



Matematisk forståelse i naturfaglig kontekst

En kvalitativ studie av 10.- trinnselevers matematiske kompetanse i møte med grafiske fremstillinger av virkelige data i naturfagsbøker.

Björg Elin Vasshus

Masteroppgave i GLU 5–10 med fordypning i matematikk
ved NLA Høgskolen Oslo

Våren 2023

Kontakt:

Björg Elin Vasshus

bjorg.elin.vasshus@gmail.com

Sammendrag

Elever kan få innsikt i vitenskapelig tankegang, utvikle kritisk tankegang og forstå samfunnsproblemer, gjennom å studere statistiske grafer. Formålet med masteroppgaven var å få innsikt i hvordan elever møtte statistiske grafer i lærebøker i naturfag. En kvalitativ studie ble gjennomført med fem elever gjennom oppgavebaserte intervjuer for å få innsikt i elevenes kompetanse og forståelse av grafene. KOM-rammeverket til Niss og Jensen (2002) og rammeverket til Guthrie et al. (1993) ble brukt for å vurdere elevenes kompetansebruk og forståelse av grafene. En semi-kvantitativ analyse ble brukt for å fremstille funn.

Problemstillingen for studien er: *Hvordan kommer 10. trinnselevers matematiske kompetanse til uttrykk i møte med virkelighetsdata framstilt i grafer i naturfagsbøker?*

For å undersøke problemstillingen ble det nødvendig å se på forekomsten av grafer i naturfagslærebøker. Naturfag 9 fra Cappelen Damm (2020), Solaris fra Aschehoug (2021) og Element fra Gyldendal (2021) ble undersøkt. Forekomsten av grafer var liten. To grafer fra Element 9 ble brukt i det oppgavebaserte intervjuet i studien.

Resultatene viste at elevene anvendte de nødvendige matematiske kompetansene på «riktig» måte i møte med ulike problem på ulike nivå, da de leste grafene i naturfaglig kontekst. Elevene bruker mest representasjons- og hjelpemiddelkompetanse i nivå 1. Utover nivåene økes bruken av modellerings- og resonneringskompetanse. Samtidig som nivåene økte, sank kvaliteten i svarene til elevene. Funnene viser også at elevene hadde noen vanskeligheter med å forklare og forstå viktige aspekter i grafene. Problemene knyttet til hva grafen faktisk forestilte, argumenterer jeg for at delvis kommer av grafenes lave innhold av egenskapstetthet. Resultatene indikerer på at elevene har behov for økt undervisning hvor de skal være observante på grafer som gir «mye» informasjon, og hente ut den informasjonen som er relevant, i tillegg å øve på å representere informasjon i grafene verbalt. Det er også rom for forbedring i hvordan grafene blir presentert og beskrevet i naturfagsbøkene.

Abstract

By studying statistical graphs, students can gain insight into scientific thinking, develop critical thinking skills, and understand societal problems. The purpose of this master's thesis was to gain insight into how students encountered statistical graphs in science textbooks. A qualitative study was conducted with five students through task-based interviews to gain insight to students' use of mathematical competences and understanding of the graphs. The KOM-framework by Niss and Jensen (2002) and the framework by Guthrie et al. (1993) were used to assess the students. A semi-quantitative analysis was used to present the findings. The research question for the study was: *How is the mathematical competence of 10th grade students expressed when confronted with real-world data presented in graphs in science textbooks?*

To investigate the research question, it was necessary to examine the occurrence of graphs in science textbooks. Naturfag 9 by Cappelen Damm (2020), Solaris by Aschehoug (2021), and Element by Gyldendal (2021) were examined. The occurrence of graphs was low, and two graphs from Element 9 were used in the task-based interview in the study.

The results showed that the students applied the necessary mathematical skills in the "correct" way when faced with various problems when reading the graphs in a scientific context. The students primarily utilize representational and tool competence at level 1. As the levels increases, the use of modeling and reasoning competence increases. However, as the levels increase, the quality of the students' responses decreases. The findings also showed that the students had some difficulties explaining and understanding important aspects in the graphs. I argue that the problems related to what the graph actually represented partially resulted from the graphs' low attribute density. The results indicate that students need increased instruction in being observant of graphs that provide "much" information and extracting the relevant information, as well as practicing verbal representation of graphs. There is also room for improvement in how the graphs are presented and described in science textbooks.

Forord

Der er merkelig å tenke på at fem år er gått, og at dette er siste oppgave jeg leverer på lærerstudiet. Masterskriveprosessen har for det meste vært spennende, og jeg har tatt meg selv i å riktig kose meg med oppgaven, men det har også noen ganger vært tung og krevende. Takk til mine gode veiledere, Torbjørn Aadland og Endre Knudsen, som har hatt et slikt engasjement rundt oppgaven som har gitt meg tro på prosjektet. En takk går til Nat-Forsk-gruppen og de medstudentene som har kommet med tilbakemeldinger på prosjektet. Jeg setter også enorm pris på familie og venner som tok seg tid til å lese korrektur på oppgaven. Uten dere hadde oppgaven ikke blitt av samme kvalitet. Takk!

Jeg vil også takke venner på treningssenteret som har møtt meg med et smil og tatt seg tid til å høre på frustrasjonen rundt masteroppgaven. I masterhverdagene har det å møtt dere der vært høydepunktet.

Jeg ser tilbake på fem fantastiske år ved NLA høghskolen, hvor jeg har møtt flotte mennesker gjennom NLA Bergen og Oslo. Årene har gått fort, og er nesten vemodig at tiden på NLA med disse menneskene har gått mot en slutt.

Oslo, mai 2023

Björg Elin Vasshus

Innholdsfortegnelse

1. Innledning.....	1
1.1 <i>Matematikk som beskriver virkeligheten</i>	1
1.1.1 Fagfornyelsens vekt på dybdelæring og tverrfaglighet	1
1.1.2 Tverrfaglighet i læreverk	2
1.1.3 Statistiske grafer	4
1.2 <i>Oppgavens problemstilling.....</i>	5
1.3 <i>Redegjørelse for begreper i problemstillingen</i>	5
2. Teori.....	8
2.1 <i>Matematisk kompetanse.....</i>	8
2.1.1 Trådmodellen til Kilpatrick et al.....	8
2.1.2 Niss og Jensens rammeverk for matematisk kompetanse	9
2.1.3 Matematisk forståelse kontra matematisk kompetanse.....	13
2.2 <i>Representasjon og oversettelse.....</i>	14
2.3 <i>Grafforståelse.....</i>	15
2.3.1 Bertins nivåinndeling av grafforståelses.....	15
2.3.2 Curcios inndeling av leseforståelse	16
2.3.3 Undersøke og måle grafforståelse.....	18
2.4 <i>Utfordringer ved å lese grafer</i>	19
2.4.1 Oversettelsesfeil	20
2.4.2 Verbal representasjon som målrepresentasjon	20
2.5 <i>Betydning av matematisk og naturfaglig forkunnskaper i møte med grafer.....</i>	21
3. Metode	24
3.1 <i>Studiedesign</i>	24
3.1.1 Hermeneutikk og førforståelse.....	24
3.1.2 Oppgavebasert intervju	25
3.2. <i>Studiens materiale.....</i>	26
3.2.1 Lærebokmateriale	26
3.2.2 Grafene som grunnlag til intervjuguide.....	26
3.2.3 Utforming av intervjuguide	29
3.3. <i>Datasamlingsprosessen.....</i>	30

3.3.1 Revidering som følge av pilotering	30
3.3.2 Utvalg av informanter	30
3.3.3 Videoopptak	31
3.3.4 Gjennomføring av intervjuet	31
3.4 <i>Behandling og analyse av datamateriale</i>	31
3.4.1 Transkripsjon	31
3.4.2 Analyse og koding av kompetansebruk og svarkvalitet i elevbesvarelsene	32
3.5 <i>Prosjektets kvalitet</i>	34
3.5.1 Validitet	34
3.5.2 Reliabilitet	34
3.5.3 Etske betraktninger	35
4. Funn	36
4.1 <i>Lærebokmateriale</i>	36
4.2 <i>Funn fra intervju</i>	37
4.2.1 Funn på nivå 1	40
4.2.2 Funn på nivå 2	44
4.2.3 Funn på nivå 3	49
4.2.4 Funn på nivå 4	55
5. Diskusjon	60
5.1 <i>Hovedfunn 1: Ulik kompetansebruk «tvinges» frem innenfor ulike leseforståelsesnivåer</i>	60
5.2 <i>Hovedfunn 2: Faktorer som påvirker elevenes prestasjoner</i>	63
5.3 <i>Hovedfunn 3: Lav forekomst av grafer i naturfagsbøker</i>	67
6. Konklusjon	68
6.1 <i>Matematiske kompetanser som uttrykkes i møte med grafer i naturfaglig kontekst</i>	68
6.2 <i>Oppfordring til lærere og lærebokforfattere</i>	69
6.3 <i>Begrensinger for studien</i>	69
6.4 <i>Ideer til videre forskning</i>	69
Referanseliste:	73
Vedlegg	78
Vedlegg 1: <i>Godkjenning fra NSD</i>	78
Vedlegg 2: <i>Informasjonsskriv og samtykkeskjema</i>	80

