ga oss mulighet til å identifisere eventuelle subjektivt pregede koder. Da vi til slutt hadde kodet alt materialet fra intervjuene endte vi til sammen med 38 empirinære koder fra intervju 1, 50 koder fra intervju 2, og 57 koder fra intervju 3, dermed 145 koder totalt. Det var disse kodene som skapte grunnlag for neste steg, nemlig idégenering gjennom å gruppere kodene.

## 3.7 Kodegrupper

Neste steg av analysen foregår også induktivt, nemlig ved å gruppere kodene tematisk for å forme en struktur i analysen. Denne delen handler om å tematisk organisere kodene, men også skille ut koder vi anser som irrelevante for forskningen (Tjora, 2021, s. 229). Hensikten med å gruppere kodene beskriver Tjora videre at er å hente ut potensialet i empirien i om lag 3-5 kodegrupper som basis for de analytiske delkapitlene i masteren.

For å benytte oss av fordelen av å være to som skriver, grupperte vi kodene i alle intervjuene hver for oss slik at vi kunne gruppere mest mulig induktivt. Hver for oss endte vi med noe ulikt antall grupperinger, en med 9 og en med 4. Vi så etter likheter i grupperingene våre, og kom til slutt fram til 5 tematiske grupper for kodene. I prosessen med gruppering kuttet begge ut koder vi anså som irrelevante. Hvilke koder som anses som irrelevante baseres på Tjoras (2021, s. 224) spørsmål: 1. «kunne man laget koden før kodingen?» og «hva gjenspeiler koden?». Dersom svaret på disse spørsmålene enten var at koden kunne vært laget før kodingen eller om koden kun tematiserer framfor gjenspeiler konkret innhold, forkastet vi den. Til sammen kuttet vi bort 9 koder vi anså som irrelevante, og stod igjen med 79 koder fordelt på de 4 tematiske gruppene «lærernes valg av metoder», «elevforutsetninger», «matematisk problemløsning i klasserommet» og «stillasbygging i matematikk». Det er disse tematiske gruppene som danner grunnlaget for temaer i analysen vår (Tjora, 2021, s. 230).

## 3.8 Utvikling av hovedgrupper

Hittil i analysen har empirien alene vært utgangspunkt for analysen, men på dette stadiet skal empirien ses i lys av teori (Tjora, 2021, s. 234). Hensikten med dette steget er å finne generelle teoretiske bidrag som allerede omtaler fenomenet vi forsker på, eller teori vi anser som relevant i forhold til kodegruppene vi fant på forrige steg. Tjora beskriver at målet er å sette en «generell merkelapp» på fenomenet vi forsker på og finne ut hva vi egentlig snakker om. Å utvikle hovedgrupper blir i stor grad preget av abduksjon da vi forsøker å utvikle hovedgrupper som ikke nødvendigvis passer til eksisterende teori, samtidig som vi gjennom teori forsøker å forstå empirien. Dette er dermed ikke en induktiv tilnærming da empirien ses i lys av teori, samtidig som vi ikke ønsker å bruke teorien deduktivt som bevis eller dokumentasjon av empirien. I denne delen ønsker vi å hovedsakelig se kodene og kodegruppene i lys av rammeverket vårt, samt annen relevant teori.

Selv om siste steg av SDI-modellen handler om å utvikle hovedgruppene til konsepter og videre til teori, er dette noe som forventes av erfarne forskere, og stilles dermed ikke som krav om til masterstudenter. I denne forskingen er dermed utvikling av hovedgrupper og analysen av disse det siste steget av analysen, da vi ikke har mulighet til å oppfylle kravene om falsifiserbarhet, eller om hovedgruppene er gjendrivbare og prøvbare (Popper, 1981, s. 23-24).

## 3.9 Kvalitet på forskningen

Tjora (2021, s. 259) diskuterer hvordan ulike kvalitetskriterier gir betydning og mening for vurderingen av kvalitativ forskning. I dette kapittelet vil vi dermed kvalitetssikre forskningen gjennom å presentere oppgavens reliabilitet og validitet. Begrepene presenterer Tjora som indikatorer på kvalitet, og for å best mulig sikre denne kvaliteten, er dette områder vi som forskere er nødt til å være bevisste på. Vi vil også presentere hvilke etiske overveielser vi har måttet vurdere og ta hensyn til underveis i datainnsamlingsprosessen.

### 3.9.1 Reliabilitet

Kvale og Brinkmann (2015, s. 276) beskriver at reliabilitet handler om hvor troverdige forskningsresultatene er, og forbindes ofte med forskningens pålitelighet. Dette handler om hvordan forskningsresultatene fremstilles, da for eksempel utvelgelse og presentasjon av intervjusitater, eller utdrag fra observasjonsnotater i stor grad vil påvirke hvordan forskningen fremstilles. Dette må vurderes opp mot utdrag som ikke blir fremlagt (Tjora, 2021, s. 263). SDI- modellen beskriver Tjora (2021, s. 259) at underbygger forskningens reliabilitet gjennom dens tydelige krav til datagenerering og kriterier for hvordan analysen skal utvikles. Kodene våre er empirinære, og ikke sett i lys av en teoretisk kontekst, noe som gjør at kodene blir så nært utsagnene som mulig. Dette tror vi styrker reliabiliteten i vår forskning, da resultatene i størst mulig grad er innhentet induktivt. Selv om vi forsøkte å gruppere kodene induktivt etter Tjoras SDI-modell, var det ikke til å unngå at grupperingen til en viss grad ble påvirket av teorien vi hadde lest på forhånd. Da intervjuguiden vår var utformet ut fra et teoretisk perspektiv, hadde således informantenes svar mye relevans innenfor visse teoretiske perspektiver. Kodegruppene var derfor ikke induktive i den forstand, men siden de empirinære kodene er induktive, mener vi at dette ikke preget reliabiliteten i særlig grad. Golden-Biddle og Lock (2007, referert i Tjora, 2021, s. 265) forklarer at empirien ikke bare skal fortelle leseren, men vise leseren hva som blir sagt av informantene. Dette innebærer å inkludere noen utdrag i resultatet, slik at man illustrerer mangfoldet i datamaterialet. Resultatdelen vår veksler derfor mellom å gjenfortelle, men også vise til noen direkte sitater for å gi leseren et mest mulig helhetlig inntrykk.

For å styrke reliabiliteten i forskningen vår valgte vi i henhold til Tjoras modell å ta lydopptak av alle intervjuene. Dette beskriver Tjora (2021, s. 180) som en hovedregel ved SDI-modellen, da det gir en visshet om at vi får med alt som blir sagt. Dette ga oss mulighet til å konsentrere oss om deltakerne under intervjusituasjonen slik at kommunikasjonen ble god og intervjuet fikk en naturlig flyt. På en annen side kan en svakhet ved behandlingen av data være at transkribering av intervju 1 og 2 ble utsatt to uker etter gjennomføringen, av praktiske årsaker. Da vi anså det som en viktigere prioritering å rette alt fokus og konsentrasjon på lydopptakene, valgte vi heller å transkribere på et mer passende tidspunkt. Dessuten gir lydopptak mulighet til å notere seg for eksempel usikkerhet eller nøling, latter, gestikulering eller andre hendelser, noe som åpner opp for en god fremstilling av intervjuene likevel. Da transkripsjon er en oversettelse fra talespråk til skriftspråk, vil ikke den muntlige samtalen kunne representeres direkte uansett hvor tidlig transkriberingen ble gjort etter intervjuene

(Kvale & Brinkmann, 2015, s. s. 187). Vi anser derfor ikke dette som en betydelig faktor for reliabiliteten på forskningen vår.

Observasjonene på en annen side ble notert ned underveis, slik Posthold (2005, s. 152) peker på er viktig. Vi forsøkte å skrive så detaljerte feltnotater som mulig, for også å frembringe så gode data som mulig (Tjora, 2021, s. 95). Coffey (1996, referert i Tjora, 2021, s. 105) peker på at forskerens notater blir farget av deres bevissthet, forståelse og tolkning, noe som medfører at feltnotatene ikke bare beskriver situasjonen, men preges av egen bedømmelse. Da observasjon som datainnsamlingsmetode blir brukt i kombinasjon med intervju, vil mange av våre observasjoner også beskrives av informantene i intervjuet. Dette gjør at vår subjektive forståelse blir utfordret av informantenes egen oppfatning. Vi tror dette styrker reliabiliteten i vår forskning.

### 3.9.2 Validitet

Tjora (2021, s. 62) beskriver at vi som forskere kan styrke validiteten i forskningen ved å tydeliggjøre hvordan vi praktiserer datainnsamlingen. Dette avhenger av hvilke spørsmål vi stiller, og hvordan vi forener disse spørsmålene med temaene vi ønsker å utforske. Slik det er beskrevet i metodekapittelet, gikk vi inn med en induktiv empirisk drevet tilnærming til forskningsprosjektet, der empirien vi samlet inn var styrende for hvilke teorivalg vi valgte å inkludere. Dette innebærer dermed at teorigrunnlaget baserer seg på de tolkningene og forestillingene vi har gjort oss i analysen. I løpet av vårt fem år lange studieløp, sitter vi naturligvis igjen med mye kunnskap. Forkunnskapen vi går inn med i dette prosjektet, spiller dermed en rolle for hvordan teoridelen utspiller seg. Det er ingen hemmelighet at vi begynte å ta referansene våre om ulike teorier og forskere i betraktning underveis i transkriberingen av datainnsamlingen. Man vil altså alltid ha en oppfatning av det man ser eller leser, og det å være helt objektiv blir dernest umulig. Av den grunn var det viktig at vi som forskere var bevisst på dette, og sammen reflekterte rundt hvordan våre antakelser faktisk påvirket dataanalysen og argumentene vi frembrakte.

Tjora (2021, s. 260) beskriver at det må være en logisk sammenheng mellom prosjektets utforming og funn. I hvor stor grad dataen er gyldig eller ikke, beskriver Nyeng (2012, s. 109) at avhenger om metodene som er brukt, er egnet til å besvare forskningsspørsmålene og analysere dataen på en grundig og pålitelig måte. Prosjekts formål er å få frem lærernes erfaringer med både problemløsning og stillasbygging. Forskningens validitet avhenger dermed av hvorvidt vi får fremstilt disse funnene og om de er generaliserbare til en større populasjon av lærere. På bakgrunn av dette velger vi derfor å vise til Maxwell (1992, s. 279) når vi vurderer dette. Han utdyper fem ulike typer validitet i kvalitativ forskning: deskriptiv validitet, tolkende validitet, teoretisk validitet, generalisering og evaluerende validitet.

Den deskriptive validiteten beskriver Maxwell (1992, s. 280) at handler om nøyaktighet, nemlig hvordan vi som forskere gir en korrekt og nøytral beskrivelse av hva vi observerte og hørte. På bakgrunn av dette har vi dermed vært opptatt av å bevisstgjøre oss selv i egen forforståelse, og hele tiden forsøke å se så objektivt på datainnsamlingen som mulig, ved å for eksempel transkribere veldig detaljert dersom informanten eksempelvis nølte eller lignende på lydopptaket. Videre påpeker Maxwell (1992, s. 288) at det er viktig å få frem informantenes meninger og intensjoner best mulig. Dette er hva han beskriver som tolkende validitet, der vi som forskere må sette oss inn i deres situasjon og perspektiv for å konstruere en mening utfra dette. Etter første intervju med Kari og Kasper økte vi eksempelvis bevisstheten rundt å formulere mer åpne spørsmål, slik at den siste informanten i større grad fikk reflektert og selv avgjort hvilke erfaringer informanten mente var hensiktsmessig å dele.

Den teoretiske validiteten vurderer hvorvidt våre teoretiske valg beskriver fenomenet, altså gir en sammenhengende forklaring på funnene i prosjektet (Maxwell, 1992, s. 290). Teorigrunnlaget ble utviklet i tråd med SDI- metoden, som tar utgangspunkt i resultatene fra datainnsamlingen. Hver teori har blitt nøye diskutert og vurdert opp mot funnene, for å gi best mulig grunnlag for å svare på forskningsspørsmålene våre.

Tjora (2021, s. 267) hevder at generaliserbarhet er en god kvalitetsindikator for kvalitativ forskning. I dette prosjektet har vi ingen hensikt om å løse et konkret problem. Derimot har det å gi detaljerte beskrivelser av ulike resultater vært et mål i seg selv, slik at deler av forskningen kan bidra til større innsikt til andre lærere. Dette beskriver Maxwell (1992, s. 291) som indre generaliserbarhet, der noe av forskningen bør kunne benyttes innenfor den samme gruppen som er studert, men også til andre personer og settinger som ikke direkte ble intervjuet eller observert i prosjektet. Vi har forsøkt å få frem informantenes bidrag så godt det lar seg gjøre, og drøftet dette i lys av teori slik at andre lærere muligens kan dra nytte av det i egen praksis. Evaluerende validitet beskriver Maxwell (1992, s. 292) at ikke er like sentralt i kvalitativ forskning slik de fire andre er, og vi velger på bakgrunn av dette å ikke ta denne validiteten i betraktning for prosjektets gyldighet.

### 3.9.3 Forskningsetiske vurderinger

Innenfor kvalitativ forskning beskriver Tjora (2021, s. 53) at det bør ligge en form for etisk sans. Aspekter som tillit, respekt og konfidensialitet vil prege kontakten i intervjuene og observasjonen, og vi som forskere er dermed nødt til å tenke nøye igjennom de etiske prinsippene og retningslinjene for forskningen vår (Johannessen, Tufte & Christoffersen, 2016, s. 83). Her er det særlig tre typer hensyn Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) trekker frem som er viktig å tenke igjennom: (1) deltakernes rett til selvbestemmelse og autonomi, (2) forskernes plikt til å respektere deltakernes privatliv, og (3) forskernes ansvar for å unngå skade (referert i Johannessen et al., 2016, s. 85). Forskningsetikken omfatter nemlig alle sider ved forskningen, og Johannessen et al. (2016, s. 83) beskriver at de etiske problemstillingene oppstår når forskningen direkte berører enkeltmennesker og forhold mellom mennesker. I vårt tilfelle skjer dette gjennom intervju og observasjon.