<i>Vedlegg 3: Intervjuguide</i>	<i>84</i>
<i>Vedlegg 4: Veiledende kvalitetssvar.....</i>	<i>90</i>
<i>Vedlegg 5: Kapittelfordeling innenfor kjerneelementer i lærebøkene</i>	<i>94</i>

1. Innledning

1.1 Matematikk som beskriver virkeligheten

Matematikk er viktig for å forstå samfunnet og verden rundt oss. De utfordringene verden står overfor i dag blir ofte uttrykt med matematisk språk og formidlet gjennom sosiale medier og aviser. Matematikken kan formidle hvor lang inkubasjonstiden er for ulike sykdommer, hvilke klimamål vi sikter oss inn på og hvordan bedrifter og nasjoner ligger an til å nå eller overstige målene de setter seg, og hvor mye strøm og penger man bruker på å ta en dusj. Statistikk og modeller beskriver virkelige situasjoner som vi møter blant annet i hverdagen, arbeidslivet og samfunnsdebatter (Curcio, 2001, s. 1).

I kunnskapsløftet påpekes det at matematikk er et sentralt fag som skaper sammenheng mellom samfunnet og naturen gjennom modellering og anvendelser (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). Gjennom matematikken utvikles kritisk tenkning, resonnering og kommunikasjon gjennom abstraksjon og generalisering (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). Det legges opp til at skolen skal bruke regning som en grunnleggende ferdighet i alle fag for å øke læring og forståelse (Kunnskapsdepartementet, 2017). «Å kunne regne innebærer å resonnere og bruke matematiske begreper, fremgangsmåter, fakta og verktøy for å løse problemer og for å beskrive, forklare og forutse hva som skjer.» (Kunnskapsdepartementet, 2017). Elever møter matematikk i hverdagen så vel som i andre fag. Hvordan klarer elevene å forstå matematikk i andre settinger enn i matematikkfaget, og klarer de å stille seg kritiske til matematikken som blir presentert? Klarer elevene å benytte seg av regning som en grunnleggende ferdighet i andre fag? Dette er noen spørsmål som startet interessen for forskningsprosjektet.

1.1.1 Fagfornyelsens vekt på dybdelæring og tverrfaglighet

Dybdelæring og tverrfaglighet ble sentralt i fagfornyelse LK20, og har tette bånd til hverandre. I dag skal alle i større grad vektlegge dette i undervisning ettersom dette også har fått et større fokus i læreplanene. Ifølge utredningen «Fremtidens skole - Fornyelse av fag og kompetanser» (NOU 2015: 8, s. 14) handler dybdelæring om å utvikle forståelse av begreper, begrepssystemer, metoder og sammenhenger innenfor et fagområde. Det handler også om å gi forståelse for temaer og problemstillinger som går på tvers av fagområder. Gjennom denne læringsformen vil elevene kunne konstruere en varig forståelse. I matematikk tar læreplanen

for seg noen få tema innenfor hvert årstrinn. Dette gjør at elevene får mer tid til å gå i dybden i de matematiske temaene for å få en grundig forståelse. Lærerne legger opp til å danne dypere forståelser i fag, men dette trenger ikke føre til at elevene klarer å se sammenheng mellom fag på egenhånd. Verden og kunnskap er ikke inndelt i fag, men flyter over i hverandres «kategorier» (Bolstad, 2020, s. 26). Ludvigsen-utvalget oppmuntret til å lage sterkere koblinger mellom fagene enn det som ble gjort i LK06 (Bolstad, 2020, s. 20). Dette løses med i skolene skal lage fagkoblinger med det som kalles tverrfaglige tema. Elevene skal få mer helhetlig forståelse av samfunnet og verden gjennom undervisning i tre tverrfaglige tema; *Folkehelse og livsmestring*, *Demokrati og medborgerskap*, og *Bærekraftig utvikling* (Kunnskapsdepartementet, 2019). Alle fagene skal arbeide med de tverrfaglige temaene. Flere fag som naturfag, samfunnsfag, KRLE, kroppsøving og norsk skal alle arbeide med alle tre temaene, mens matematikk skal arbeide med *folkehelse og livsmestring* og *demokrati og medborgerskap*.

1.1.2 Tverrfaglighet i læreverk

Sutton (1998) beskriver at det er stor avstand mellom det hverdagslige språket, og det språket som brukes i forbindelse med naturvitenskapelige forklaringer. Forklaringene i naturvitenskapen er ofte abstrakte og bruker matematikk for å sette ord på fenomenene. Det er derfor grunn til å arbeide på tvers av fag for å minske avstanden mellom matematisk-, naturvitenskaplig- og hverdagsspråk for at elever skal fungerer godt i samfunnet. I utredningen «Fremtidens skole - Fornyelse av fag og kompetanser» vektlegges behovet for matematisk kompetanse fremover (NOU 2015: 8, s. 24). Elever har bruk for matematikk i hverdagslivet, blant annet for å kunne vurdere fakta og forholde seg reflektert og kritisk til samfunnsspørsmål. «Kunnskapsutvikling i andre vitenskapsfag er avhengig av matematikk for å sikre et konkurransekraftig næringsliv og innovasjon på en rekke områder i samfunnet. Mange vil ha behov for matematikk i utdanning og i arbeidssammenheng» (NOU 2015: 8, s. 24). Skolen ivaretar matematisk kompetanse i stor grad gjennom matematikkfaget. I tillegg til vektlegging av regning som en grunnleggende ferdighet i alle fag. (NOU 2015: 8, s. 24).

I matematikkfaget skal eleven kunne «utforske og analysere funn fra reelle datasett og tallmaterialer fra natur, samfunn, arbeidsliv og hverdagsliv» gjennom det tverrfaglige temaet *demokrati og medborgerskap* (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 4). *Demokrati og medborgerskap* i matematikk har tette bånd til flere kompetansemål i naturfag, hvor data skal samles, tolkes og drøftes. I arbeid med matematikk i naturfag, flettes regning inn som en

grunnleggende ferdighet. Når matematikk uttrykkes i naturfag, er det essensielt at elevene allerede har en god forståelse for det matematiske som blir presentert.

Læreplanen for naturfag inneholder kjerneelementer og kompetanser omhandler modellering og behandling av data. Dette skaper rom for tverrfaglighet hvor anvendelse av matematikk benyttes.

Elever etter 10. årstrinn skal blant annet kunne:

- stille spørsmål og lage hypoteser om naturfaglige fenomener, identifisere *avhengige og uavhengige variabler og samle data* for å finne svar
- analysere og bruke *innsamlede data* til å lage forklaringer, drøfte forklaringene i lys av relevant teori og vurdere kvaliteten på egne og andres utforskinger
- bruke og lage *modeller* for å forutsi eller beskrive naturfaglige prosesser og systemer og gjøre rede for modellenes styrker og begrensninger

(Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 9).

Kjerneelementene beskriver hva elevene må kunne for å mestre og anvende faget, og skal gi en dypere forståelse av faget (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). De ulike kjerneelementene i naturfag er: *Naturvitenskapelige praksiser og tenkemåter, teknologi, energi og materie, jorda og livet på jorda og kropp og helse.*

Naturvitenskapelige praksiser og tenkemåter handler om å se på naturfag som et praktisk og utforskende fag. Med å lage egne modeller kan elevene utvikle nytenkning og forståelse av naturfaglig teori. Dette kjerneelementet skal knyttes i arbeid med andre kjerneelementer (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). *Teknologi* handler om å forstå og bruke teknologi, inkludert programmering og modellering, i naturfag. De skal vurdere hvordan teknologi kan bidra til løsninger, men også skape nye utfordringer. Dette kjerneelementet skal også kombineres med andre kjerneelementer (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3).

Energi og materie handler om å gi innsikt i naturfenomener og kunne se sammenhenger i naturfaget. Elevene skal bli forklarer teorier, lover, modeller og begreper om hvordan energi, stoffer og partikler fungerer i vår verden (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3). Gjennom *Jorda og livet på jorda* skal elevene forstå hvordan jorda er dannet, og livet har utviklet seg

på jorden. Det skal også gi kunnskaper om økosystemer og menneskers påvirkning, som skal gi elevene grunnlag til å ta bærekraftige valg (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3).

Kropp og helse skal gi elevene innsikt i hvordan kroppen utvikler seg og hvordan systemer i kroppen fungerer sammen. De skal også lære hvordan fysisk og psykisk helse ivaretas (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3).

Enkelte kjerneelementer og kompetansemål i naturfag er sterkt knyttet til matematikkfaget og det matematiske kjerneelementet *modellering og anvendelser*. Dette kjerneelementet handler om å forklare modeller av virkeligheten som er presentert med matematisk språk (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). Matematiske modeller kan illustrere et mer teoretisk aspekt enn den generelle vitenskapelige tilnærmingen. En modell er en forenklet virkelighet av en situasjon som er mer kompleks, og hovedsakelig utledet av matematikk (Lucas, 1999, s. 7). Den har som formål å gi informasjon om den virkelighet verden ved å undersøke områder av modellen. Gjennom matematikkfaget skal elevene få innsikt i hvordan de skal bruke matematikk i ulike situasjoner, både i og utenfor faget, i dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet.

1.1.3 Statistiske grafer

Statistiske grafer møter elevene ikke bare i matematikkfaget, men også i hverdagen, i nyhetsbildet og reklame. De møter også statistiske grafer i ulike fag i skolen. I den grad undervisning av grafforståelse vektlegges i matematikk, utgjør grunnlaget for hvordan elevene forstår grafer i andre fag, i hverdagen og i arbeidslivet. For den vanlige mannen i gata vil grafer tydeliggjøre, organisere og oppsummere kvantitativ informasjon i aviser, magasiner og i reklame (Curcio, 2001, s. 1). De vanligste formene for statistikk som forekommer i nyhetene, magasiner og i reklame er, linjediagram, søylediagram, og sektordiagram (Curcio, 2001, s. 1). Grafene skaper mening til data, ved å klassifisere og kommunisere dem. Ved å fremstille større datasett i grafer er det enklere å sammenligne og trekke ut informasjon. I møte med statistiske grafer i naturfagsbøker er det matematiske grafforståelsen som legges til grunn.

Etter matematikkundervisning på 9. trinn skal elevene ha opparbeidet seg kompetanse til å “tolke og kritisk vurdere statistiske framstillinger fra mediene og lokalsamfunnet” og “utforske og argumentere for hvordan framstillinger av tall og data kan brukes for å fremme

ulike synspunkter” (Kunnskapsdepartementet, 2019, a). Etter 9. trinn skal elevene derfor ha kompetansen de trenger til å tolke statistikk og grafer.

1.2 Oppgavens problemstilling

Med denne forskningen ønsker jeg å legge frem kvalitative funn, som kan gi en pekepinn på hvordan elever møter grafer i naturfagsbøker. Forskningen skal også belyse hvilken betydning deres matematikkunnskaper har for hvordan de forstår grafer og informasjon som blir presentert i naturfag. Fagfornyelser skaper endringer i lærebøker og undervisningsmetoder (Rasmussen & Lund, 2015). Hvordan overfører elevene sin matematiske kompetanse inn på andre fagområder, og forstår de grafene i lærebøkene slik de er ment å forstås? Som følge av interesse for temaet ble følgende problemstilling utformet:

Hvordan kommer 10. trinns-elever matematiske kompetanse til uttrykk i møte med virkelighetsdata framstilt i grafer i naturfagsbøker?

1.3 Redegjørelse for begreper i problemstillingen

Begrepet «matematisk kompetanse» blir bruk i denne forbindelse at man kan bruke kunnskaper og forståelser av matematikk på en hensiktsmessig måte i møte med situasjoner som inneholder matematiske problemer (Niss & Jensen, 2002, s. 43). Ulik grad av matematisk kompetanse, gir ulik grad av mulighet til å utøve, anvende og ta stilling til matematikk. For å si hvordan elevene uttrykker matematisk kompetanse i møte med grafene, må det finnes en måte å vurdere deres forståelse og bruk av kompetanser.

Når ordet *virkelighetsdata* brukes, er det tenkt på slik det engelske begrepet *real world data* brukes. Data er innhentet fra undersøkelser og som er rapportert i et kildedokument (MacDonald-Ross, 1977, s. 366). Virkelighetsdata er data som kommer fra observasjonsstudier, ikke fra randomiserte eller kontrollerte studier, men fra «den virkelige verden» (Faiz & Kristoffersen, 2017).

En *graf* skal fremstille en kurve som er tegnet i et koordinatsystem for å vise relasjonen mellom to variabler (MacDonald-Ross, 1977, s. 366). Linjer som tegnes i koordinatsystemet kalles kurver, selv rette linjer (MacDonald-Ross, 1977, s. 365). Begrepet *graf* inkluderer derfor både koordinater, kurver og nødvendigheten av aksensavn. Når jeg i denne oppgaven

ser på elevers evne til å forstå grafer, begrenses det til grafer som fremstiller virkelige data. De presenterer ofte utvikling av en størrelse over en tidsperiode, hvor kurvene er sammensatt av rette linjestykker. Disse grafene kalles for linjediagrammer.

For å besvare problemstillingen om hvordan elevene møter grafer i naturfagsbøker, må man vite hvilke grafer som blir presenter i bøkene og i hvilke tema. Derfor ble et av forskningsspørsmålene: *Hvilke typer grafer blir prestert i naturfagsbøker på 9. trinn?*

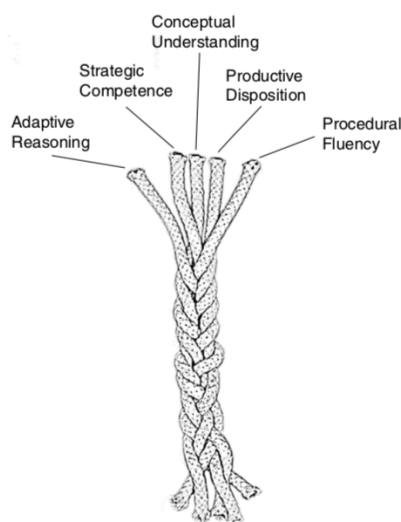
2. Teori

2.1 Matematisk kompetanse

Kompetansebegrepet blir definert i overordnet del av kunnskapsdepartementet som «å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenking.» (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 11). Denne definisjonen er generell for alle fagområder. For matematikk har det kommet flere forslag til hva som er en matematisk kompetanse og hva en matematisk kompetanse består av. Blant annet har Niss og Jensen (2002) forklart dette med kompetanseblomsten, og Kilpatrick et al. (2001) med sin trådmodell.

2.1.1 Trådmodellen til Kilpatrick et al.

Kilpatrick et al. mener at matematikk er mer enn evnen til å utføre beregninger og løse ligninger. De deler sin matematiske evne i matematikk i fem deler (Kilpatrick et al., 2001, s. 116): *Conceptual understanding*, *procedural fluency*, *strategic competence*, *adaptive reasoning* og *productive disposition*.



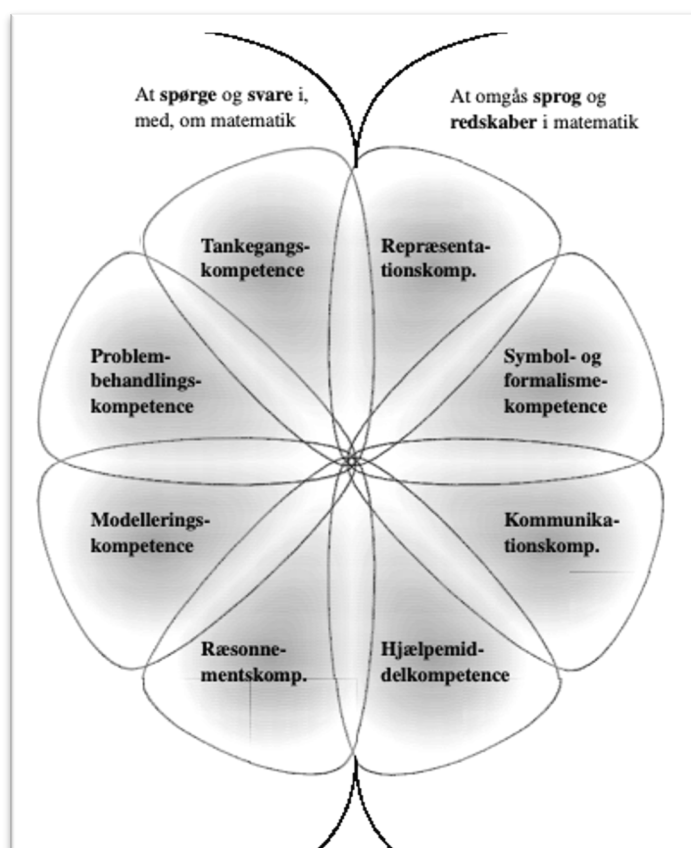
Figur 1. Trådmodellen fra "The Strands of Mathematical Proficiency" av Kilpatrick et al., (2001, s. 5).