Det første aspektet er knyttet til deltakernes bestemmelse over egen deltakelse (Johannessen et al., 2016, s. 85). I forkant av datainnsamlingen ble deltakerne tilsendt et informasjonsskriv som beskrev hvordan og hvorfor vi skulle gjennomføre prosjektet. Etter interesse for deltakelse, fikk deltakerne ved første møte en samtykkeerklæring, hvor de skrev under på å frivillig delta i prosjektet, samt at opplysningene skulle behandles etter etiske prinsipper og retningslinjer. Før selve datainnsamlingen startet, ble deltakerne også muntlig informert om at de kunne trekke seg fra prosjektet når som helst, uten å måtte gi oss en begrunnelse på hvorfor.

Det andre aspektet baseres i hovedsak på deltakernes rett til privatliv (Johannessen et al., 2016, s. 86). For å opprettholde dette aspektet tenkte vi grundig igjennom hvordan deltakernes anonymitet og konfidensialitet skulle bli ivaretatt i prosjektet. Deltakerne ble både muntlig og skriftlig informert om at de til enhver tid har rett til innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om dem. Deltakernes navn ble umiddelbart anonymisert og hver enkelt tildelt et fiktivt navn. Dersom personlige opplysninger ble nevnt under intervjuet, ble dette transkribert som «***». Tjora (2021, s. 5) beskriver at vi har ansvar for å notere så detaljert som mulig for å generere gode data. I sammenheng med dette har vi likevel vært observante på å ikke notere ned personlige egenskaper eller trekk som kan identifisere deltakerne.

Det tredje aspektet handler om forskerens ansvar for å unngå skade, som å vurdere sårbare og følsomme områder (Johannessen et al., 2016, s. 86). Deltakerne skal utsettes for minst mulig belastning, og for oss som forskere har det derfor vært viktig å hele tiden vurdere og reflektere rundt hvordan vi går frem i vår datainnsamling. Det å ikke dømme eller være kritisk har vært viktig for å overholde dette. Dette har vi vurdert ved at vi skulle være imøtekommende med alle deltakerne, og forsøke å uttrykke oss med varme og trygghet. Å ikke skape et anspent og seriøst miljø, men heller en opplevelse av man kunne prate avslappende og uforstyrret gjennom hele intervjuet var også noe vi vektla.

### 3.9.4 Personvern

For å sikre personvernet til deltakerne kontaktet vi Kunnskapssektorens tjenesteleverandør, Sikt. Sikt tilbyr personverntjenester for forskning til utdannings- og forskningsinstitusjoner, og skal bistå blant annet studenter med å etterleve personvernlovverket i forskningsprosjekter (2022). Siden det blir brukt intervju og observasjon som datainnsamlingsmetoder i prosjektet, må personopplysninger behandles. Dette er ifølge Sikt meldepliktig, og vi utarbeidet derfor en intervjuguide og et informasjonsskriv i god tid i forkant av datainnsamlingen, for å så kunne sende inn dette med søknaden vår. Det er lovpålagt å dokumentere behandlinger av personopplysninger, og Sikt vil da i vurderingsprosessen gjøre en vurdering av om prosjektet vårt er i tråd med lovverket (2022). Saken vår ble godkjent, se vedlegg 1, og Sikt ga tilbakemelding om at vi lovlig kunne komme i gang med datainnsamlingen til prosjektet vårt.

# 4 Resultater

For å besvare forskningsspørsmålene våre gir resultatene et godt utgangspunkt, da disse svarer direkte på lærernes erfaringer med problemløsning og stillasbygging i klasserommet. I dette kapittelet skal vi presentere resultatene fra de tre intervjuene, i tillegg til observasjonene vi har gjennomført. Som vi beskrev under kapittel 3, kom vi til slutt fram til de fire kodegruppene «lærernes valg av metoder», «elevforutsetninger», «matematisk problemløsning i klasserommet» og «stillasbygging i matematikk». Gjennom denne inndelingen, presenterer vi resultatene fra datainnsamlingen til Kari og Kapser, etterfulgt av datainnsamlingen til Pål, i hver kodegruppe. Til slutt oppsummerer vi resultatene for å gi et mer oversiktlig bilde av hvordan lærerne erfarer problemløsning og stillasbygging i matematikk.

## 4.1 Lærernes valg av metoder

### 4.1.1 Kari og Kapser

På generell basis forteller Kari og Kasper at de i matematikktimene legger opp til mye variert og aktiv læring, som ofte organiseres som makkerdiskusjoner og praktiske oppgaver. På tross av viktigheten av elevaktivitet tilføyer de at det er viktig at elevene faktisk lærer seg noe nytt, og at dette ofte foregår gjennom mer tavlestyrt undervisning. Hovedvekten forsøker de likevel å ha på elevaktive metoder. Kari og Kasper forteller videre at fordi elevene kommer fra ulike barneskoler er nivået når elevene starter i 8. klasse ofte veldig variert. Kari utdyper: «(…) så med 8. trinn når de begynner må vi ofte prøve oss frem litt og se hvor forskjellige er de, vi må få opp basiskunnskapen til et visst nivå før vi kan begynne på alt mulig annet.» Kari og Kasper mener det derfor ikke er hensiktsmessig eller lett å begynne med problemløsning i åttende klasse, da det er nødvendig å skape et jevnere basiskunnskapsnivå når elevene kommer fra barneskolen. Ellers er også problemløsning noe som brukes mye i deres matematikkundervisning utover ungdomsskolen.

Både Kari og Kasper påpeker at deres tidligere yrke preger hvilke eksempler de trekker fram i undervisningen. Begge bruker mye reelle eksempler og problemløsningsoppgaver for å vise elevene at matematikk er den del av virkeligheten. Kari har erfart at det ofte er lettere å engasjere elever med oppgaver som de kan kjenne seg igjen i. Elevene bruker også mer tid på oppgavene hvis de er engasjerende sier Kasper og legger til: «også synes jeg det er så gøy med matteundervisning, å få elever til å plutselig bli sånn at de regner i friminuttet, når du får til det er det det morsomste av alt». I undervisningstimen vi observerte brukte Kasper en problemløsningsoppgave der elevene skulle finne ut hvor mange sekunder gamle de var.

Kasper forteller i etterkant at denne oppgaven opptok elevene stort, noe vi også observerte. Slike oppgaver, men også konkurranse og spill engasjerer elevene veldig synes begge, og er noe de bruker mye. Kari beskriver at elevene er glade i å finne ut av ting sammen. Kasper legger til at det å ha problemløsningsoppgaver rundt omkring i klasserommet med begrenset tid på hver stasjon, «at de kommer fysisk over til ny oppgave» ofte faller i god jord hos elevene. Dette kan være i form av konkurranse eller stasjonsarbeid.

### 4.1.2 Pål

Muntlige diskusjonsoppgaver, problemløsningsoppgaver og samarbeid er gjennomgående undervisningsaktiviteter i timene til Pål. Problemløsning er noe han alltid har praktisert, også før LK20. Pål synes problemløsning er en viktig del av matte og skolen generelt, og er opptatt av at både lærer og elev skal utforske og prøve å løse problemer sammen. Han har stor tro på det å prøve og feile, og beskriver slike aktiviteter som «det viktigste for meg». Det å «utforske problemer» er noe som gjentatte ganger blir nevnt av Pål under intervjuet. Han beskriver at han føler verden nå både innen programmering, økonomi og finans, handler om det å finne problemene selv, og synes det derfor er en fordel å forberede elevene på matematikk i det virkelige liv. Pål mener det er viktig at elevene ikke blir mata med noe, men lærer å se problemet på egenhånd. I den forbindelse trekker han frem at elevene i dag er vant til at matte er svart-hvitt, nemlig at det er et fasitsvar. Han utdyper videre at flere synes at dette er det mest komfortable med matte, at man har et fasitsvar. «Som lærer er det derfor viktig å være villig til å utforske problemer, og kanskje godta at elevene har et litt annet syn på ting». Pål beskriver at han på bakgrunn av dette bruker undervisningsmetoder som handler om det å prøve å finne ut av problemet sammen, hvorfor det stemmer eller hvorfor det ikke stemmer. Han sier han også forsøker å være komfortabel med å gå med på ting han normalt ikke vil gått med på. Elevene får også ofte oppgaver og lekser der de skal tegne og forklare spesifikke oppgaver, til et yngre trinn. Til tross for dette poengterer han at det likevel blir tavleundervisning, «selv om jeg ikke er så fan av det».

Pål bruker mye samarbeidsoppgaver i matematikken. Han beskriver at skolen har bestemt at elevene har en fast makker i tre uker av gangen, i alle fag. I mindre oppgaver bruker han derfor bare de parene eller gruppene de er plassert i, mens han i større vurderingssituasjoner bruker bestemte grupper. Disse gruppene setter han sammen ved å vurdere hvilke elever som kan dra hverandre opp. Han forsøker derfor å ta valg i undervisningen som alle kan tjene på.

## 4.1 Elevforutsetninger

### 4.1.1 Kari og Kasper

I løpet av matematikktimene mellom intervju 1 og 2 forsøkte både Kari og Kasper å legge opp deler av problemløsningsaktivitetene individuelt. Elevene er svært vant til å snakke sammen og dele ting, og da kommer de ofte ganske fort i gang sier Kasper. Både Kari og Kasper har erfaring med at elevene sliter med å komme i gang med problemløsningsoppgaver på egenhånd. Kasper tror årsaken til at elevene har vanskeligheter med dette er fordi de låser seg til at det bare finnes en metode. Hvis elevene ikke finner «metoden» umiddelbart alene, gir de opp og tror de ikke mestrer oppgaven. Typisk er da at når lærer går igjennom ulike metoder på tavla, forstår elevene at det kanskje var flere måter å tenke på enn de først hadde trodd forteller Kasper. Han beskriver også at han oppfattet det som en stor lettelse hos mange elever da de endelig fikk lov til å snakke sammen. Kasper mener det var som om «trykket lettet» da elevene fikk samarbeide i sin klasse. Det samme gjaldt i timen til Kari, da hun så seg nødt til å bryte opp det individuelle arbeidet mye tidligere enn planlagt sier hun.

Selv om elevene kommer fort i gang når de jobber i makkerpar eller grupper, mener Kari at elevene ikke nødvendigvis bygger på hverandres kunnskap. Hun tror heller en forklaring er at elevene noen ganger hermer etter hverandre framfor å stole på egne beslutninger. Derfor tror Kari at elevene har godt av å prøve alene noen ganger, da det ofte dukker opp flere metoder når alle får tenke. Videre tror Kari at dette kanskje skal til for å unngå at metoden til eleven som elevene oppfatter som «flinkest» på gruppa dominerer. Kari påpeker på andre siden en viktig refleksjon, nemlig at selv om ikke alle elevene deltar på gruppearbeid, tror hun likevel at elevene på et lavere nivå lærer av de andre som samtaler om oppgaven. Hun sier videre at hun noen ganger tror at elever hører mer på hverandre enn læreren. Det er derfor ikke alltid et mål i seg selv at alle elevene må bidra like mye ved gruppearbeid.

Kari beskriver en episode hun noterte seg da hun gjennomførte samme problemløsningsoppgave i to klasser. I begge klassene spredte én metode seg som flertallet av elevene i klassen endte opp med å bruke, men metodene i klassene var ulike. Den ene metoden ble ikke nevnt i den andre klassen påpeker Kari. Da de to metodene i de to klassene var ulike, var det dermed ikke gitt at den «enkleste» eller mest effektive metoden var den som spredte seg.

Både Kari og Kasper synes det kan være utfordrende å få elever til å snakke fag i matematikken. Spesielt i klasser med dårlig læringsmiljø tør elevene rett og slett ikke å snakke fag forteller Kari. Hun peker videre på at årsaken til at elever ikke får frem sin kunnskap ofte kommer av sosiale årsaker, der hun bemerker seg et typisk eksempel: «Der er det mye veldig stille jenter og veldig kule gutter. Så det er ingen som tørr å si noe». Det å bygge opp undervisningen på en trygg måte legger både Kari og Kasper stor vekt på.

Kari og Kasper har begge bemerket seg at elever ofte synes det er vanskelig med representasjoner i matematikk, og Kasper peker spesielt på sterke elever; «de sterke elevene kan bli litt forvirret av det noen ganger». Han viser til et eksempel der pengesedler blir brukt for å vise deling, men der noen elever mente dette var mer forvirrende. Disse elevene virket låst til algoritmen for deling, og synes representasjoner var utfordrende å forstå. På en annen side påpeker han; «mens det helt sikkert ga mer mening for noen av de svake som ikke kan de algoritmene, men bare skal forstå hva deling egentlig er». Også Kari har erfart noe lignende, og forteller da hun fikk spørsmål av en elev hva 2*10 var. Kari sa da «hvis du har to tiere da?», og eleven svarte raskt «ja det er 20 kroner». Kari konkluderer med at hun tror elever som ikke forstår algoritmene trenger praktiske eksempler, og at dette underbygger hennes erfaring med at disse elevene noen ganger er sterkere i enkelte problemløsningsoppgaver.

I 8. klasse synes elevene det på generell basis er vanskelig å finne sammenhenger i matematikken, og å plukke ut riktige ting i oppgaven forteller Kari. En gjennomgående utfordring er også at elevene synes det er vanskelig å vise hvordan de har tenkt på papiret. Eksempelvis er det mange elever som gjør overslag eller regner i hodet, og at elevene trenger stadig påminnelse om å vise hvordan de har tenkt. Kari opplever at elevene ikke forstår at fremgangsmetode er minst like viktig som å finne svaret. Da hun fortalte elevene at de kan få poeng uten å ha kommet frem til svaret, oppfattet hun mange elever som overrasket. Kasper tilføyer viktigheten av at elevene forstår at man ikke trenger å komme til svaret med en gang, men heller kan vise hele prosessen av hvordan de har tenkt. Kari og Kasper jobber derfor mye med å lære elevene å tenke mer åpent og å prøve å sette ord på eller skrive ned for å bevisstgjøre elevene på hvordan de tenker. Elevene svarer ofte med «men jeg har det i hodet».