Conceptual understanding er den forståelsen elever har av matematiske ideer og sammenhenger mellom begreper. *Procedural fluency* er evnen til å utføre matematiske prosedyrer, som å addere, subtrahere, multiplisere og dividere, som gjør at man kan utføre operasjoner effektivt og nøyaktig. Med *strategic competence* handler om å kunne komme med flere problemløsningsstrategier og velge den mest hensiktsmessige for problemet. *Adaptive*

reasoning handler om at elever har evne til å tilpasse matematisk kunnskap til nye situasjoner og bruke den til å løse ukjente problemer. Til slutt, *productive disposition* innebærer å ha en innstilling og et engasjement for matematikk som holder oppe motivasjon og utholdenhet i arbeid med matematikk. Hver av komponentene er tett bundet sammen med hverandre, som et flettetau, og tilsammen utgjør den en matematisk kompetanse (se figur 1).

2.1.2 Niss og Jensens rammeverk for matematisk kompetanse

Niss og Jensen har en lignende forklaring av hva matematisk kompetanse er. De deler også den matematiske kompetansen opp av flere mindre kompetanser, som heller ikke kan totalt skilles fra hverandre. Rammeverket deres blir ofte brukt i forskning for å si noe om hvilke matematiske kompetanser elevene uttrykker i møte med matematikk. Dette rammeverket inneholder også hvordan matematisk kompetanse anvendes i andre fagområder enn matematikk. Niss og Jensen beskriver matematisk kompetanse som sammensatt av åtte delkomponenter: *Resonneringskompetanse*, *modelleringskompetanse*, *problemløsningskompetanse*, *tankegangskompetanse*, *representasjonskompetanse*, *symbol- og formalismekompetanse*, *kommunikasjonskompetanse* og *hjelpemiddelkompetanse*.



Figur 2. Kompetanseblomsten av Niss & Jensen i «Kompetencer og matematiklæring—Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark» (2002, s. 45).

Matematisk kompetanse handler om å kunne handle hensiktsmessig i situasjoner som omhandler matematisk utfordringer (Niss & Jensen, 2002, s. 43). Delkompetansene i seg selv har karakteristiske trekk og kan forklares uavhengig av andre kompetanser. Delkompetansene er nært knyttet til hverandre. (Niss & Jensen, 2002, s. 46). Når en av kompetansene er i hovedfokus, kan andre kompetanser komme inn som en støtte i forklaringer og løsninger, avhengig av situasjon. Figur 2 viser det overlappende forholdet delkompetansene har. Hvert kronblad i «kompetanseblomsten» er selvstendige kronblad, men overlapper kronbladene ved siden av seg. I midten av blomsten møtes alle kronbladene. En delkompetanse kan ikke tilegnes eller isoleres fra andre kompetanser.

Niss og Jensen (2002) deler matematisk kompetanse i to hovedgrupper: «Å spørre og svare i, med og om matematikk» og «Å håndtere språk og redskaper i matematikk». Inndelingen viser at de enkelte kompetansene brukes mer innenfor den ene kategorien enn den andre (se figur 2). På grunn av tette bånd mellom kompetanse anvendes dem også på tvers av de to kategoriene. For eksempel må kommunikasjonskompetanse i språk og redskaps brukes for å kunne forstå spørsmål og svare på spørsmål i matematikk. De tette båndene mellom kategoriene og kompetansene gjør det vanskelig å skille hvilke kompetanser som benyttes i løsninger av matematiske problemer.

Tankegangskompetanse handler om å være klar over hvilke type spørsmål som er karakteristiske for matematikk, og å forutse hvilke type svar som forventes på de ulike spørsmålene (Niss & Jensen, 2002, s. 47). I tillegg handler det om å forstå og håndtere hva ulike matematiske begreper innebærer. Kompetansen omfatter ikke å forstå den faktiske matematiske situasjonen i spørsmålet, eller å finne svarene til situasjonen, heller ikke å finne metoder for å løse situasjonen. Dette faller under resonneringskompetanse og problembehandlingskompetanse. Essensen i tankegangskompetanse er å forstå hva spørsmålet spør etter, og hvilket svar spørsmålet ønsker. Spørsmålene kan bære preg av «finnes det ...?» og «hvor mange ...?». Med tankegangskompetansen vil man oppfatte spørsmålet og vite at spørsmål kan besvares med for eksempel «ja/nei, fordi ...», og «hvis ..., så ...» (Niss & Jensen, 2002, s. 48).

Problembehandlingskompetanse omhandler å oppdage, formulere, avgrense og presisere matematiske problem som kan være tydelig formulerte, «rene» matematikk oppgaver, så vel som «åpne» oppgaver (Niss & Jensen, 2002, s. 49). Problemene skal kunne løses på ulike

måter. Et eksempel på en problemløsningsoppgave er «kan man få en trekant av tre vilkårlige sidelengder?» Om et matematisk spørsmål er et matematisk problem og krever problemløsningskompetanse, avhenger av den som skal løse det. Dersom det krever undersøkelse av et matematisk problem brukes problemløsningskompetanse, men ikke dersom det kun krever rutineferdigheter (Niss & Jensen, 2002, s. 49).

Modelleringskompetanse er å kunne analysere grunnlaget for en modell, vurdere egenskapene, rekkevidden og holdbarheten dens (Niss & Jensen, 2002, s. 52), samt å lage modeller selv. Når elementer i modellen tolkes og fortolkes, sier man at man avmatematiserer innholdet, og trekker ut og generaliserer et større sett med matematisk innhold. Når man lager egne modeller må en spesifikk situasjon struktureres og undersøkes på en slik måte at det matematiseres, slik at resultatene av undersøkelsene kan settes i en matematisk modell. Modelleringskompetanse krever også å reflektere over modellen man har laget. Representerer det den var ment til å representere, og representerer den situasjonen på en god måte? Man skal også kunne vurdere hva årsakene er til at resultatene og modellen er slik den er. Og ikke minst kommunisere med andre om modellen og dens resultater (Niss & Jensen, 2002, s. 52).

Resonneringskompetanse omhandler å følge og bedømme matematiske resonnementer, det vil si rekke med argumenter som støtter en påstand. Man skal kunne resonnerer over egne matematiske besvarelser og løsninger, for å vurdere gyldigheten overfor seg selv og andre (Niss & Jensen, 2002, s. 54). Det handler også om å skille mellom hva som er et matematisk bevis resonnement og hva som er resonnering i andre matematiske problem. Resonnering over hvilke bevis som er gyldige og ikke, er ikke en del av kompetansen elevene skal utvikle på grunnskolen påpeker Niss og Jensen (2002, s. 194). Resonneringskompetansen har nær relasjon til problemløsnings- og modelleringskompetanse, hvor resonneringskompetansen utgjør den «juridiske» siden av løsningene (Niss & Jensen, 2002, s. 54).

Representasjonskompetanse består av å avkode, tolke og skille mellom ulike representasjoner, i tillegg bruke de ulike symbolske, visuelle, grafiske, verbale og konkrete matematiske representasjonene i møte med matematiske problemer, situasjoner eller fenomener (Niss & Jensen, 2002, s. 56). Det er også viktig å forstå sammenhengen mellom ulike representasjoner, og oversettelsen mellom dem, og vite hvilke styrker og svakheter de ulike representasjonsformene har. Eksempelvis å forstå hva π kan representere, som symbol, som uendelig desimaltall, at det er omkretsen til en sirkel med diameter 1 og så videre.

Representasjonskompetanse har tette bånd til symbol- og formalismekompetansen, som fokuserer på «spillereglene» for håndtering av matematiske symboler. Enkelte representasjonsformer benytter seg av redskaper, som gir forbindelse til hjelpemiddelkompetanse (Niss & Jensen, 2002, s. 57).

Symbol- og formalismekompetanse handler om å avkode symbol og formelspråk slik at man setter et naturlig språk på det symbolholdige språk og motsatt (Niss & Jensen, 2002, s. 58). I tillegg handler det om å ha forståelse for «spillereglene» i matematiske systemer, som i ulike aksiomsystemer. Man vet at $6 \cdot (2 + 8)$ ikke er det samme som $6 \cdot 2 + 8$ (Niss & Jensen, 2002, s. 58). I denne kompetansen er fokuset på symbolets karakter, status og betydning, fremfor hva symboler representerer slik som i representasjonskompetanse (Niss & Jensen, 2002, s. 59).

Kommunikasjonskompetanse handler om å stette seg inn i og tolke andres matematikkholdige skrifter, visuelle eller muntlige utsagn, i tillegg til å selv uttrykke matematikk skriftlig, muntlig og visuelt overfor andre (Niss & Jensen, 2002, s. 60). All kommunikasjon med matematikk bruker ulike representasjonsformer, fordi formidleren kommuniserer matematikken i et medium med en eller annen form representasjon.

Kommunikasjonskompetansen har ikke bare tette bånd til representasjonskompetanse, men også til symbol- og formalismekompetanse når skriftlig, muntlig eller visuell kommunikasjon av matematikk benytter seg av matematisk terminologi og symboler (Niss & Jensen, 2002, s. 60). Kommunikasjonskompetanse brukes ofte i forklaringer av løsninger av matematiske oppgaver. Kompetansen brukes aktivt i møte med lærebøker og undervisning, når mottakeren skal tolke det matematiske som kommuniseres og fremstilles (Niss & Jensen, 2002, s. 61).

Hjelpemiddelkompetanse handler om å ha kunnskaper om egenskapene til relevante hjelpemidler i matematikk, og vite når de egner seg å brukes i matematiske situasjoner (Niss & Jensen, 2002, s. 62). Det innebærer å vite hvilke begrensninger og muligheter hjelpemidlene har i ulike situasjoner. Hjelpemiddelkompetanse innebærer ikke bare å ha IT kunnskaper, som håndtering av PC og kalkulator, men også for tabeller, linjaler, passer, gradeskive, kulerammer og centikuber.

I tillegg forklarer Niss og Jensen at anvendelse av matematisk kompetanse brukes når man møter matematikk innenfor andre fagområder, og at bruken gir *overblikk og dømmekraft*

ovenfor situasjonen. Matematikken uttrykkes gjerne gjennom å lage og anvende matematiske modeller (Niss & Jensen, 2002, s. 67). Matematikken brukes til å forstå hverdagslige, samfunnsorienterte eller vitenskapelige situasjoner som er ikke-matematiske. I denne sammenhengen er det viktigere å ha bred og helhetlig oversikt over samfunnsfaglige og vitenskapelige aspekter som fremstilles i modeller, når modeller på områder utenfor matematikkfaget skal vurderes (Niss og Jensen, 2002, s. 67). For selv om man har modelleringskompetanse, er det ikke dermed sagt at kompetansen vil gi forståelse for hva modellene faktisk representerer, når de presenterer spesifikke situasjoner i andre fagområder. Hovedforskjellen på matematisk kompetansene og *dømmekraft og overblikk*, er at matematikkkompetanse brukes alltid i forhold til konkrete matematiske problemer eller situasjoner. Overblikk og dømmekraft forholder seg til matematikk som et overordnet fagområde som er preget av historiske og sosiale hendelser, hvor matematisk språk anvendes, men formålet med modellen ikke er av matematisk karakter.

Matematikklærere skal ha overblikk over andre fagområder hvor matematikken forekommer. Matematikken som ligger bak modeller ofte kan være svært komplisert og dette oppfordrer Niss og Jensen lærer til å være klar over (2002, s. 108). De bør kritisk vurdere hvordan matematikken anvendes i modellen, og vurdere hvilken situasjon som er presentert. Med dette kan lærerne hjelpe elevene til å avdekke forhold i modellen og ha en nyansert oppfatning av modellen. (Niss og Jensen, 2002, s. 109).

Jeg velger å bruke KOM-rammeverket i denne studien fordi rammeverket deler matematikkkompetanse i flere delkomponenter, og har utdypende innholds forklaringer til hver kompetanse. Dette gjør det enklere å identifisere hvor og når elever bruker ulike kompetanser i besvarelser. Etter å ha studert rammeverket har jeg vurdert at spesielt kommunikasjons-, resonnerings-, hjelpemiddel-, modellerings- og representasjonskompetanse ville oftest bli brukt i arbeid med grafer, og derfor vektlegges i analysen. I tillegg forklarer rammeverket hvordan matematisk kompetanse anvendes i andre faglige kontekster.

2.1.3 Matematisk forståelse kontra matematisk kompetanse

Skemp (1976/2006) beskriver to former for forståelse av matematikk, som kan minne om Niss og Højgaard (2019) sitt syn på matematiske kompetanse og matematikk kunnskap. Skemp kaller dem for *relasjonell* og *instrumentell forståelse*. Med *instrumentell forståelse* utføres prosedyrer som er tilegnet for å løse spesifikke problem, som gjør at man får riktig svar hver

gang prosedyren utføres på spesifikke oppgaver (Skemp, 2006, s. 23). Den instrumentelle forståelsen er vanskelig å anvende i ukjente problemer, når man ikke vet hvorfor de matematiske reglene fungerer i de problemene de brukes i. Med *relasjonell forståelse* derimot kan kunnskapen anvendes. Da har man forståelse av hva som er bakgrunnen for hvordan matematiske «reglene» fungerer, som gjør at denne matematiske kunnskapen kan brukes i andre, ukjente problem (Skemp, 2006, s. 24). Niss og Højgaard (2019, s. 21) påstår at det er forskjell på matematisk kompetanse og matematisk kunnskap. De mener at det er mulig å ha dyp forståelse av matematiske begreper, sammenhenger, metoder, teori og bevis, men som er lagret på en passiv måte. Den matematiske kompetansen i motsetning til matematisk kunnskap har fokus på å anvende matematikken. De eksemplifiserer det med at man kan ha mye kunnskaper om kjemiske stoffer og fenomener, men ikke vite hvordan man bruker stoffer og instrumenter, eller ikke kan utføre og tolke kjemiske forsøk, noe som er avgjørende for kjemisk kompetanse. De mener likevel at matematisk kunnskapen er en viktig delmengde av matematisk kompetanse (Niss & Højgaard, 2019, s. 21). Den relasjonelle forståelsen kan minne om kompetansebeskrivelsen til Niss og Højgaard om å kunne anvende kunnskaper man besitter i både kjente og ukjente problem. Mens den instrumentelle forståelsen deler likheter med Niss og Højgaard sin oppfatning av matematisk kunnskap. De vektlegger begge at med denne kunnskapen alene og instrumentell forståelse alene, har man ikke evne til å anvende kunnskap og løse ukjente matematiske problem.

2.2 Representasjon og oversettelse

Duval (2006, s. 104) sier at representasjon er noe som står for noe annet. Han vektlegger viktigheten av oversettelse og tolkning av en representasjon. Duval sier at oversettelsen av de semiotiske representasjonene er det viktigste i møte med matematikk. For i motsetning til andre fag, har matematikken ikke noe annet valg enn å bruke semiotiske representasjoner, fordi matematikk ikke kan sees eller tas på (Duval, 2006, s. 107). Semiotiske representasjoner kan være tall, modeller, tabeller og symboler som formidler informasjon om den fysiske omverdenen. Oversettelse fra en representasjon til en annen, åpner opp for å vise sammenheng og forståelse av matematikk. Janvier (1978) utarbeidet en tabell som viser oversettelsesprosesser som forekommer når man arbeider med funksjonsgrafer (se figur 3). Representasjonene Janvier legger frem i tabellene er verbale situasjoner, tabeller, grafer og funksjonsuttrykk. Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 159) legger vekt på at Janviers definisjon ikke bare handler om at man oversetter mellom representasjonene, men at de viktigste elementene

og ideene som uttrykkes i dem blir oversatt. Dette kan knyttes til Duval sin tanke om viktigheten av oversettelse mellom representasjoner.