#### 4.1.2 Pål

I Pål sine matematikktimer tar gruppearbeid stor del, ofte organisert som grupper på 2-3. Han har erfaring med at noen elever personlighetsmessig ikke alltid passer i gruppearbeid. Eksempelvis kan dette være elever som liker matte som fag fordi de endelig kan arbeide alene. På tross av dette forsøker Pål å utfordre elevene til å jobbe i grupper og finne løsninger sammen. I likhet med Kari og Kasper, har også Pål opplevd at løsninger sprer seg, men også holdninger. Dersom en elev har en negativ holdning og sitter fast i problemet, sprer ofte dette seg til resten av gruppa forteller han. På en annen side gjelder dette også positive holdninger, som i gruppearbeid typisk sprer seg.

Da diskusjon ofte kan oppstå ved problemløsningsoppgaver, og er en arbeidsform som brukes mye, har Pål erfart at slike diskusjoner ofte har bedre forutsetninger i mindre grupper. Typisk for felles diskusjoner er at de samme seks rekker opp hånda beskriver Pål. For å tilrettelegge for gode diskusjoner bruker han ofte taleopptak av diskusjonene som foregår innad i gruppene. Slik opplever Pål at flere elever tør å engasjere seg og ta ordet. Han erfarer ofte at elevene forstår hvordan hverandre tenker, også noen ganger bedre enn sine forklaringer, noe han synes er positivt i gruppediskusjoner. Noen ganger dropper han taleopptaket både for å senke forventningene om tilbakemelding, men også for å dempe terskelen for å si noe. Som nevnt er det også alltid to lærere i matematikken, noe som gjør at de ofte rekker igjennom mange grupper likevel.

Pål beskriver at mange elever tenker at matematikk er et fag som er forbeholdt noen spesielle. Han tilføyer videre at han opplever at flere elever blir påvirket av foreldrenes syn på matematikk, og at dersom deres forhold til matematikk er dårlig, «så ødelegger det veldig mye». På den andre siden legger han til at det er mange foreldre rundt skolen som er opptatt av matte som fag, og at dette har bidratt til at flere elever forserer, nemlig tar 1T på ungdomsskolen. I klasserommet til Pål jobbes det mye med holdninger blant elevene. Flere er vant med at matte er svart-hvitt, og er komfortable med at matte kun har er fasitsvar. Dette beskriver Pål at blant annet fører til at flere ønsker å jobbe alene. I gruppe blir du utfordret på andre måter i den forstand at du må klare å formidle og forklare det du tenker, noe han mener flere opplever som mindre «behagelig». Særlig hos noen er dette holdninger det jobbes mye med hos Pål. Han ser på samarbeid og matematisk diskusjon som viktige aktiviteter for elevenes matematiske utvikling, og noe de derfor ofte blir utfordret på å gjøre. Han beskriver også at noen skjønner at det er naturlig å kunne forklare det du gjør til andre. Det er viktig å forstå det du har gjort, «det hjelper ikke være genial hvis ingen andre forstår det», sier han.

## 4.2 Matematisk problemløsning i klasserommet

### 4.2.1 Kari og Kasper

Da problemløsning fikk en sentral del av læreplanen ved LK20, beskriver Kari et større «press» på å bruke problemløsning i sin undervisning. Selv om problemløsning alltid har vært en del av hennes undervisning i form av større praktiske prosjekter, eksempelvis «tegn en garasje» og lag en modell eller lignende, bruker hun nå problemløsning også som mindre oppgaver jevnt over. Kasper tilføyer at problemløsning ofte brukes i slutten av et tema for at elevene kan «teste ut» de metodene de har lært seg. Både Kari og Kasper beskriver det som utfordrende å «føle seg fram» på nivået i klassen. Det er ikke til å stikke under en stol at elevene trenger å kunne mange metoder for å klare å løse en problemløsningsoppgave mener Kasper, noe de må bruke tid på. Kari legger til at hun synes det kan bli for mye tid på å ha det gøy, og at «det er kanskje blitt litt for lite fokus på metoder».

Både Kari og Kasper har bemerket seg utformingen av tentamen fra forlagene, og eksamen fra Utdanningsdirektoratet, nemlig at begrepene i problemløsningsoppgavene er hentet rett ut fra kjerneelementene, som «abstraksjon og generalisering». Kari sier at de bare må stryke disse begrepene med en gang, for ellers blir elevene frustrerte av å ikke skjønne betydningen av ordene. Begge peker på at slike begreper til og med kan være vanskelig for lærer å forstå hva innebærer. Andre begreper som «inkludert» trekker de også fram at elevene ofte synes er vanskelig å forstå. Det jobbes derfor mye med begrepsforståelse, noe de gjør ved å lese oppgaven sammen og sørge for at elevene skjønner ordene, «for ellers blir det vanskelig å komme i gang med regning» sier Kari. Elevene sliter dessuten med å holde konsentrasjonen med tekstoppgaver lenger enn to setninger, foreller Kari videre. Kasper legger til at han tror elevene har dårlig erfaring med tekstoppgaver allerede fra barneskolen, og at elevene tenker «nei, nei tekstoppgave». Det jobbes derfor mye med å bryte opp problemer i mindre deler, og hente ut viktig informasjon. At elevene skal forstå at matematikken ikke er servert som formler i hverdagen er viktig for Kasper.

Kari opplever at problemløsningsoppgaver ofte tilrettelegger for at flere elever kan mestre matematikken. Noen ganger ser hun at elever som ellers pleier å være på et lavere nivå, ser nye løsninger og bruker egne strategier. Kasper kommenterer at sterkere elever på en annen side fort kan låse seg til metoden de har lært. Problemløsningsoppgaver åpner dermed opp på en annen måte for svake elever, da det gir mulighet for forskjellige strategier å løse problemer på mener Kari. Dette gir disse elevene mulighet til å vise litt kunnskap, istedenfor at man ikke får frem noe i det hele tatt fortsetter hun.

### 4.2.2 Pål

Pål er opptatt av det å kunne relatere matematikken til det virkelige liv. I forbindelse med problemløsning opplever han at elevene ofte i starten av ungdomsskolen blir overrasket over at det finnes flere svar og ulike måter å gå frem på. Han beskriver at elevene er vant til å jobbe med matematikk «litt sånn svart-hvitt», og at det er en tilvenningsprosess for elevene å bli komfortable med at matematikk ikke bare har fasitsvar. Spesielt noen elever er komfortable med matematikk som et fag med fasitsvar, og Pål mener problemløsning kan være ekstra ukomfortabelt for disse elevene. Pål prøver å lære elevene at det ofte er slik ellers i livet og, og at det derfor kan være flere løsninger på ulike problemer og utfordringer de møter på. Til tross for at noen elever i åttende ofte må vende seg til en ny tilnærming til matematikk, forteller han at elevene i klassen hans er godt kjent med problemløsning. Han mener det er såpass godt innarbeidet hos elevene at han ikke trenger å si så veldig mye hvis en hel time går til problemløsning.

Pål forteller at han synes det er viktig at han viser elevene at han selv er villig til å utforske sammen med elevene. Dette innebærer at han iblant må godta forklaringer han normalt sett ikke ville gått med på, og være åpen om at han ikke alltid forstår deres forklaring. Han sier likevel at han kan matten såpass godt på ungdomsskolen og videregående at han som regel greier å sette seg inn i problemet og tankegangen til elevene. Videre forteller han at dette gir han mulighet til å finne ut ting før dem og videre stille de riktige spørsmålene. Han har også stort fokus på å formidle og oppmuntre til å bruke gode problemløsningsstrategier. Særlig tegning mener Pål er en god strategi, og er noe han har god erfaring med fra egen problemløsning. Likevel har Pål opplevd at mange elever sliter med å tegne problemene selv, og reagerer med «åja, wow det du tegnet der var smart». Videre sier Pål at han derfor har stor tro på å minne elevene om å tegne problemene nok ganger slik at de til slutt forsøker selv før de spør om veiledning. Selv om Pål har stor tro på tegning i matematikken, er det spesielt ved hjelp av digitale verktøy og legger til at han prøver å unngå vanlig håndskrift mest mulig. Explain everything, Geogebra og Pythonista, eller tegneprogram på Ipad brukes mye i undervisningen og til lekser. Dette kan være i form av at elevene skal lage en digital video eksempelvis «tegn og forklar til en sjetteklassing».

Problemløsning er den arbeidsformen elevene holder lengst ut med mener Pål. Særlig hvis elevene opplever uenighet eller står fast på et problem, holder de som regel mye lenger enn ved vanlige oppgaver og oppgavedrilling sier han videre. Elever som ofte underyter eller ikke er så glad i matematikk kan han oppleve at plutselig sitter mye lenger enn forventet med matematikken. Pål sier «jeg har veldig gode erfaringer med det faktisk».

Pål ser mange fordeler med det økte fokuset på problemløsning i matematikken. Selv er han utdannet siviløkonom, og forklarer at han aldri fikk problemene servert som regnestykker, men at han heller måtte analysere for å finne problemene. Han argumenterer for at matematisk problemløsning har større overføringsverdi til den virkelige verden slik den er innen både programmering, økonomi og andre felt. Dette har han stor tro på å formidle til elevene tidligst mulig. Selv om han ser viktigheten av denne tilnærmingen til matematikkfaget, legger han ikke skjul på at dette krever litt mer av lærerne. «Det er lettere å vurdere fasitsvar og enkle oppgaver» legger Pål til. Han forteller videre at de bruker mye tid på å forstå kompetansebegrepet. Lærere må være forberedt på å vurdere med mange andre former enn typiske prøver synes han. Muntlige vurderinger og diskusjoner synes Pål fungerer godt som vurderingsform for å få frem elevenes kompetanse innen problemløsning.

## 4.3 Stillasbygging i matematikk

### 4.3.1 Kari og Kasper

Kasper visste ikke på forhånd av intervjuet hva stillasbygging var, men etter å ha hørt vår beskrivelse av det påpeker de at «vi bruker det egentlig nesten hele tiden». I observasjonen observerte vi at Kasper stadig vekk oppfordret elevene til å bruke selvvalgt metode til å løse problemløsningsoppgaven. Dersom elevene ga uttrykk for at de ikke skjønte, ga Kasper hint underveis. Både Kari og Kasper presiserer at de har blitt mye mer bevisst på indirekte å bruke stillasbygging etter ny læreplan, men også at de «har vi blitt mer tvunget til det» sier Kasper. Kravene om variert undervisning har gjort at Kari og Kasper bruker mer tid på makkergrupper, å skape matematisk diskusjon, og videre høre med elevene hvordan de løste det med en felles gjennomgang. På tavla tar de opp forskjellige løsninger for å vise ulike måter å gå fram. Slik viser de at man kan tenke på mange forskjellige måter sier Kari. Det samme observerte vi i timen til Kari, da hun i plenum prøvde å sette i gang en matematisk diskusjon der elevene ble oppfordret til å dele tankene sine med resten av klassen. Innspillene hun fikk brukte hun senere i gjennomgang på tavla. Selv om de ofte går igjennom forskjellige måter å tenke på felles, møter de noen ganger på utfordringer med å ha med hele klassen. Ofte har de erfart at flere og flere faller av, men argumenterer for at det likevel er viktig bruke tiden på de som trenger det. Det kan være fristende å bare si «sånn er det», «bare flytt komma to hakk tilbake» for å komme seg videre forteller Kasper. Fra elevenes side sier Kari at også elevene ofte sier «bare gi meg svaret da», men hun mener likevel at det er veldig tilfredsstillende for lærer når elevene klarer å komme frem til svaret selv. Også for elevene er det motiverende å erfare at de egentlig forstår det, men at de bare trenger litt drahjelp understreker Kari.

I forbindelse med den nye læreplanen bruker ikke skolen der Kari og Kasper jobber lenger lærebøker, men elektroniske læremidler. Både Kari og Kasper mener dette ikke bare er positivt. Kari legger til at dersom det er mye tekst «zoomer elevene ut». De er ikke vant til å trekke ut informasjon av tekstoppgaver, og heller ikke vant med å bruke kladdebok, men gjetter svaret på nettoppgavene. Både Kari og Kasper mener det derfor er viktig å lære elevene å bruke kladdebøkene selv om oppgavene er på nett, slik at de kanskje blir mindre avhengig av støtte fra lærer eller medelever, og lærer seg å bryte opp oppgaven selvstendig. Med større oppgaver forteller Kari at de oppfordrer til å lese oppgaven nøye, plukke ut riktig informasjon, sortere informasjon, og tegne en figur. Derfra prøver hun å oppmuntre til å utforske hvor langt de kommer. I timen til både Kari og Kasper observerte vi at de gjentatte ganger sa at fremgangsmåten er det viktigste, ikke svaret. Kari sier hun merker stor forskjell på elevene i 8. og 10., og at det skjer en stor utvikling i løpet av disse årene. Likevel påpeker Kari at det til og med for 10. klassinger er vanskelig å komme i gang med problemløsningsoppgaver som er formulert åpne. Det arbeides derfor gjennom hele ungdomsskolen med å løse enkle tekstoppgaver, da det ikke er noe poeng å gi 8. klassinger helt åpne problemløsningsoppgaver.

Selv om både Kari og Kasper har merket en tendens til at elevene kopierer hverandres svar, har de stor tro på samarbeid. Dette begrunner Kari med at det er fordelaktig at elevene øver på å hjelpe, samtidig som det er en avlastning hvis læreren er alene i klasserommet. Dessuten sier Kari at elevene ofte forstår hverandres tankegang, og at elevene mener Kari noen ganger ikke henger helt med. Ved individuell jobbing er det mye jobb å hjelpe elevene i gang; «(…) da løper man mye rundt assa» forteller Kasper, og sier det ofte er vanskelig å rekke igjennom alle elevene, da elevene trenger mye støtte til å tolke oppgavene. Kasper legger til at elevene har lav selvtillit, og at de egentlig mestrer det hvis de prøver selv. De gjør seg likevel avhengig av drahjelp og forklaring fra lærer eller andre elever.

Både Kari og Kasper synes det noen ganger er problematisk å bruke elevenes innspill i plenum, men mener også at man må være litt åpen. Kasper sier at det er lurt å ikke skjule at man selv ikke skjønner det, men åpne for den eleven som kanskje har en helt riktig forklaring. Selv om det er viktig å være åpen beskriver Kasper at det noen ganger «kjennes litt sånn hjelp, hva er det denne eleven egentlig mener nå», og at det da kan være litt vanskelig å vise.

Samtidig synes Kari det er «morsomt å få sånne på sparket og, også må man bare prøve å dra ut det man skjønner».

### 4.3.2 Pål

Stillasbygging er noe Pål ble spesielt bevisst på å bruke ved innførelsen av del 3 på eksamen. Det var stort behov for hjelp til å se og formulere problemene beskriver han, og han merket raskt at elevene trengte en form for støtte for å ha mulighet til å løse oppgaven. Det å forberede elevene på å finne og løse problemer både individuelt og i grupper, peker dermed Pål på som viktige prioriteringer i matematikkundervisningen sin. Eksamen er individuell, og han sier det derfor til syvende og sist er viktig å tidlig gjøre elevene kjent med denne måten å arbeide på i møtet med ulike problemer. På ungdomsskolen Pål jobber på beskriver han seksjonen på trinnet som svært opptatt av å fremme alt som er nytt i mattefaget, både problemløsning, programmering og utforsking. Skolen har tilgang på de tre store forteller Pål, nemlig Asgeir, Cappelen og Gyldendal, noe han mener er fordelaktig. Dette gir han stor tilgang på oppgaver elevene kan utforske selv. I alle mattetimer er de også alltid to faglærere, noe han mener er til stor hjelp: «jeg tror egentlig det løser det meste fordi, da er man plutselig én person på 12-13 elever istedenfor».

I matematikktimene til Pål legger han stor vekt på å at elevene skal argumentere for sine strategier ved å spørre «hva tenkte du?» eller «hva mente du?». I åttende klasse holder han seg gjerne til slike spørsmål forteller han, men når elevene nærmer seg tiende klasse er det viktig at elevene lærer å analysere egne meninger. Dette kan innebære å finne styrker og svakheter ved egne svar. Slik arbeider han systematisk gjennom ungdomsskolen slik at elevene først lærer det grunnleggende, og videre utvikler en bevissthet rundt egne tankemønster. Pål beskriver denne prosessen som en holdningsendring, da det særlig hos noen elever må jobbes med å ikke tenke «svart-hvitt» matte. På en annen side beskriver Pål at mange elever også skjønner det naturlig, «man må forstå hva man har gjort på en måte, og klare å formidle det til andre». Han legger til at det ikke hjelper å være genial hvis ingen andre forstår det, og at han ofte fremmer det budskapet til elevene.

Pål synes diskusjonsoppgaver er viktig i sin undervisning, men påpeker at det ikke alltid er like lett å skape diskusjon. Ofte mener han oppgaven i seg selv avgjør om diskusjonen blir god eller ikke, da noen oppgaver er mer egnet for diskusjon enn andre. Han opplever ofte at hvis oppgaven er god så blir plenumsamtalen også god. Det gjelder da å ikke gi elevene oppgaver som er for enkle å løse, men heller typiske problemløsningsoppgaver som åpner for ulike tilnærminger. Han forteller videre at det noen ganger kan være vanskelig å forstå hvordan elever tenker, men at han som regel finner ut av det. Dessuten påpeker han viktigheten av å være åpen om å ikke alltid forstå og legger til; «at jeg forstår hvordan de har tenkt, er ofte like vanskelig som at de skal forstå hvordan jeg tenker».

På generelt grunnlag ser Pål mange fordeler med stillasbygging, nemlig at det ofte skaper mer engasjement enn hvis elevene kun arbeider med oppgaver og følger med på tavla. Han mener det er typisk at elever «elsker» samfunnsfag da det gir stor frihet til å utforske selv. Dette tror han kan overføres til matematikken ved å ha en mer åpen undervisningsform der problemløsning tar plass, og der lærer støtter elevene framfor bruker mye tid på å vise. På en annen side mener Pål at stillasbygging ofte gir mindre struktur i klasserommet, og at lærer derfor må ta høyde for mer bråk i timen. Han har erfart at timen ofte kan ta uventede vendinger på godt og vondt, og at man ofte blir tatt av tidsklemma da det er mye en skal rekke igjennom.

## 4.4 Oppsummering av resultater

***Lærernes valg av metoder***

Kari, Kasper og Pål bruker variert og aktiv læring i matematikkundervisningen, inkludert praktiske oppgaver og reelle eksempler. Kari og Kasper fokuserer spesielt på å engasjere elevene med oppgaver de kan kjenne seg igjen i, mens Pål vektlegger muntlige diskusjonsoppgaver, problemløsning og samarbeid. Alle informantene har erfart at virkelighetsnære oppgaver engasjerer elevene stort, og at elevenes utholdenhet er lenger dersom problemene fanger interessen. Videre understreker informantene betydningen av å ha en solid basiskunnskap for å kunne utforske mer avanserte matematiske konsepter, og at de derfor i tillegg til utforskende undervisning har noe tavleundervisning. Det pekes spesielt på viktigheten av å være åpen for elevenes forklaringer i plenum, og sammen finne ut hvorfor en forklaring stemmer eller ikke stemmer.

***Elevforutsetninger***

Kari og Kasper opplever at elevene kommer spesielt fort i gang ved samarbeid. På tross av at de kommer raskt i gang betyr ikke dette nødvendigvis at de bygger på hverandres kunnskap. Imidlertid er ikke det alltid et mål i seg selv, da lærerne erfarer at elevene lærer av hverandre uavhengig av deltakelse. Oppfatningen om at matematikk er forbeholdt noen spesielle har Pål lagt merke til blant elevene, noe også Kari og Kasper merker. Dette kommer fram i mangelen på tillit til egne beslutninger. Hvis elevene ikke umiddelbart finner metoden når de arbeider alene, gir elevene opp beskriver Kari og Kasper. Det pekes på at læringsmiljø har stor betydning for hvordan gruppearbeid og matematikk i klasserommet fungerer, der Pål bemerker seg spesielt at elever personlighetsmessig ikke alltid passer i gruppearbeid. Lærerne deler dermed en erfaring om at elevforutsetningene er viktige for hvordan problemløsning fungerer i klasserommet.

### *Matematisk problemløsning i klasserommet*

Problemløsning er en viktig del av matematikkundervisningen til Kari, Kasper og Pål. Kari og Kasper understreker viktigheten av å lære metoder for å mestre problemløsningsoppgaver, da de ser at dette har stor betydning for hvordan elevene går frem i problemene. Pål fokuserer på å relatere matematikken til den virkelige verden, da han mener at slik matematikk har større overføringsverdi til virkeligheten. Dette formidler han til elevene tidligst mulig. En gjennomgående erfaring er at elevene ofte blir overrasket over at det finnes flere svar og ulike måter å gå frem på, og viktigheten av å utforske sammen med elevene bemerkes derfor som spesielt viktig. Elevene hos alle informantene har vanskeligheter med å bruke strategier som tegning for å løse problemer, og dette jobbes det derfor mye med. Kari og Kasper erfarer også at det kan være utfordrende å tilpasse elevenes nivå i problemløsning, der vanskelige begreper pekes på som en faktor til frustrasjon hos elevene. Likevel er en felles erfaring at problemløsning tilrettelegger for at også «svake» elever kan utforske egne strategier.

### *Erfaringer med stillasbygging i matematikk*

Kari og Kasper mener begge at det er viktig å gi elevene tid og støtte til å jobbe med problemer på egen hånd, selv om det krever mer tålmodighet fra både lærer og elev. De understreker også betydningen av å gi elevene tilbakemeldinger underveis i prosessen og ikke bare svaret, slik at de kan lære av feil og forbedre seg. Også Pål tror at det er viktig å gi elevene frihet til å utforske og eksperimentere, og ikke bare fokusere på å få riktig svar på problemene. Kari og Kasper erfarer at elevene gjør seg avhengig av støtte i problemløsning, noe de tror kommer av elevenes manglende selvtillit i matematikk. De har lagt spesielt merke til dette ved bruk av digitale læremidler, da elevene velger en «gjett og sjekk» tilnærming framfor å bruke problemløsningsstrategier. Når det gjelder diskusjon har alle informantene erfaring med at dette kan by på vanskeligheter, og peker på problemets egnethet som en sentral faktor for kvaliteten på plenumsamtalen. Også lærerens tilnærming som utforsker sammen med elevene påpekes som sentralt. Stillasbygging som arbeidsform gir ofte mindre struktur, og uventede vendinger må derfor tas høyde for beskriver Pål. Samtidig er dette en arbeidsform som gir elevene mulighet til å utforske problemer med større grad av selvstendighet.

# 5 Drøfting

I denne delen av masteroppgaven skal vi drøfte funnene våre opp mot relevant teori som er presentert under kapittel 2. Formålet med forskningsprosjektet er å avdekke lærernes erfaringer med problemløsning og stillasbygging i matematikkfaget. Vår drøfting består derfor ikke av å kartlegge informantenes erfaringer med fenomenet, da resultatene våre besvarer forskningsspørsmålene. Drøftingen har derimot som hensikt å sette relevante aspekter av funnene i et teoretisk perspektiv, og vil forhåpentligvis kunne bidra til et overblikk til videre forskning på feltet.

På bakgrunn av teori har vi kommet fram til hovedtemaene for drøftingen: «elevenes kunnskap, kontroll og syn på matematikk», «problemløsning som en utforskende aktivitet», «elevenes nivå og lærerstøtte» og «matematisk samtale og diskusjon», som alle på hver sin måte tar for seg relevante aspekter ved problemløsning og stillasbygging i et teoretisk perspektiv.

## 5.1 Elevenes kunnskap, kontroll og syn på matematikk

I rammeverket «Beyond the purely cognitive» av Schoenfeld (1983) trekkes taktisk kunnskap fram som en grunnleggende mekanisme for å mestre problemløsning. Sett i perspektiv av Kari og Kaspers beskrivelser av elevenes ulike nivå i begynnelsen av 8. trinn, beskriver de det som nødvendig å heve basiskunnskapsnivået for å skape et grunnlag for å mestre matematiske problemer. Sett i lys av Schoenfeld sitt rammeverk (1983) kan basiskunnskap relateres til elevenes algoritmiske prosedyrekunnskap. Rittle-Johnson et al. (2001) viser til prosedyrekunnskap som sentral for elevenes matematiske utvikling. Til tross for dette peker de på at en konseptuell forståelse er nødvendig for å få en helhetlig forståelse i matematikk, som også er grunnleggende for å mestre problemløsning. Dette blir et slags paradoks, da elevene på den ene siden trenger å heve basiskunnskapsnivået for å hensiktsmessig kunne ta i bruk relevante prosedyrer. Samtidig må elevene mestre å finne sammenhenger mellom de matematiske konseptene for å drive med problemløsning, noe som ikke nødvendigvis vil utvikles gjennom tradisjonell innføring av matematisk prosedyrekunnskap. Hvorvidt basiskunnskapen må heves ved hjelp av innføring av prosedyrekunnskap, eller om problemløsning kan være en inngang til denne kunnskapen, blir da relevant.

Slik Schoenfeld (1989) beskriver, vil et problem ha et subjektivt aspekt ved seg, da det er elevens forhold til problemet som avgjør om det oppfattes som et problem eller ikke. Selv om det hos Kari og Kasper oppleves som utfordrende å bruke problemløsning når basiskunnskapen til elevene er ujevn eller mangelfull, kan muligens problemløsning brukes på av tross dette, da matematiske problemer kan tilpasses elevens matematiske forståelse. Et mål om å gi elevene et jevnt basiskunnskapsnivå ved hjelp av tradisjonell innføring kan derfor være nødvendig, men også antakeligvis begrense elevenes utvikling av en konseptuell forståelse. På en annen side skriver Lester, Garofalo og Kroll, (1989, referert i Schoenfeld, 1992) at det er utfordrende for lærer å opprettholde sin rolle som overvåker, tilrettelegger og klasseleder hvis elevene har problemer med det grunnleggende fagstoffet. Dette peker også mot at en tradisjonell måte å heve kunnskapsnivået på kan være hensiktsmessig.

Pål understeker at tavleundervisning tar en god del tid i hans undervisning, på tross av at han ikke er «fan av det». Han utdyper ikke hvorfor dette har en stor plass, men man kan anta at også Pål ønsker å gå igjennom relevant fagstoff på en tradisjonell måte, nettopp for å gi elevene noen grunnleggende redskaper inn mot problemløsningsoppgaver. Ser vi til samspillet mellom prosedyrekunnskap og konseptuell forståelse som Rittle-johnson et al. (2001) peker på, påvirker de to forståelsestypene hverandre refleksivt. En tradisjonell innføring av prosedyrekunnskap kan derfor muligens hjelpe elevene å forstå konseptene bedre, oppdage misforståelser, og oppnå et bredere repertoar av prosedyrekunnskap for nye problemer.

Kari og Kasper forteller at skolen ikke lenger bruker lærebøker ved den nye læreplanen, men at all matematikk foregår ved elektroniske læremidler. De har både erfart at elevene «zoomer ut» med mye tekst, ikke klarer å trekke ut riktig informasjon av oppgavene, og ofte gjetter på nettoppgavene istedenfor å ta i bruk skrivebøker. Til tross for at de stadig oppfordrer til å lese oppgaven nøye, plukke ut riktig informasjon og andre problemløsningsstrategier, opplever de at elevene har utfordringer med det. Elevenes tidligere skolegang kan da være en sentral faktor å ta i betraktning. Både Kari, Kasper og Pål deler opplevelsen av at elevene blir overrasket over at det finnes flere fremgangsmetoder i et problem, i starten av ungdomsskolen. Dette kan antyde at elevenes syn på faget preges av erfaringer fra barneskolen, og at dette må arbeides med strategisk gjennom ungdomsskolen for å utvikle. Ser vi til Schoenfeld (1983) sin beskrivelse av «kontroll» kjennetegnes «wild goose chase» med liknende adferd Kari og Kasper opplever, nemlig at elevene gjetter på metoder og svar. Det kan virke som at elevene i den sammenheng er av en oppfatning av at elektroniske læremidler ikke kan kombineres med skrivebok. Som Schoenfeld (1983) peker på er en del av det å lykkes med problemer nettopp å sjekke, teste og koordinere kunnskap, noe som forutsetter at en kan notere og prøve ut ulike strategier.