From \ To	Situations, Verbal Description	Table	Graph	Formulae [Symbolic]
Situations, Verbal Description		Measuring	Sketching	Modeling
Table	Reading		Plotting	Fitting
Graph	Interpretation	Reading off		Curve fitting
Formulae [Symbolic]	Parameter Recognition	Computing	Sketching	

Figur 3. Janviers oversettelsestabell fra “Assessing the difficulty of mathematical translations: synthesizing the literature and novel findings”(I Bossé et al., 2011, s. 119).

Oversettelsesprosessene anvendes også i med statistiske grafer. I dette prosjektet ble oversettelsen mellom graf og verbal situasjon vektlagt, og omvendt. Oversettelsen fra verbal situasjon til graf kalles skissering, og fra graf til verbal situasjon for tolkning.

2.3 Grafforståelse

Grafforståelse er grafleserens evner til å trekke ut og forstå grafens formål som er laget av andre (Friel et al., 2001, s. 132). Når man ser en graf, enten man studerer den nøye eller ikke, blir grafen oppfattet, informasjonen blir bearbeidet og tolket i større eller mindre grad.

Oppfatningen og tolkningen man har gjør er en ny representasjon, hvor man går ifra graf til en tolkning av en virkelig situasjon. Flere forskere har studert hvordan grafer forstås (se Bertin, 2010; Bossé et al., 2011; Carpenter & Shah, 1998; Curcio, 2001; Friel et al., 2001; Parmar & Signer, 2005; Planinic et al., 2012; Potgieter et al., 2008; Shah & Hoffner 2002; Wainer, 1992). Mye av forskningen bygger direkte eller indirekte på Bertins banebrytende ideer fra 1967, om å dele grafforståelse i tre nivåer.

2.3.1 Bertins nivåinndeling av grafforståelses.

Bertin (2010, s. 140) deler inn grafforståelse i tre nivåer: External indification (identifisere ytre forhold), internal identification (identifisere indre forhold) og preception of pertinent new correspondences (forutsi grafens retning).

Det første nivået handler om å identifisere ytre forhold, som å identifisere x- og y -akser, enheter, intervaller og skala. På dette nivået gjøres ikke matematiske regneprosesser. I

identifisering av indre forhold, vil leseren gjenkjenne komponenter og se helhetlig på grafens fremstilling av informasjon. På det tredje nivået, vil man forutsi grafens retning, når leserne skjønner hva grafen viser i sin helhet, kan han fortelle hvilke retninger grafen vil ta (Bertin, 2010, s. 140). På samme måte som han deler inn nivåer elever heter informasjon ut på, legger han frem at det finnes ulike former for spørsmål som kan «tvinge» eleven til å vise egenskaper for de bestemte nivåene.

Grunnleggende spørsmål tilhører det første nivået, og stiller spørsmål som får elevene til å trekke ut enkel informasjon som kan hentes ut på et spesifikt sted i grafen. Spørsmål som får elevene til å hente ut informasjon på internt nivå, kan spør etter mønstre i den grafiske fremstillingen, slik at leseren henter informasjon fra flere steder og sammenfatter informasjonen til noe mer generelt. Til slutt kan man stille spørsmål som får eleven til å hente ut informasjon på overordnet nivå. Da stilles spørsmål som man ikke kan finne svar på i grafen, som gjør at eleven må utvikle en teori for å forutsi grafens retning (Bertin, 2010 s. 141).

Det er viktig å passe på at man ikke tolker disse spørsmålsnivåene som økende vanskelighetsgrad sier Wainer (1992, s. 10), og at inndelingen av nivåene til Bertin er for å organisere og fremheve problemer elever har i møte kart og diagrammer. Wainer (1992) sier at nivåinndelingene handler om bredde i forståelse av datamaterialet. Det skal ikke være problem å få spørsmål på nivå 3 uten å ha fått spørsmål fra de andre nivåene før.

2.3.2 Curcios inndeling av leseforståelse

Curcio er blant dem som har bygget videre på Bertins grafforståelse (1967/2010). Det er store likheter i nivåinndelingene til Bertin og Curcio. Hovedfokuset i inndelingen deres er derimot ulike. Bertin sitt fokus er hovedsakelig på hvordan grafer og kartografi blir presentert, og hva man legger merke til i møte med grafer og kart. Curcio har et større fokus på leseforståelsen leseren har når han leser statistikk. Curcio deler leseforståelse av grafer i tre nivåer: (1) *Å lese data*, (2) *å lese mellom dataene* og (3) *å lese utover dataene*.

Nivå 1: Evnen til å lese data. Dette krever nøyaktige avlesninger når det leses av akser, aksetitler, grafititler og punkter i grafen. På dette nivået skal det ikke kreves noen form for tolkning og gi veldig lave kognitive utfordringer (Curcio, 2001, s. 7). F.eks. «Hva forteller

aksene deg?» og «Hva lå innholdet av karbondioksid i atmosfæren på i 1820?» er spørsmål elevene i denne studien møtte på i intervjuet innenfor nivå 1.

Nivå 2: Evnen til å lese mellom dataene. Nivået innebærer å kunne generalisere informasjon som presenteres i grafen. Det krever å identifisere hva som skjer i enkelte partier i grafen og fortelle om trender. Her vil det skje sammenligninger av størrelser, hvilke verdier er laveste og høyeste. Nivået vil kunne kreve bruk av matematiske prosesser, som blant annet multiplikasjon, divisjon, addisjon og subtraksjon (Curcio, 2001, s. 7). For å tvinge frem dette perspektivet av leseforståelse kan spørsmål av denne typen stilles «Hva skjer mellom 1800 og 1840, sammenlignet med 1840 og 1940?» og «Hvilken graf viser størst økning av drivhusgassen?». Dette er noen spørsmål som elevene møtte i denne studien på nivå 2.

Nivå 3: Evnen til å lese utenfor grafen. Nivået omfatter å interpolere og ekstrapolere informasjonsdisplayet. Det vil si at man vil anslå verdier for grafen utenfor den eksisterende grafen, basert på bakgrunnskunnskapen man har om grafen (Curcio, 2001, s. 7). «Hvor tror du avviket fra den konstante grafen vil ligge på hvis grafen vil fortsette i den trenden den er i, i 2040 og 2080?» var et problem elevene møtte på under intervjuet, som skulle teste leseforståelsen på dette nivået.

Færre forskere har sett på andre aspekter ved grafforståelse, som å vurdere grafkonstruksjon, bakgrunnen for grafenes formål og valg av grafisk fremstilling, men Shaughnessy er en av dem som har foreslått å inkludere et slikt nivå til Curcios nivåinndeling. Dette nivået kaller Shaughnessy for *å lese bakenfor dataene* (2007, s. 964).

Nivå 4: Evne til å lese bakenfor grafen. Det å lese bakenfor dataene omfatter å kritisk vurdere informasjonen, dataene, innsamlingsmetode og grafens fremstilling. Det handler om å lete etter årsaker til variasjoner i dataene og vurdere forholdene mellom variablene (Shaughnessy, 2007, s. 964).

Shaughnessy mener at kompetente borgere må kunne kritisk lese og vurdere informasjon i tabeller og grafer for å ha en sunn holdning til informasjon som blir presentert av selgere, forskere, myndigheter, politikere og nyheter (2007, s. 964). Derfor ønsket han å inkludere dette fjerde nivået.

Jeg velger å bruke Curcios rammeverk fordi det har som hensikt å se på elevers leseforståelse av statistikk, som er det dette prosjektet handler om. Jeg inkludere Shaughnessy sitt fjerde nivå, fordi kritisk tenking og etisk bevissthet er en del av verdigrunnlaget for opplæringen i skolen (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 19). Det vektlegges også i det matematiske kjerneelementet *modellering og anvendelser*, hvor eleven skal «kunne kritisk vurdere modellenes gyldighet, hvilke begrensninger de har og vurdere modellene i lys av de opprinnelige situasjonene» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). Elevene skal derfor kunne vurdere modeller på nivå 4.

2.3.3 Undersøke og måle grafforståelse

Guthrie et al. (1993) studerte kognitive prosesser hos elevene som leste grafer, tabeller og illustrasjoner. De testet elever i blant annet *lokale* og *globale spørsmål* om grafer, hvor de grupperte besvarelsene etter *higher quality answers* og *lower quality answers*.