Elevenes strategier for problemløsning avhenger blant annet av evne til selvregulering og kontroll. Hvordan en lærer kan tilrettelegge for at elevene utvikler dette er ingen enkel oppgave. Tvert imot mener Lester (1994) at det er nytteløst å gi elevene en innføring i metakognisjon, men at elevene heller skal gjøres oppmerksomme på egen kognisjon og overvåke egen problemløsningsprosess når det arbeides med problemer. Lester (1994) peker også på at å lære elevene om ulike problemløsningsstrategier ofte er lite hensiktsmessig, men at læreren heller skal gi systematiske instruksjoner inn mot problemene. Dette kan ses i lys av hensikten med stillasbygging, nemlig at lærerens oppgave ikke er «vis og fortell», men heller en medierende hjelper som skal støtte elevenes problemløsningsprosess.

En slik tilnærming til undervisningen peker likevel Pål på at kan være mer krevende enn tradisjonell undervisning, da det gir mindre struktur i klasserommet. Han har erfart at timen kan ta uventede vendinger, og at man må ta høyde for mer bråk i timen, som også Lester et al. (1989, referert i Schoenfeld, 1992) bemerker. Også Schoenfeld beskriver det som krevende for både elever og lærere med problemløsning, men at det likevel er langt mer givende enn det han kaller imitasjon av læreplanen. Hvis målet er å utvikle elevenes indre tankeprosesser, kan det likevel være vanskelig å opprettholde alle ansvarsområdene en lærer har i et klasserom. Da Kari og Kasper opplever at elevene bruker en «wild goose chase» tilnærming til problemer på elektroniske læremidler, kan det virke som at elevene har vendt seg til en adferd som må endres. Lester (1994) peker likevel på at det å utvikle gode metakognitive ferdigheter ofte er vanskelig, og vil for mange elever bety å bli klar over upassende tidligere metakognitiv adferd, samtidig som dette må «avlæres». Riktig støtte og veiledning, samt tilpassede problemer kan være et skritt i riktig retning, men samtidig må lærerne belage seg på at det vil ta tid og tålmodighet å utvikle elevenes metakognisjon og evne til selvregulering i matematikk.

## 5.2 Problemløsning som en utforskende aktivitet

Ut ifra Schoenfeld (1983) sin definisjon skal et problem fange interessen til og engasjere eleven, som videre skal forårsake at eleven ønsker å løse det. Dette stemmer godt overens med en gjennomgående erfaring både Kari, Kasper og Pål deler, nemlig at problemløsningsoppgaver nettopp engasjerer elevene. Ikke bare problemløsningsoppgaver, men også spill, konkurranse, og andre oppgaver som er relevante for elevens eget liv påpeker Kari og Kasper engasjerer elevene stort. Pål peker på et annet aspekt ved problemløsning, nemlig at det er helt sentralt at elevene lærer seg å bruke problemløsningsstrategier, men også å finne problemene selv. Innen mange fagfelt er nettopp det å finne problemer og drive med problemløsning kjernen av matematikken, ikke bare å lete etter fasitsvar. Problemløsning relateres ofte mer til det virkelige liv, og det kan være akkurat derfor elevene opplever å bli mer engasjert hvis oppgaven først fanger interessen. På en annen side peker Schoenfeld (1992) på typiske elevoppfatninger av matematikken, blant annet at elevene må klare å løse problemer på fem minutter eller mindre dersom de har forstått matematikken. At matematiske problemer kun har ett riktig svar og at det er lærerens demonstrasjon av regler som er den riktige måten å gjøre det på, er andre typiske elevoppfatninger. På tross av slike oppfatninger kan det se ut som at dersom problemet først fanger elevens interesse og engasjement, sitter de lenger med problemet, samt utforsker forbi lærerens demonstrasjoner.

Pål beskriver en viktig holdning han velger å ha i sin undervisning, nemlig at han vektlegger at både han og elevene skal utforske matematikken. For at elevene skal kunne utvikle strategier, fremgangsmetoder, og oppnå en relasjonell forståelse, viser Angheleri (2006) til at det er viktig å tolke elevenes handlinger, og samtale om det. Det å være åpen om at man ikke forstår deres forklaring, men likevel godtar og går med på, ser vi fra Pål sine erfaringer at fører til at problemløsning blir den arbeidsformen elevene er mest utholdende med. Dette kan ses i lys av både Chapman (2015) og Schoenfeld (1992) som begge understreker at lærerens syn på matematikken preger elevenes eget syn faget. Schoenfeld hevder at læreren har ansvar for å skape en åpen og meningsfull klasseromskultur, da dette gir elevene trygghet til å utforske. Det kan virke som at Pål bygger opp en slik klasseromskultur nettopp ved å selv innta en rolle der han viser at han ikke sitter på en fasit. Han beskriver også at han noen ganger velger å gå med på forklaringer han ikke er helt enig i, noe som også kan gi elevene en trygghet til å utforske egne strategier. En slik klasseromskultur kan mulig bidra til det Stage og Kloosterman (1992) beskriver som grunnleggende for elevens mestring av problemløsning, nemlig troen på at en kan løse problemer som er tidkrevende, og at med innsats vil de bli flinkere.

Kari og Kasper beskriver en erfaring med elevenes strategier ved problemløsning, nemlig at «sterke» elever ofte låser seg til metoden de nettopp har lært, mens elever på et lavere nivå derimot opplever å se nye løsninger. Dette kan antyde at elever som anvender nylig lærte metoder muligens har en instrumentell forståelse for de matematiske konseptene, og dermed ikke klarer å koble kunnskapen til problemet. Da heuristikken ifølge Schoenfeld (1982) spiller en viktig rolle i problemløsning, blant annet evnen til å bruke kunnskapen inn mot ukjente problemer, kan dette også indikere en mangel på tilgang på kunnskapen.

Da enkelte elever hos Kari og Kasper henger seg opp i hva som er raskest mulig måte å løse problemet på, kan en mulig sammenheng være at problemløsningsoppgaver tidvis anvendes for å teste metoder som er lært. Spesielt hvis denne forståelsen ikke er relasjonell, kan dette få konsekvenser for hvordan elevene går frem på ukjente problemer. Elever som nylig har lært en prosedyre for Pytagoras læresetning, kan raskt henge seg opp i at formelen er den mest effektive fremgangsmåten til å løse problemet. En slik instrumentell forståelse kan bestå av fakta, definisjoner, algoritmer og kunnskap om bestemte regler innenfor det matematiske området, ifølge Skemp (1976). En slik kunnskap kan muligens oppleves som utfordrende å overføre til nye problemer. Schoenfeld (1992) peker på viktigheten av hvordan problemer tas i bruk i klasserommet, nemlig at ved en tradisjonell forståelse av problemer, utformes også problemene som rutineøvelser etter elevene har lært en bestemt teknikk som er blitt demonstrert for dem. Dette motstrider hans egen definisjonen, nemlig at problemløsning handler om å engasjere elevene i en oppgave der løsningsmetoden ikke er kjent på forhånd.

Også Chapman (2015) hevder på bakgrunn av forskning at kunnskap om å utforme problemer kan bidra til å forbedre elevenes problemløsningsferdigheter, fremme kreativ tenkning, og forbedre elevenes holdninger og selvtillit ved problemløsning. Det kan i den forbindelse være relevant å reflektere over hvilke problemer som velges ut i undervisning. Også hvilken forbindelse problemene brukes i er av betydning, da det som en avsluttende aktivitet kan relateres til en slags test av lærte metoder framfor utforskning. Dette bemerkes også at Burns og Lash (1988), når de beskriver en typisk fremgangsmåte for å lære elever problemløsning, nemlig å la elevene løse liknende problemer som nettopp er vist. Chapman (2015) skriver at tidlig forskning på problemløsning viser at en slik metode ikke bidrar til å utvikle elevenes problemløsningsferdigheter. Det kan da være mulig å trekke noen paralleller med Lesters (1994) beskrivelse av hva som kjennetegner gode problemløsere. En god problemløser skal blant annet ha en omfattende og organisert kunnskap, liknende en konseptuell forståelse slik Rittle-johnson et al. (2001) betegner. At «sterke» elever hos Kari og Kasper låser seg til gitte metoder kan ha en sammenheng med deres manglende konseptuelle forståelse. Også erfaringer med «svake» elevers høyere grad av utforskning ved problemer, kan antyde at problemløsning åpner for elever som i mindre grad har låst seg til prosedyrekunnskapen.

## 5.3 Elevenes nivå og lærerstøtte

Kari, Kasper og Pål ble alle mer bevisste på viktigheten av å assistere elevene med den nye læreplanen, både fordi læreplanen legger opp til mer elevaktivitet, utforskning og lærerstøtte, men også fordi del 3 av eksamen ble innført. Del 3 legger nemlig opp til åpne problemløsningsoppgaver der elevene skal finne problemene og videre løse de. Alle informantene jobber strategisk med å forberede elevene på slike problemer, men opplever likevel at elevene har vanskeligheter med å komme i gang og gå frem. Kari og Kasper framhever også at begrepene på del 3 er hentet rett fra læreplanen, noe som forvirrer elevene deres stort. Hammond og Gibbons rammeverk (2005) beskriver forholdet mellom utfordring og støtte, der store utfordringer og lite lærerstøtte kan føre til frustrasjon, usikkerhet og angst. Da elevene under eksamen ikke har tilgang på en medierende hjelper, og møter på begreper som «abstraksjon og generalisering», kan det betegnes som høy utfordring og lite støtte. Det kan derfor være nødvendig å gi elevene nok trening med åpne problemløsningsoppgaver i undervisningstid, slik at elevene øves på å løse problemer som i stor grad er åpen for tolkning.

Å jobbe med begrepsforståelse og andre strategier for problemløsning kan også være nødvendige prioriteringsområder for at eleven skal kunne forstå strukturen av problemet, slik Silver og Thompson (1984) beskriver. Lærerens rolle kan dermed innebære å kartlegge elevenes evne til å forstå strukturen av problemer, visualisere, og se viktige sammenhenger mellom matematiske konsepter. I praksis er dette likevel lettere sagt enn gjort, da lærers kunnskap om elevene som problemløsere omtales som den mest utfordrende oppgaven en lærer møter (Washburne & Osborne, 1926). Å finne årsaken til at en elev ikke mestrer problemene er komplekst, og kan avhenge av mange faktorer. Å forbedre elevenes problemløsningsferdigheter vil ikke skje over et par matematikkøkter, men gjennom en langvarig prosess med mye problemløsning (Lester, 1994). En viktig kompetanse peker i midlertidig Lester på at er å ha kunnskap om hva som kjennetegner en god problemløser, framfor å identifisere hva som kjennetegner elever som opplever vanskeligheter med problemløsning.

I sammenheng med problemløsningsoppgaver synes Kari og Kasper at det er utfordrende å gi elevene tilstrekkelig støtte, spesielt når de jobber individuelt i timen. Elevene er nemlig ofte avhengige av hjelp og forklaring fra læreren. Dette gjør det spesielt vanskelig å tilby elevene den støtten de trenger for å løse problemer som ligger utenfor deres individuelle kompetanse, og utfordrer dermed muligheten til å hjelpe eleven i den proksimale utviklingssonen (Vygotsky, 1978). Hammond og Gibbons (2005) understreker at problemene ikke bør være for vanskelige, men heller tilpasses elevens nivå i kombinasjon med den nødvendige støtten for å mestre utfordringen. Samtidig peker Anghileri (2006) på at læreren skal ha høye forventninger til alle elever, og at problemene skal være kognitivt utfordrende. Hvis målet i matematikkundervisningen er å tilrettelegge for utforsking og utvikling av strategier i møte med ukjente problemer (Utdanningsdirektoratet, 2020), kan det settes spørsmål ved hvorvidt det å bruke begreper hentet direkte fra læreplanen er hensiktsmessig for å stimulere til dette. Dette gjelder sannsynligvis spesielt i klasserom der lærers mulighet til å veilede elevene innenfor den proksimale utviklingssonen er begrenset.

Et poeng er at når elevene blir presentert for begreper som ligger langt utenfor deres kompetanse, kan dette ha en negativ effekt på både deres motivasjon, selvtillit og stressnivå, i henhold til Silver og Thompson (1984). Kasper beskriver at han har opplevd samme fenomen i sin klasse, nemlig at elevene har lav selvtillit og spør om hjelp til problemer de egentlig mestrer. Wood et al. (1976) sine formuleringer om stillasbyggingens fundamentale funksjoner sier blant annet at lærer skal gi eleven reduksjon i frihet ved å forenkle problemet, samtidig respondere på elevens følelsesmessige ståsted overfor oppgaven. Å fjerne uegnede begreper fra tentamen kan forstås som en forenkling av problemet, for å unngå frustrasjonen som forekommer ved slike begreper. Selv om en viss frustrasjon er en naturlig del av problemløsning, kan muligens dette gå spesielt utover elever med lav selvtillit i matematikk, da lav selvtillit kan ha sammenheng med deres utholdenhet i problemløsning (Silver & Thompson, 1984). Man kan dermed anta at begreper utenfor elevenes proksimale utviklingssone, eller der tilstrekkelig støtte ikke tilbys, kan ha negativ effekt på deres selvtillit, dermed også utholdenheten de har i problemløsning.

Pål på en annen side erfarer dette annerledes da de alltid er to lærere i matematikktimene, og sier de som regel rekker rundt når elevene arbeider individuelt. Han opplever elevene også som utholdende med problemløsning som arbeidsform. Det viser at lærerens mulighet for å utfordre elevene innenfor den proksimale utviklingssonen kan begrenses av faktorer som mulighet for støtte fra lærer i klasserommet og elevenes selvtillit i matematikk. Dette kan indikere ulike behov for tilpasning og støtte for elevene til Kari, Kasper og Pål, og illustrerer viktigheten av at problemene er tilpasset elevenes nivå kunnskapsmessig, i forhold til selvtillit og syn på faget, men også lærerkapasitet i det enkelte klasserom.

## 5.4 Matematisk samtale og diskusjon

Både Kari og Kasper peker på utfordringer knyttet til å skape matematisk diskusjon i plenum. Dette handler både om at mange elever ofte faller av ved felles gjennomgang, men også at det ikke alltid er lett å forstå elevenes innspill. Alle informantene viser til viktigheten av å være åpen for elevenes forklaringer, selv om det ikke alltid er lett å forstå forklaringene. Hva som skal til for å holde elevenes oppmerksomhet ved en slik gjennomgang kan ses i lys av

Chapmans (2015) beskrivelse av lærerkompetanser nødvendig for å lære bort problemløsning. Under «kunnskap om å utforme problemer» bemerker Chapman viktigheten av å plukke ut riktige problemer. Hvilke problemer som er «riktige» kan se forskjellig ut i alle klasser, men kjennetegn beskriver Chapman som at problemet skal gi mulighet for et bredt utvalg strategier og framgangsmåter. Å omformulere problemet, modellere viktige aspekter og unngå førende og lukkede fremgangsmetoder kan fremme kreativ tenking, og forbedre elevenes holdninger og selvtillit ved problemløsning. Også Pål påpeker at han merker stor forskjell på elevenes deltakelse og engasjement i plenumsamtalen utfra oppgavens egnethet. Han opplever ofte at hvis oppgaven er god så blir plenumsamtalen også god. Det gjelder da å ikke gi elevene problemer som er for enkle å løse, men heller problemer som åpner for ulike tilnærminger. Dette avdekkes også i Hammond og Gibbons (2005) sitt rammeverk, nemlig at ved lite utfordring og høy lærerstøtte, lærer elevene lite.

Hvordan en matematisk diskusjon kan tilrettelegges for, belyses også av Woods (1994) interaksjonsmønstre, nemlig om veiledningen er ledende eller utforskende. For å fremme kreativ tenking og ulike strategier vil en utforskende veiledning lønne seg, da dette legger større ansvar for å løse problemet hos eleven. Som Kari beskriver, vil elevene typisk ønske å få svaret ved gjennomgang av problemet på tavla. Dette kan indikere en oppfatning av hensikten med felles gjennomgang som strider mot målet om å skape en matematisk diskusjon slik Anghileri (2006) legger frem. Også Kasper beskriver det som fristende å gi elevene svaret slik at man kommer seg videre i forklaringen. Askew, Brown, Rhodes, Wiliam, og Johnson (1997, referert i Anghileri, 2006) viser til at elever utvikler strategier og sammenhenger mellom ideer ved å bli utfordret til å forklare hvordan de tenker, samtidig som de må lytte til hvordan andre elever tenker. En slik tilnærming vil bygge på elevenes egne strategier, framfor å lede elevene inn på læreres forhåndsbestemte løsningsstrategi.

Selv om det beskrives som utfordrende å ikke lede elevene mot en forhåndsbestemt løsningsstrategi, eller gi dem svaret, forteller Kari at hun har erfart at elevene blir motiverte av å mestre problemene selv med litt drahjelp. Dette indikerer igjen viktigheten av å gi elevene rom for å utforske og stole på egne beslutninger og strategier. Det kan også handle om at selv om eleven ikke har riktig forklaring, skal det også gis rom for feil forklaring. Anghileri (2006) viser til Askew og Wiliam (1995), som sier at læring forbedres der misoppfatninger og feil er diskutert. Chapman (2015) omtaler også lærerens kunnskap om problemløsning som sentral i møte med veiledningen. Han beskriver en typisk tilnærming til veiledning, nemlig at læreren ofte har som preferanse å jobbe med et smalt utvalg strategier. Konsekvensen av dette kan muligens være at elevenes alternative strategier overses hvis de er vanskelige å tolke eller ikke gir mening for lærer. Som Kari beskriver er det i slike situasjoner viktig å ikke gi etter, selv om det kan være en utfordrende veiledning å stå i.

Selv om diskusjon i plenum ikke alltid er like lett å oppnå, beskriver Kari, Kasper og Pål at elevene på en annen side snakker godt sammen i grupper. Kari sier blant annet at elevene ofte forstår hverandres tankegang, til tross for at de noen ganger kopierer hverandres svar. Pål peker også på et viktig poeng med elevenes tankegang, nemlig at det ofte er like vanskelig for elevene å forstå hvordan han tenker, som det er for han å forstå deres tankegang. Selv om stillasbygging i stor grad vektlegger lærerens interaksjon med elevene, bemerker likevel Anghileri (2006) at nivå 1 av stillasbyggingsmodellen handler om elevsamarbeid. Light og Littleton (1999) påpeker også store fordeler med jevnaldrende samarbeid, og beskriver dette som en samkonstruksjon av forståelse. En forutsetning for at elever skal bli utfordret innenfor den proksimale utviklingssonen er at de støttes av en voksen eller en mer kompetent medelev. Samarbeidsaktiviteter i problemløsning kan derfor være fordelaktig både for å utvide elevenes nåværende kunnskap og forståelse, men også være en avlastning for læreren slik Kari peker på. Dessuten kan det være at elever ved noen tilfeller forstår hverandres forklaring bedre enn lærerens, slik Pål peker på. Kasper bemerker likevel at læringsmiljø er en viktig faktor for om elevene snakker matematikk. For å tilrettelegge for gode matematiske samtaler vil en forutsetning ofte være at elevene ikke synes det er «flaut» å snakke fag slik Kari og Kasper har erfart. Dette belyses også av Schoenfeld (1992), nemlig at læreren har et ansvar for å skape en åpen og meningsfull klasseromskultur som skal gi elevene trygghet til å utforske, og sikre elevene friheten til å stille spørsmål.

Selv om elevene kommer fort i gang når de jobber i grupper, betyr ikke dette nødvendigvis at de bygger på hverandres kunnskap. Tvert imot ender de noen ganger opp med å herme etter hverandre, fremfor å stole på egne beslutninger har Kari og Kasper erfart. Slik Lampert (1990) skriver, er det mange som forbinder matematikk med det å finne det riktige svaret så fort som mulig. Igjen er det av den grunn kanskje mange elever som velger å stole på den «raskeste» på gruppa, og dermed sitter igjen med en opplevelse av at de ikke er en god nok problemløser selv. Elevenes oppførsel ved gruppearbeid kan gjenspeile et syn på egne matematikkferdigheter som medfødt eller «determinert», slik Schoefeld (1992) omtaler. Pål beskriver at han opplever dette fenomenet, nemlig at elevene i stor grad blir påvirket av foreldrenes syn på familiens matematikkferdigheter. På en annen side opplever han at foreldrene til elevene er spesielt opptatt av matematikk som fag, noe som muligens preger hans erfaring av problemløsning og gruppearbeid som svært velfungerende. Elevenes syn på egne problemløsningsferdigheter kan derfor både ses i sammenheng med det som skjer i klasserommet, samtidig som at det kan påvirkes av eksterne faktorer som foreldrenes syn på egne matematikkferdigheter. Også Stage og Kloosterman (1992) peker på viktigheten av at elevene selv har troen på at de med innsats vil de bli flinkere i matematikk. Dette er faktorer Kari og Kasper muligens kan se til hos sine elever, selv om det ofte er komplekse årsaker til at elever ikke ha tro på egne matematikkferdigheter. Schoenfeld (1992) beskriver at elever som lærer å innta en slik passiv rolle, i lengden vil oppleve flere utfordringer knyttet til problemløsning. På en annen side peker Kari på erfaringer av at elever som inntar denne rollen ved gruppearbeid, likevel lærer mye av at de andre samtaler på gruppa, noe som peker mot at gruppearbeid ofte er fordelaktig likevel.

# 6 Avslutning

Forskningsspørsmålene «Hvordan erfarer tre lærere på ungdomstrinnet matematisk problemløsning i klasserommet?» og «Hvordan erfarer disse metoden stillasbygging for å assistere elevene i problemløsning?», har gitt oss mulighet til å undersøke flere perspektiver hos informantene.

Gjennomgående erfaringer viser at problemløsning er en aktivitet elevene trives godt med dersom problemene fanger deres interesse. Elevenes forutsetninger ser likevel ut til å være en viktig komponent for hvordan elevene både går frem, fungerer i samarbeid og deres utholdenhet i møte med matematiske problemer. Dette kan innebære at elevenes tidligere skolegang har formet deres syn på matematikkfaget, der utbredte holdninger om faget ofte preges av svart-hvitt tenkning. Lærerne erfarer at det kan være utfordrende å tilpasse problemer til klasser der den grunnleggende matematikkunnskapen er mangelfull, samt der læringsmiljøet preges av lite åpenhet for faglige samtaler blant elevene. Noen informanter peker også på at elevene gjetter på nettoppgaver, der vi registrerer en mulig oppfatning blant elever av at elektroniske læremidler ikke lar seg kombinere med skrivebok. Da dette likevel er en nødvendighet i møte med problemløsning, vil derfor en vektlegging av elevenes problemløsningsstrategier og bevisstgjøring over egen tenkning være sentral når læreren assisterer gjennom stillasbygging. Til tross for slike erfaringer, peker informantene på at problemløsning som arbeidsform i matematikk fordrer til engasjement og interesse, spesielt hvis problemene er utformet med en aktualitet i elevenes liv og er passe utfordrende å løse.

Videre er alle informantene opptatt av at de som lærere ikke bare skal oppfordre elevene til å utforske, men sammen med elevene være åpne for problemers ulike tilnærminger og strategier. Dette tar oss til vårt neste forskningsspørsmål, nemlig «hvordan erfarer disse stillasbygging som metode for å assistere elevene i matematisk problemløsning?». Sentrale erfaringer dreier seg om å finne balansen mellom valg av hensiktsmessige problemer, og riktig mengde og tilpasset lærerstøtte. Hvor mye lærerstøtte som er nødvendig ser vi blant annet avhenger av elevenes evne til selvregulering, matematiske forståelse, men også de grunnleggende rammefaktorer, kommer det fram i studien. To faglærere i alle matematikktimer bemerkes som en viktig ressurs, som vi ser gir lærer mulighet til å følge opp elevene tettere. Hos Kari og Kasper er læreren som regel alene, og de opplever det utfordrende å tilby elevene den støtten som er nødvendig ved individuell problemløsning. Også Pål peker på at denne undervisningsformen er krevende, da den gir mindre struktur i klasserommet. Uventede vendinger og uro er til å forvente, og kan sannsynligvis være en grunn til at enkelte lærere vil nedprioritere eller unngå slike undervisningsformer.

Informantene peker på at både samtale og diskusjon mellom elever og i plenum ofte bør drives med åpenhet for elevenes mange ulike strategier, der også feilaktige fremgangsmetoder tas fram i lyset. Til tross for viktigheten av å drive en utforskende veiledning, oppleves det som noe utfordrende. Dette kan muligens bunne i at læreren selv settes i en usikker posisjon hvis strategier eller metoder som fremkommer er ukjente eller vanskelige å tolke. Samtidig kommer det frem at det på tross av usikkerheten er desto viktigere å stå i en utforskende rolle sammen med elevene, ser vi til forskningen. Dette kan ses i lys av hvordan lærerens egen tilnærming til matematikken preger elevene, og at lærer på lik linje med elevene ikke nødvendigvis sitter på en fasit. Vi ser at dette er noe av kjernen ved stillasbygging, nemlig at både elever og lærere ser at matematikk er et fag med potensiale for utforsking, ulike strategier og kreativ tenkning. Studien viser at muligheten for å mestre matematikkfaget ikke ligger i elevens potensiale, men i den individuelle elev sin innsats sammen med god tilrettelegging og veiledning fra lærer. Hvordan en slik tilrettelegging og veiledning vil se ut i praksis er ulik i alle klasserom, avhengig av flere forhold. Likevel viser denne studien at stillasbygging for å assistere elevene i problemløsning kan ha mange fordeler under gode forhold, men også være utfordrende i en hektisk lærerhverdag.

## 6.1 Videre forskning og implikasjoner

Et både interessant og overraskende funn i denne studien var erfaringen med elever som bruker en «wild goose chase» tilnærming, slik Schoenfeld (1983) betegner. Da LK20 på den ene siden legger opp til kjerneelementer der utforskning, problemløsning og strategier framfor fasit står sentralt, men også frihet i valg av læremiddel, ser vi at dette kan være en mulig utfordring. Vår studie indikerer at elevene på den ene siden er blitt vant med å bruke elektroniske læremidler, men at dette på en annen side muligens har medført mindre bruk av problemløsningsstrategier i skrivebok. Vi tror dette kan være et interessant tema å systematisk utforske sammenhengen mellom, da det også kan være andre årsaker til at elevene ikke tar i bruk skriveboken i matematikken.

Stillasbygging er en metode som både krever bred kunnskap om metoden og tilrettelagte forhold for gjennomføring. I vårt prosjekt kan derfor lærerens avgrensede tid til å gjennomføre stillasbygging i praksis være en begrensning. Stillasbygging krever nemlig tett oppfølging av elever over tid både for å se utvikling hos elevene, men også for lærers mulighet til å vende seg til en slik tilnærming i egen undervisning. En implikasjon ved studien kan dermed være at det er vanskelig å få frem rikelig med erfaringer når informantene kun fikk gjennomført metoden stillasbygging over en ukes tid, samt hadde varierende erfaring med metoden i utgangspunktet. Som en utvidelse av denne studien ville det derfor vært interessant å gjennomføre lignende prosjekt i andre tidsrammer. Slik vil informantene muligens kunne se en utvikling i elevenes problemløsningsferdigheter over tid, gjennom en mer systematisk tilrettelegging av stillasbygging i problemløsning.

Studien vår er kvalitativ, og vi tok på bakgrunn av dette et bevisst valg da vi endte med tre informanter. Vi ser likevel at dette kan være en implikasjon, da et datagrunnlag basert på tre informanters erfaringer verken representerer mange lærere, eller vil kunne overføres i til andre sammenhenger. På en annen side har dette gitt oss gode muligheter til å bruke store deler av datamaterialet vårt, slik at vi ikke måtte kutte relevante funn. I en annen anledning kunne det likevel vært interessant å utforske et større utvalg informanters erfaringer for et bredere erfaringsgrunnlag og flere synsvinkler på området.

# Litteraturliste


Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *9*(1), 33-52.

Bailey, J. (2008). First steps in qualitative data analysis: transcribing. *Family practice*, *25*(2), 127-131.

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of teacher education, 59*(5), 380-407.

Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects- State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational studies in mathematics*, *22*(1), 37-68.

Burns, R. B., & Lash, A. A. (1988). Nine seventh-grade teachers' knowledge and planning of problem-solving instruction. *The Elementary School Journal*, *88*(4), 369-386.