Lokale og *globale spørsmål* er spørsmål som får elevene til å undersøke på lokale og globale nivå i grafene. *Lokale undersøkelser* er undersøkelser hvor man ser på konkrete og spesifikke områder på grafen som kan leses direkte uten tolkninger. Å se på relasjoner mellom et spesifikt punkt og akser, er en enkel matematisk regneprosess, og er en lokal undersøkelse (Guthrie et al., 1993, s. 189). Det forekommer lokale undersøkelser i nivå 1 til Curcio, fordi elevene skal komme med nøyaktig avlesning av grafens titler og punkter her.

Globale undersøkelser handler om å «lage generaliseringer, abstraksjoner og identifisere trender og mønstre» (Guthrie et al., 1993, s. 190). Denne måten å undersøke på gjøres i nivå 2 og 3 hos Curcio, siden eleven skal generalisere innhold i grafen, og ekstrapolere ut ifra tolkninger av grafen.

Elevenes besvarelser på disse nivåene ble vurdert etter *higher or lower quality answers*. Dette er en måte å vurdere hvor godt elevene kommuniserer besvarelsene sine og hvor godt de har forstått grafene. *Lower quality answers* beskriver Guthrie et al. som besvarelser som inneholder rett svar, men preget av kortfattethet og mindre konkrete i formuleringene, ofte vage og dårlig formulerte (1993, s. 196). Slike svar kunne være «1887» og «80 eller 90» (s. 197). Besvarelsene inneholdt lite beskrivelser som benevning eller resonnement bak svaret, som gjør at man ikke forstår hva eleven faktisk svarte på. *Higher quality answers* er velformulerte besvarelser. Svarene er nøyaktige, og inneholder god informasjon (Guthrie et al., 1993, s. 196). Eksempler på slike besvarelser kan være «In 1887 the lynx population was

at 30,000», eller «The peak lies between 70 – 100, maybe 87 kilohertz» (Guthrie et al., 1993, s. 197). Med disse besvarelsene forstår man hva spørsmålet har spurt etter. *Moderate quality answers* er de svarene som faller mellom svar av lavere og høyere kvalitet. Guthrie et al. vurderte kvaliteten i svarene ut ifra en tabell med forklaringer av hva som var karakteristisk for et høyere og lavere svarkvalitet for hvert spørsmål de stilte.

Gjennom å gradere besvarelser innenfor lokale og globale undersøkelseslandskap fant Guthrie et al. (1993) ut at elevene hadde overraskende lav evne til å løse oppgavene. Omtrent halvparten av elevene kom med besvarelser av lavere kvalitet i oppgaver med grafer. De hadde enkle tilnærminger til grafene og brukte enkle prosesser for å løse problemene (s. 218). De hoppet oftere rett til konklusjoner eller en abstraksjon uten å basere det på informasjonen som var i grafene. Guthrie et al. (1993, s. 219) oppfordrer til å undervise mer systematisk om tolkning av grafer for å kunne forstå grafer slik de er ment å forstå og dra nytte av informasjonen de fremstiller.

2.4 Utfordringer ved å lese grafer

Beeby og Taylor (1973, sitert i Friel et al., 2001, s. 141) viste at mange kan ha problemer med å tolke en vertikal akse riktig. Hvis bare annethvert aksemerke er markert med verdi (f.eks. 0, 2, 4, 6, 8); blir de mellomliggende merkene tolket som halvdeler (f.eks. at merket mellom 6 og 8 ble tolket som 6,5).

Det er funnet ut at det er vanskeligere å tolke og generalisere innhold i en graf, enn å finne eksakte verdier (Friel et al., 2001, s. 138). Det vil si at spørsmål på nivå 1 etter Curcio (2001) er enklere å besvare enn spørsmål til nivå 2 (Lohse, 1993, s. 384). Gal (1998, sitert i Friel et al., 2001, s. 132) har også poengtert at det var mer utfordringer med oppgaver hvor det skal vurderes hva meningen med grafen er i globale undersøkelser, fremfor å uthente konkrete data i lokale undersøkelser. Det tyder på at nivå 3 er det mest utfordrende nivået av de tre første nivåene, fordi elevene først må lage tolkninger av grafen for deretter å forutsi det ukjente. Nivå 3 bygger videre på nivå 2, hvor elevene allerede har noen problemer (Friel et al., 2001, s. 132). Det vil si at nivå 3 kan få følgefeil av nivå 2.

2.4.1 Oversettelsesfeil

Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 163) konkluderer med at det er *attribute density*, på norsk *egenskapstetthet*, som er årsaken til feilene elevene foretar i møte med grafer.

Egenskapstetthet handler om hvor komprimert informasjonen som blir presentert er. Grafer med høy egenskapstetthet forekommer i funksjonsgrafer, hvor informasjonen er generaliserbar i form av funksjonsuttrykk. Grafer med lav egenskapstetthet inneholder større mengder informasjon som er vanskelig å generalisere. Dette forekommer i linjediagrammer og tabeller. Lav egenskapstetthet kan forårsake tolkningsfeil. Tolkingsfeilene inntreffer fordi hjernen gis for mye informasjon, som hjernen ikke klarer å håndtere på riktig måte for å løse oppgaven (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 168).

En annen feil som kan forekomme i oppgaver med grafer er bevaringsfeil, også kjent som følgefeil (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 164). Feil beregninger eller tolkninger på tidligere stadier i oppgaver, kan påvirke svar i senere rekker. Svarene blir feil, på bakgrunn av tidligere feilberegninger og feiltolkninger. Adu-Gyamfi et al. mener bevaringsfeil vanligvis forekommer sent i oversettelsesprosessen. Bevaringsfeilene bunner oftest i tolkningsfeil, hvor viktig informasjon av grafen tolkes feil, og brukes videre til å besvare andre oppgaver. Derfor er bevaringsfeil ofte forbundet med de siste trinnene elevene gjør (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 164).

2.4.2 Verbal representasjon som målrepresentasjon

Bossé et al. (2011) har forsket på oversettelse fra nonverbale representasjoner til verbale representasjoner. Det viste seg å være vanskeligere å oversette når én av representasjonene var verbale, fremfor å oversette mellom nonverbale. Av de tolv mulige representasjonsformene til funksjoner til Janvier, er det oversettelsesprosesser fra nonverbale representasjoner til verbal representasjon det som ansees som det vanskeligste for elever (Bossé et al., 2011, s. 118).

Oversettelser med målrepresentasjoner med mulighet for større antall faktagap, forvirrende fakta og lav egenskapstetthet har en tendens til å være langt vanskeligere å oversette enn andre (Bossé et al., 2011, s. 126). Dette gjelder spesielt oversettelser hvor verbal representasjon er målet (graf→verbal, symbolsk→verbal og tabell→verbal). Bossé et al. (2011, s. 127) har bemerket at det kan også hende at det vanskeligste i slike

oversettelsesoppgaver er det å uttrykke det verbalt, fremfor å forstå hva startrepresentasjonen fremstiller, altså at elevene identifiserer og vet hva svaret er, men har utfordringer å formulere det i målrepresentasjonen. Med verbale situasjon som målrepresentasjon, kan oversetteren ha en tendens til å føle at målet blir dårlig definert og amorft. De verbale representasjonene som målrepresentasjon kan inneholde forvirrende eller unødvendige fakta og virke unnvikende og lang. Dette kan være fordi oversetteren ikke vet når den verbale representasjonen er fullført og korrekt (Bossé et al., 2011, s. 127).

Arbeid med den verbale situasjonen som målrepresentasjon forekommer sjeldnere i undervisningssammenheng (Bossé et al., 2011, s. 129). Det er tydelig at det kan være en sammenheng mellom læreres undervisningspraksis og elevfeil når det kommer til verbale oversettelser (Bossé et al., 2011, s. 117). Bossé et al. (2011, s. 118) mener at lærerne gir færrest muligheter for å øve seg på oversettelsen som elevene har størst problemer med.

2.5 Betydning av matematisk og naturfaglig forkunnskaper i møte med grafer

Potgieter et al. (2008, s. 214) mener at elever klarer å anvende matematikken i grafer i andre kontekster, men at det begrenset hvilke grafer de klarer å forstå. De mener at mangel på matematisk kompetanse er en årsak til at elever har problemer når de arbeide med grafer innen kjemifaget. De legger også frem at matematikk som anvendes i kjemi er mer kompleks enn det de har lært i matematikkfaget.

Shah og Hoeffner (2002, s. 63) sier at grafiske leseferdigheter bør undervises sammen med naturvitenskap og samfunnsvitenskap. Elever som undervises i graflesing i abstrakte kontekster, kan få problemer med å anvende kunnskap i graflesing i virkelige kontekster. En fordel ved å inkludere graflesning i naturvitenskap og samfunnsvitenskap kontekst er at elevene også kan lære at grafer ikke bare et verktøy for informasjonsformidling, men også til å vurdere informasjonsformidlingen kritisk (Shah & Hoeffner, 2002, s. 63).