Boaler, J., & Brodie, K. (2004). The importance, nature and impact of teacher questions. I *Proceedings of the twenty-sixth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* (2), 774-782.

Carson, N. (2007). Erfaringer og refleksjoner ved bruk av gruppeintervju i kvalitativ forskning. *Norsk pedagogisk tidsskrift, 91*(3), 220-231.

Chapman, O. (2015). Mathematics teachers’ knowledge for teaching problem solving. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, *3*(1), 19-36.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). Forskningsmetode for lærerutdanningene. Abstrakt Forlag.

Cobb, P., Yackel, E. & McClain, K. (2000). *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design.* Lawrence Erlbaum Associates.

Flavell, J. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. I L. Resnick (Red.), *The nature of intelligence* (s. 231–236). Lawrence Erlbaum Associates.

Foshay, R. & Kirkley, J. (2003). Principles for teaching problem solving. *Technical paper*, *4*(1), 1-16.

Hammond, J. & Gibbons, P. (2005). What is scaffolding. *Teachers’ voices*, *8*, 8-16.

Jacobsen, D. I. (2022). *Hvordan gjennomføre undersøkelser?: Innføring i samfunnsvitenskapelig metode* (4. utg.). Cappelen Damm Akademisk.

Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2016). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (5. utg.). Abstrakt Forlag.

Justnes, C. (2018). Representasjoner i matematikk. *Realfagsløyper.* https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-12/Hva%20er%20representasjoner%20i%20matematikk%2018.11.29_0.pdf

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del- verdier og prinsipper for grunnopplæringen.* Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen/id2570003/

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk (MAT01-05).* Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob

Kunnskapssektorens tjenesteleverandør. (2022, 1. januar). *Meldeskjema for personopplysninger i forskning.* https://sikt.no/fylle-ut-meldeskjema-personopplysninger

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Gyldendal Akademisk.

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American educational research journal*, *27*(1), 29-63.

Laverty, S. M. (2003). Hermeneutic phenomenology and phenomenology: A comparison of historical and methodological considerations. *International journal of qualitative methods*, *2*(3), 21-35.

Lester, F. K. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for research in mathematics education*, *25*(6), 660-675.

Light, P. & Littleton, P. (1999). *Social practices in children's learning.* Cambridge University Press.

Maxwell, J. (1992). Understanding and validity in qualitative research. *Harvard educational review*, *62*(3), 279-301.

Midgett, C. W. & Eddins, S. K. (2001). NCTM's principles and standards for school mathematics: Implications for administrators. *Nassp Bulletin*, *85*(623), 35-42.

National Research Council & Mathematics Learning Study Committee. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academies Press.

Nyeng, F. (2012). *Nøkkelbegreper i forskningsmetode og vitenskapsteori.* Fagbokforlaget.

Popper, K. (1981). Vitenskap: Gjetninger og gjendrivelser. I J.-M. Døderlein (Red.), *Fornuft og rimelighet som tenkemåte* (s.17–61). Dreyers Forlag.

Postholm, M. B. (2005). Observasjon som redskap i kvalitativ forskning på praksis. *Norsk pedagogisk tidsskrift*, *89*(2), 146-159.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.

Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S. & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology, 93*(2), 346–362. https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.2.346

Schoenfeld, A. H. (1982). Measures of problem-solving performance and of problem-solving instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, *13*(1), 31-49.

Schoenfeld, A. H. (1983). Beyond the purely cognitive: Belief systems, social cognitions, and metacognitions as driving forces in intellectual performance. *Cognitive science*, *7*(4), 329-363.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving.* Academic press.

Schoenfeld, A. H. (1989). Teaching mathematical thinking and problem solving. *Toward the thinking curriculum: Current cognitive research*, 83-103.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 334-370). Macmillan. https://www.researchgate.net/publication/289963462_Learning_to_think_mathematically_Problem_solving_metacognition_and_sense_making_in_mathematic

Schoenfeld, A. H. (2007). Problem solving in the United States, 1970–2008: research and theory, practice and politics. *ZDM*, *39*(5), 537-551.

Silver, E. A. & Thompson, A. G. (1984). Research Perspectives on Problem Solving in Elementary School Mathematics. *The Elementary School Journal, 84*(5), 529-545.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, *77*(1), 20-26.

Stage, F. K., & Kloosterman, P. (1992). Measuring beliefs about mathematical problem solving. *School science and mathematics*, *92*(3), 109-115.

Sølvik, R. M. & Glenna, A. E. (2021). Teachers' potential to promote students' deeper learning in whole-class teaching: An observation study in Norwegian classrooms. *Journal of Educational Change,* 343-369. https://doi.org/10.1007/s10833-021-09420-8

Tjora, A. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (4. utg.). Gyldendal.

Universitetet i Oslo. (2023, 20. mars). *Nettskjema-diktafon mobilapp.* https://www.uio.no/tjenester/it/adm-app/nettskjema/hjelp/diktafon.html

Utdanningsdirektoratet. (2019, 13. mars). *Dybdelæring.* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Kjerneelementer (MAT07-02).* Fastsatt som forskrift. Læreplan for kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob

Utdanningsdirektoratet. (2021a, 22. september). *Slik ble læreplanene utviklet.* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/slik-ble-lareplanene-utviklet/

Utdanningsdirektoratet. (2021b, 24. juni). *Hvorfor har vi fått nye læreplaner?* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hvorfor-nye-lareplaner/

Vygotsky, L. S. & Cole, M. (1978). *Mind in society: Development of higher psychological processes*. Harvard university press.

Washburne, C. W. & Osborne, R. (1926). Solving arithmetic problems. I. The Elementary School Journal, 27(3), 219-226.

Webster's. (1979). *New universal unabridged dictionary* (2. utg.). Simon & Shuster.

Wood, D., Bruner, J. & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 17,* 89-100.

Wood, T. (1994). Patterns of interaction and the culture of mathematics classrooms. I S. Lerman (Red.), *Cultural perspectives on the mathematics classroom*. Kluwer.

# Vedlegg

Vedlegg 1: Godkjennelse fra Sikt

Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring

Vedlegg 3: Skriv om stillasbygging

Vedlegg 3: Intervjuguide Kari og Kasper

Vedlegg 4: Observasjonsskjema

Vedlegg 5: Intervjuguide Pål

# Vedlegg 1: Godkjennelse fra Sikt



Sikt

Meldeskjema / Læreres utfordringer ved problembasert undervisning / Vurdering

## Vurdering av behandling av personopplysninger

**Referansenummer**
545977

**Vurderingstype**
Standard

**Dato**
18.10.2022

**Prosjekttittel**
Læreres utfordringer ved problembasert undervisning

**Behandlingsansvarlig institusjon**
NLA Høgskolen AS

**Prosjektansvarlig**
Jørgen Sjaastad

**Student**
Gudrun Valen-Sendstad/Kamilla Ravnsborg Støydal

**Prosjektperiode**
29.08.2022 - 22.05.2023

**Kategorier personopplysninger**
Alminnelige

**Lovlig grunnlag**
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 22.05.2023.

Meldeskjema

**Kommentar**
OM VURDERINGEN
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG
Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

LÆRERE SIN TAUSHETSPLIKT
Lærere har taushetsplikt, og det er viktig at intervjuene gjennomføres slik at det ikke samles inn opplysninger som kan identifisere enkeltelever eller avsløre taushetsbelagt informasjon. Vi anbefaler at du er spesielt oppmerksom på at ikke bare navn, men også identifiserende bakgrunnsopplysninger må utelates, som for eksempel alder, kjønn, navn på skole, diagnoser og eventuelle spesielle hendelser. Vi forutsetter også at dere er forsiktig ved å bruke eksempler under intervjuene.

Studenten og læreren har et felles ansvar for det ikke kommer frem taushetsbelagte opplysninger under intervjuet. Vi anbefaler derfor at studenten minner læreren om taushetsplikten før intervjuet startet.

OBSERVASJON I KLASSEROMMET
Vi forstår det slik at det skal gjennomføres observasjon i klasserommet. Vi minner om at det bare skal samles inn personopplysninger om de elevene og lærerne som samtykker til deltakelse. Vi anbefaler også at det informeres muntlig om prosjektet av forskningsetiske hensyn.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til den datoen som er oppgitt i meldeskjemaet.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), og dataportabilitet (art. 20).

Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

Ved bruk av databehandler (spørreskjemaleverandør, skylagring eller videosamtale) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema

Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

# Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring

## Vil du delta i forskningsprosjektet

## *"Hvordan erfarer lærere stillasbygging for å assistere elevenes problemløsningsprosess på ungdomstrinnet?"*

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å forske på lærerens bruk av stillasbygging som metode ved matematisk problemløsning i klasserommet. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

**Formål**
Læreplanens kjerneelementer legger stor vekt på viktigheten av utforskning og problemløsning i matematikk. Forskning viser mange fordeler ved problemløsning, blant annet elevenes relasjonelle forståelse, motivasjon og evne til selvregulering. Likevel finner vi forskning som antyder at lærere velger bort denne metoden. Noen gjennomgående utfordringer i å gjennomføre matematisk problemløsning i ungdomsskolen er elevenes manglende erfaring med problemløsning og evne til selvregulering, som ofte gjør det krevende å utføre slike opplegg.

Ved stillasbygging er målet at elevens tenkning skal utvikles selvstendig. Dette foregår ved at læreren assisterer eleven til å mestre problemer utenfor egen nåværende kompetanse. På lang sikt vil eleven oppnå en kompetanseutvikling i et tempo som overgår elevens uassisterte kompetanse, ikke nødvendigvis faglig, men også intellektuelt. Eleven lærer å overvåke egen læring, utvikler strategier som kan anvendes i matematisk problemløsningen, og lærer å bruke nye ferdigheter og kunnskap i ulike kontekster.

I denne masteroppgaven ønsker vi å svare på problemstillingen; "Hvordan erfarer lærere stillasbygging for å assistere elevenes problemløsningsprosess på ungdomstrinnet?".

**Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?**
NLA Høgskolen er ansvarlig for prosjektet.

**Hvorfor får du spørsmål om å delta?**
Du får denne henvendelsen om å delta fordi du er matematikklærer på ungdomstrinnet. Vi inviterer tre matematikklærere i grunnskolen til å delta i forskningsprosjektet. Førstegangskontakten opprettes ved å kommunisere på mail med rektor på de aktuelle skolene, som vil videreformidle prosjektet til aktuelle lærerdeltakere. Deretter vil kontakten holdes direkte med deltakere.

**Hva innebærer det for deg å delta?**
Deltakelse i prosjektet innebærer å delta i to semistrukturerte intervjuer, samt at vi observerer to av dine matematikktimer. I dette prosjektet skal du gjennomføre 4-6 timer med matematisk problemløsning som undervisningsaktivitet. I første intervju ønsker vi å kartlegge hvilke utfordringer du opplever ved matematisk problemløsning i klasserommet.

Vi observerer ut fra et observasjonsskjema som vi har utarbeidet i forhold til de tre nivåene Angheleri presenterer i artikkelen "Scaffolding Practices that Enhance Mathematics Learning" (2006). Vi bruker observasjon ved siden av det semistrukturerte intervjuet for å få en intersubjektiv kunnskap og forståelse, som kan konstrueres sammen med ditt perspektiv i intervjuet. Dette gjør at vi som forskere kan forstå dine beskrivelser i intervjuet mer realistisk. Observasjonen skal være "ikke-deltakende".

I andre intervju ønsker vi å få innsikt i din erfaring og refleksjoner rundt scaffolding som metode ved problemløsning i undervisning. Her vil vi også gå nærmere inn på ulike opplevelser som er relevante i forhold til hypotesene våre, samt det vi har observert i klasserommet. Intervjuene vil ha en varighet på rundt 45-60 minutter.

Opplysningene i intervjuet registreres gjennom lydopptak. For å ha full oppmerksomhet på det som blir sagt av deg vil vi bruke lydopptak. Fordelen med å bruke lydopptak er at vi kan gå tilbake og høre svarene flere ganger. Vi sikrer at dette er kryptert gjennom diktafon-applikasjonen til UiO.

**Det er frivillig å delta**
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

**Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger**
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Prosjektveileder Jørgen Sjaastad og studenter Kamilla Ravnsborg Støydal og Gudrun Valen-Sendstad Aune, vil ha tilgang ved behandlingsansvarlig institusjon.

Navnet og kontaktopplysningene dine vil vi erstatte med en kode (eksempel "Lærer 1", "Lærer 2") som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data. Lydopptakene fra intervjuene vil transkriberes og anonymiseres, og derfor være utilgjengelig for uvedkommende.

Kontakten med deg vil holdes på mail, og vi kommer til å slette mailutveksling ved prosjektavslutning.

Prosjektet publiseres med anonymiserte opplysninger, som sørger for at deltakerne ikke kan gjenkjennes.

**Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?**
Prosjektet vil etter planen avsluttes når oppgaven blir godkjent, omkring 15.06.2023. På dette tidspunktet vil alle dataene (lydopptak) slettes, og eneste datamateriale tilgjengelig er transkribert og anonymisert.

**Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?**
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NLA Høgskolen har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

**Dine rettigheter**
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene

- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- NLA høgskolen ved Jørgen Sjaastad, [redacted]
  Kontaktopplysninger studenter:
  Kamilla Ravnsborg Støydal, [redacted]
  Gudrun Valen-Sendstad Aune, [redacted]

- Vårt personvernombud: Inger-Johanne Gamlem Njau, telefon 55 54 07 49, mailadresse personvernombud@nla.no

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen
Gudrun Valen-Sendstad Aune & Kamilla Ravnsborg Støydal

Jørgen Sjaastad

(Forsker/veileder)

------------------------------------------------------------------------------------------------------------

# Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *"stillasbygging i problemløsning"*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- Å delta i intervju og bli observert i matematikkundervisning

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

------------------------------------------------------------------------------------------------------------
(Signert av prosjektdeltaker, dato)

# Vedlegg 3: Skriv om stillasbygging

**STILLASBYGGING SOM METODE**

Stillasbygging er et begrep som brukes for å forklare et barns behov for assistanse og støtte i en sosial læringskontekst, for å utvikle forståelse forbi elevens potensiale uten hjelp. Målet med å assistere eleven gjennom stillasbygging er ikke bare at eleven skal mestre matematiske problemer utenfor egen nåværende kompetanse, men på lang sikt oppnå en kompetanseutvikling som overgår elevens uassisterte kompetanse. Selv om stillasbygging handler om at lærer skal støtte elevene i deres læringsprosesser, er støtten midlertidig, og har derfor som mål å hjelpe elever å utvikle selvstendighet i arbeidet sitt. Dette handler imidlertid ikke om at eleven til enhver tid skal vite hva som skal gjøres når, eller alltid hvordan et problem skal løses, men i større grad om at eleven skal forbedre sin mulighet til selvregulering i egen læring. Dermed vil eleven kunne bruke nye ferdigheter og kunnskap i ulike kontekster, altså oppnå større grad av konseptuell forståelse.

Her er tre nivåer av stillasbygging som kan brukes for å assistere elevene i problemløsningsprosessen. Kort fortalt handler det om å målrettet legge til rette for godt samarbeid, oppmuntre til argumentasjon og resonering, og god diskusjon i fellesskap. Du kan selv vurdere hvordan du vektlegger nivåene i forhold til ditt opplegg og din klasse.

**NIVÅ 1:** Miljømessige forutsetninger i klasserommet: Innebærer klasseromsorganiseringen, hva og hvordan læreren legger opp undervisningsaktivitetene, som for eksempel ved å tilrettelegge for elevsamarbeid i problemløsning.

- Tilrettelegge for elevsamarbeid for å oppnå samkonstruksjon av forståelse
- Lærer skal oppmuntre og rette oppmerksomhet og bemerkninger til elevenes arbeidsprosess i samarbeidet

**NIVÅ 2**: Forklare, gjennomgå og rekonstruere elevenes matematiske ideer

- Unngå forklaring med forhåndsbestemte løsningsmetoder og strategier, men vær åpen for å heller reformulere elevenes innspill og handlinger
- Å få elevene til å se, verbalisere og forklare det de ser og tenker
- Tolke elevenes handlinger og samtale om det
- Bruke undersøkende, konstruktive spørsmål
- Invitere elevene til å undersøke og modellere virkeligheten i problemet
- Få elevene til å forsvare og argumentere for løsningsmetoden sin

**NIVÅ 3**: Sammenheng mellom matematiske konsepter: utvikle elevenes konseptuelle forståelse

- Representasjoner: Bruke representasjonsverktøy for å skape sammenheng mellom matematiske konsepter
- Sammenhenger mellom konsepter: utfordre elevene til å forklare hvordan de tenker, samtidig som de må lytte til hvordan andre elever tenker.
- Diskusjon: oppmuntre og lede diskusjon om ulike fremgangsmåter for å utvikle elevenes eksisterende forståelse ved å utfordre dem til å tenke forbi egne daværende matematiske verdier og overbevisninger. Stimulere eleven til selvevaluering.

# Vedlegg 4: Intervjuguide 1 og 2 Kari og Kasper

## Intervjuguide 1

**Introduksjon og informasjon:**

- Informere om prosjektet og hva intervjuet kommer til å handle om, ca. varighet o.l.
- Forklare hvordan vi dokumenterer intervjuet (lydopptak, notater underveis o.l.)
- Gjenta informantens rettigheter
  - Hva det innebærer å delta på intervjuet (hva det skal munne ut i)
  - Muligheten til å trekke seg (både underveis, og i etterkant)
  - Forklare hvordan vi skal oppbevare lydopptak eller andre opplysninger
  - Hva vi skal gjøre for å ivareta anonymitet

  *Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:*
  - innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
  - å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
  - å få slettet personopplysninger om deg
  - å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger
- Innhente skriftlig samtykke med deltakers signatur.

**A. Utdanningsbakgrunn og erfaring i skolen**

1. Hvor lenge har du undervist i matematikk?
2. Hvordan vil du beskrive ditt kunnskaps- og læringssyn?
3. Hvilke arbeidsmetoder bruker du mest i matematikkundervisningen?
4. Kan du fortelle om klassens læringsmiljø og elevforutsetninger
   a. Hvordan vil du beskrive klassen faglig?
   b. Hvordan vil du beskrive det sosiale samspillet mellom elevene og klassemiljøet?

**B. Ditt forhold til matematisk problemløsning:**

5. Hvilket forhold har du til kjerneelementet "utforsking og problemløsning" i LK20?
6. Prioriterer du problemløsning i din undervisning?
   a. Hvorfor/hvorfor ikke?
      i. Hvordan har en typisk matematikktime med problemløsning ev. sett ut hos deg?

b. Hvilke utfordringer har du opplevd/opplever du at oppstår?

7. Hvilke fordeler/ulemper mener du problemløsning kan ha for elevenes matematiske kompetanse?

**C. Stillasbygging**

8. Har du brukt stillasbygging som metode i matematikk tidligere?
    a. Hvis ja, hvilken erfaring har du med det?
9. Hvordan bruker du elevsamarbeid som arbeidsmetode i matematikk?
10. Hvordan legger du opp til at elevene skal resonnere og argumentere for sine strategier og svar? Kan du nevne spesifikke eksempler?
11. Hvordan arbeider du for at elevene skal bruke problemløsningsstrategier i problemløsningsaktiviteter (oppmuntre til å tegne figurer, utforske lignende problemer, reformulere problemet, teste og verifisere framgangsmåten)
12. Er felles matematisk diskusjon viktig i din undervisning?
13. Hvordan vil du beskrive elevens syn på matematikk i din klasse? (Algoritmer og raske løsninger eller fag med sammenheng og mulighet for utforskning)

## Intervjuguide 2

Nivå 1

1. Hvilke undervisningsaktiviteter valgte dere i denne perioden? (fortell gjerne fra forskjellige timer).
2. Hvordan ble samarbeidsaktiviteter benyttet i undervisningen?
    a. Hvor mange elever var det på hver gruppe (varierte det?)
    b. Var gruppeinndelingene bestemt eller tilfeldig?
    c. Hvordan erfarte dere at samarbeidet mellom parene/gruppene fungerte?
    d. Snakket elevene om oppgaven(e)/matematisk språk eller om andre ting?

3. Hvordan vil dere beskrive elevenes behov for støtte?
    a. Leser de problemene på egenhånd, klarer de å sortere ut viktig informasjon?
    b. Hadde dere tid til å nå innom alle grupper?
    c. Opplevde dere at flere grupper trengte veiledning på samme tid?

d. Opplevde dere at gruppene gjorde seg avhengig av veiledning?
e. Var elevene utholdene i problemløsningsprosessen?

Nivå 2

1. Hvordan erfarte dere å øke egen bevissthet rundt å stille veiledende og undersøkende spørsmål hvis elevene stod fast? (tidkrevende, misforståelser, utålmodige elever?)
2. Var elevene villige til å argumentere for sine strategier, eventuelt endre dem?
3. Hvordan oppmuntret dere elevene til å prøve ulike metoder og strategier? (ev. har dere noen tanker om hvordan dette kan gjøres?)
4. Hvordan oppmuntret dere elevene til å forklare hva de tenkte?
5. Opplever dere at det hjelper eleven i problemløsningsprosessen å oppmuntre til å verbalisere og forklare hvordan de tenker?

Nivå 3

1. Tok dere i bruk representasjonsverktøy?
   a. Opplevde dere at dette var meningsskapende for elevene (ev. forvirrende?)
2. Hvordan vil dere beskrive elevenes engasjement i matematisk diskusjon om problemer? (både i grupper og i plenum).
3. Er elevdiskusjon i grupper og plenum preget av engasjement og matematiske innspill?
4. Hvordan opplever dere det å bruke elevenes innspill i plenumsamtale?
5. Var det noen spesielle utfordringer dere opplevde ved stillasbygging-modellen? (vanskelig å reformulere eller forstå elevenes innspill og tanker, få elever til å samtale om og vurdere egne strategier?)

## Vedlegg 5: Observasjonsskjema

| **Nivå 1: Klasseromsorganisering- Elevsamarbeid** | **Notater** |
|---|---|
| Hvilke undervisningsaktiviteter velger lærer?<br>• Ev. hvor mange elever på hver gruppe?<br>• Er inndelingen bestemt eller tilfeldig?<br><br>Hvordan fungerer elevsammensetningen?<br><br>Har lærer overskudd og tid til å nå innom alle grupper?<br>• Hvor lenge blir lærer værende på gruppene?<br>• Hvordan opptrer lærer i klasserommet? (går rundt/setter seg ned med en gruppe/oppfordrer de til å prøve selv først osv.)<br><br>Hvordan er kommunikasjonen på gruppene?<br>• Snakker elevene om oppgaven(e)/matematisk språk?<br>• Prater de om andre ting?<br>• Er gruppene avhengig av lærerveiledning?<br><br>Hvilke hindringer oppstår underveis?<br>• Er det store sprik i nivå mellom samarbeidspartnere? | |
| **Nivå 2: Forklare, gjennomgå og rekonstruere elevenes matematiske ideer** | **Notater** |
| Hvor/når initierer elevene behov for støtte?<br>• Er det før de har lest oppgaven (er derav lærerens forklaringer formidlet godt nok?)?<br>• Er det etter å ha lest oppgaven?<br><br>Er lærerforklaringer preget av ledende veiledning eller utforskende veiledning?<br>• Ev. Hvordan?<br><br>Hvilke spørsmål stiller læreren?<br>• Hvordan får lærer de til å verbalisere og forklare det de tenker?<br>• Er de førende/konstruktive/åpne/undersøkende?<br><br>Samtaler læreren om elevenes handlinger? | |

| | |
|---|---|
| • Hvordan drar hen inn tolkningene av elevenes arbeid i samtalen?<br><br>Hvordan inviterer læreren elevene til å undersøke og modellere virkeligheten i problemet?<br><br>Er elevene åpne for å prøve ut ulike strategier i problemløsningsprosessen, og se tilbake på egen fremgangsmåte?<br><br>Hvilke hindringer oppstår i elevdeltakelsen?<br>• Er det lite engasjement?<br>• Få elevinnspill?<br>• Uro? | |
| **Nivå 3: Utvikle elevenes konseptuelle forståelse** | **Notater** |
| Hvilke representasjonsverktøy tar læreren i bruk?<br>• Hvordan kobler læreren dette med det matematiske konseptet/oppgaven?<br>• Hvordan bruker læreren representasjonsverktøyet?<br><br>Virker representasjoner og modellering med eller mot sin hensikt?<br>• Meningsskapende eller forvirrende?<br><br>Hvordan fungerer elevdiskusjonen?<br>• Er den preget av utfyllende innspill eller er det vanskelig å bruke elevenes innspill?<br><br>Hvordan oppmuntrer læreren elevene til å sammenkoble de matematiske konseptene?<br><br>Er elevene åpne for å utvikle og utfordre egne matematiske oppfatninger?<br><br>Hvilke hindringer oppstår underveis?<br>• Har elevene manglende bakgrunnskunnskap? instrumentell forståelse eller fastlåste tankemønstre? | |

# Vedlegg 6: Intervjuguide Pål

## Intervjuguide

**Introduksjon og informasjon:**

- Informere om prosjektet og hva intervjuet kommer til å handle om, ca. varighet o.l.
- Forklare hvordan vi dokumenterer intervjuet (lydopptak, notater underveis o.l.)
- Gjenta informantens rettigheter
    - Hva det innebærer å delta på intervjuet (hva det skal munne ut i)
    - Muligheten til å trekke seg (både underveis, og i etterkant)
    - Forklare hvordan vi skal oppbevare lydopptak eller andre opplysninger
    - Hva vi skal gjøre for å ivareta anonymitet

  *Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:*
    - innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
    - å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
    - å få slettet personopplysninger om deg
    - å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger
- Innhente skriftlig samtykke med deltakers signatur.

**A. Utdanningsbakgrunn og erfaring i skolen**

1. Hvor lenge har du undervist i matematikk?
2. Hvordan vil du beskrive ditt kunnskaps- og læringssyn?
3. Hvilke arbeidsmetoder bruker du mest i matematikkundervisningen?

**B. Ditt forhold til matematisk problemløsning:**

4. Hvilket forhold har du til kjerneelementet "utforsking og problemløsning" i LK20?
5. Prioriterer du problemløsning i din undervisning?
    a. Hvorfor/hvorfor ikke?
        i. Hvordan har en typisk matematikktime med problemløsning ev. sett ut hos deg?
    b. Hvilke utfordringer har du opplevd/opplever du at oppstår?
6. Hvilke fordeler/ulemper mener du problemløsning kan ha for elevenes matematiske kompetanse?

**C. Stillasbygging**

7. Kan du beskrive ditt forhold til stillasbygging som metode i matematikk?

**NIVÅ 1**

8. Hvordan bruker du elevsamarbeid som arbeidsmetode i matematikk?
   a. Bruker du bestemte eller tilfeldige grupper?
   b. Opplever du noen spesielle utfordringer ved gruppearbeid?
9. Leser de problemene på egenhånd, klarer de å sortere ut viktig informasjon?
10. Opplever du at flere grupper trenger veiledning på samme tid?

**NIVÅ 2**

11. Hvordan legger du opp til at elevene skal resonnere og argumentere for sine strategier og svar? Kan du nevne spesifikke eksempler?
12. Hvordan arbeider du for at elevene skal bruke problemløsningsstrategier i problemløsningsaktiviteter (oppmuntre til å tegne figurer, utforske lignende problemer, reformulere problemet, teste og verifisere framgangsmåten)
13. Hvordan vil du beskrive elevenes behov for støtte ved matematisk problemløsning?
14. Er elevene utholdene i problemløsningsprosessen?

**NIVÅ 3**

15. Er felles matematisk diskusjon viktig i din undervisning?
16. Hvordan opplever du elevens syn på matematikk?
17. Tar du i bruk representasjonsverktøy i din undervisning?
   a. Opplever du at dette er meningsskapende for elevene (ev. forvirrende?)
18. Hvordan vil du beskrive elevenes engasjement i matematisk diskusjon om problemer? (både i grupper og i plenum).
19. Hvordan opplever du å bruke elevenes innspill i plenumsamtale?
20. Er det noen spesielle fordeler eller ulemper du opplever med stillasbygging-modellen?