Bakgrunnskunnskap i naturfag bidrar naturligvis også i evnen til å tolke grafer i naturfaglig kontekst. Carpenter og Shah (1998) fant at elevenes bakgrunnskunnskap om grafens tema, påvirket hvordan de tolket dataene. Elevene var i bedre stand til å gjenkjenne innhold i grafer og konsekvenser av grafer, der informasjonen i grafene var lik deres tidligere oppfatninger om temaene grafene presenterte (Carpenter & Shah, 1998 s. 98). Roth og Bowen (2003) har sett

på hvordan forskere leste grafer innenfor sine egne fagområder, kontra andre fagområder. De fant ut at forskerne lett forsto informasjonen som var presentert i grafer som var innenfor kjente områder (Roth & Bowen, 2003 s. 470). De klarte derimot ikke å tolke hva grafene presenterte utenfor kjente fagområder. Roth og Bowen mener at forskerne ikke hadde manglende tolkningsevne, men heller manglende kunnskap om underliggende konvensjoner, spesielle tegn og den spesielle situasjonen som ble presentert, gjorde at de ikke forsto poengene grafen fremstilte.

Studien til Planinic et al. (2012, s. 1393) viser en tydelig forskjell på å arbeide med grafer i matematikk kontra fysikk. Grafoppgavene i studien var så og si identiske, men elevene så ut til å glemme at de samme matematiske prosessene også gjaldt i fysikk. Å gjenkjenne matematikk i andre situasjoner krever god forståelse av situasjonen, noe som elevene ofte mangler. Samtidig må de da ha god matematisk kompetanse for å se sammenhenger og anvende matematikk i andre kontekster (Planinic et al., 2012, s. 1411). En annen studie fant at elevene ikke brukte sine naturfaglige bakgrunnskunnskaper under graftolkningsoppgaver, men så på grafen som rene matematiske oppgaver uten å reflektere over om svarene var realistiske (Parmar & Signer, 2005, s. 256).

3. Metode

3.1 Studiedesign

Ettersom studien har som mål å undersøke *hvordan* elever tilnærmer seg grafer i naturfagsbøker, vil det være hensiktsmessig å gjøre en kvalitativ studie. Siden opprinnelsen av kvalitative forskning har fokuset vært på å beskrive og forstå «den andre» (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 95). Med kvalitative studier kan man gå mer i dybden på enkelte besvarelser, og undersøke mer hvordan situasjoner utspiller seg, og sammenligne likheter og ulikheter i beskrivelsene av besvarelsene. Hovedsakelig sier man at man får dypere forståelser gjennom kvalitative studier, mens kvantitative studier gir en bredere forståelse. I kvalitative undersøkelser er det normalt å ha få informanter, fordi dette gir en mulighet for å gå i dybden.

Studien min er en oppgavebasert intervju-studie. Den involverte fem 10.- klasseelever som møtte grafer fra en naturfagslærebok. Oppgavene hadde til hensikt å teste ulike tolkningsnivåer av grafene, for å bringe frem deres matematiske forståelse og kompetanse på feltet. Undersøkelsen ble gjennomført med videoopptak. Dataene ble analysert i lys av rammeverkene til Niss og Jensen (2002) og Guthrie et al. (1993) som beskrevet i kapittel 2. Funnene presenteres som konkrete utsagn og som grafisk fremstilling som inneholder element av kvantitet. Dette gjør studien til en semi-kvantitativ studie.

3.1.1 Hermeneutikk og førforståelse

En hermeneutiske tilnærmingen innebærer å prøve å oppdage og legge frem meningsperspektiver, ved å studere talen til den som snakker (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 163). En grunntanke i metoden er at vi alltid forstår noe på grunnlag av visse forutsetninger, det vil si at vi aldri møter verden forutsetningsløst. I denne oppgaven blir dette relevant når elevene møter bilder og tekst i lærebøkene med sine førforståelser, som påvirker hvordan de tolker og besvarer oppgavene. Hermeneutikken kommer også til syne på tre nivåer, først gjennom hvordan eleven tolker oppgaven, så hvordan jeg tolker elevens handlinger og svar, og igjen av leseren som tolker mine argumenter og tolkinger av elevene.

Da jeg hadde bestemt tema og problemstilling for forskningen min, hadde jeg allerede en antagelse av utfallet av studien. Dalland (2017, s. 58) påpeker at førforståelsen påvirker tolkningen av innhentet data. Jeg forventet at elevene skulle synes oppgavene var krevende og

gjøre en del feil. Denne forventningen kommer av teorien jeg innhentet meg før utføring av intervjuene, som presenteres i kapittel 2. Jeg tenkte elevene ville slite mest med å forstå grafene på nivå 2 og 3. Jeg tenkte at de kom til å svare nokså godt matematisk, men at når de skulle forklare det i naturfaglig kontekst ville det bli vanskeligere. Jeg har forsøkt å være bevisst på denne forforståelsen når jeg har tolket og diskutert dataene mine.

Antropologen Jean Lage anbefaler å bruke god tid til å studere litteratur før man begynner med feltarbeid, omtrent et halvt år, og tilsvarende tid etterpå til å analysere og tolke resultatene (Brinkmann & Tanggaard, 2022, s. 27). På grunn av masterens tidsbegrensning, dedikerte jeg de første fire månedene å studere relevant litteratur, og utforme spørsmål til intervjuet.

3.1.2 Oppgavebasert intervju

I kvalitativ forskning ønsker man å få mye informasjon på et område. Jeg ønsket å hente ut tanker elevene hadde i møte med grafer i naturfagsbøkene. Jeg valgte å gjennomføre et semistrukturert intervju fordi da kan man har planlagte spørsmål man ønsker å få informasjon ut ifra, i tillegg gir det rom for å utforske interessante utsagn elevene kommer med ved å stille oppfølgingsspørsmål (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 120). Oppfølgingsspørsmål brukes for å få mer detaljerte svar (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 121). Oppgavebasert intervju kan gi muligheten til å utforske elevenes fremgangsmåter og tanker dypere på grunn av dialogen som oppstår mellom intervjuer og intervjuobjekt, fremfor hvilke oppgaver elever fikk rett eller galt på (Goldin, 2000, s. 519). Å verbaliserer tankene sine underveis i løsningsprosesser har blitt et akseptert verktøy som brukes i undersøkelser og observasjoner av mentale prosesser (Ericsson, 2006, s. 237). Denne måten å arbeide på kaller Ericsson for *thinking-aloud-protocol*. Ved å sette ord på tanker man har i en løsningsprosess, gjør det mulig å tolke fremgangsmåter og kognitive strukturer til personen. Det er enkelte svakheter med å analysere intervjuer som bruker denne metoden. Det er en svært tidkrevende metode, fordi det ikke er en manual på hvordan det skal utføres og heller ikke hvordan denne type data skal tolkes (Cabello & O'Hara, 2002, s. 120).

3.2. Studiens materiale

3.2.1 Lærebokmateriale

Det ble gjort en gjennomgang av lærebøkene Naturfag 9 fra Cappelen Damm (Steineger & Wahl, 2020), Solaris 9 fra Aschehoug (Gergers et al., 2021) og Element 9 fra Gyldendal (Arntzen et al., 2021). Lærebokforlagene har skrevet bøkene etter 2020, og tatt utgangspunkt i LK20.

Gjennomgangen fokuserte på hvor mange grafer bøkene inneholdt og i hvilke temaer de ble presentert i. Opptelling av grafer og illustrasjoner ble gjort ut ifra illustrasjons-kildelisten i bøkene. For å sammenligne bøkens ulike kapitteinndelinger og antall sider, ble bøkene sammenlignet etter kjerneelementene i naturfag. Kapitlene ble kategorisert i de fem kjerneelementene (se vedlegg 5). Grafene og illustrasjonene som forekom i kapitlene ble systematisert i en tabell for å skape oversikt over hvor mange grafer som var i kjerneelementene, og hvor stor del grafene utgjorde av illustrasjonene (se tabell 1). De kapitlene som i større grad omhandlet *Energi og materie*, falt innenfor denne kategorien, mens tema som omhandlet i større grad *Jorda og livet på jorda* falt innen for den kategorien, og så videre.

3.2.2 Grafene som grunnlag til intervjuguide

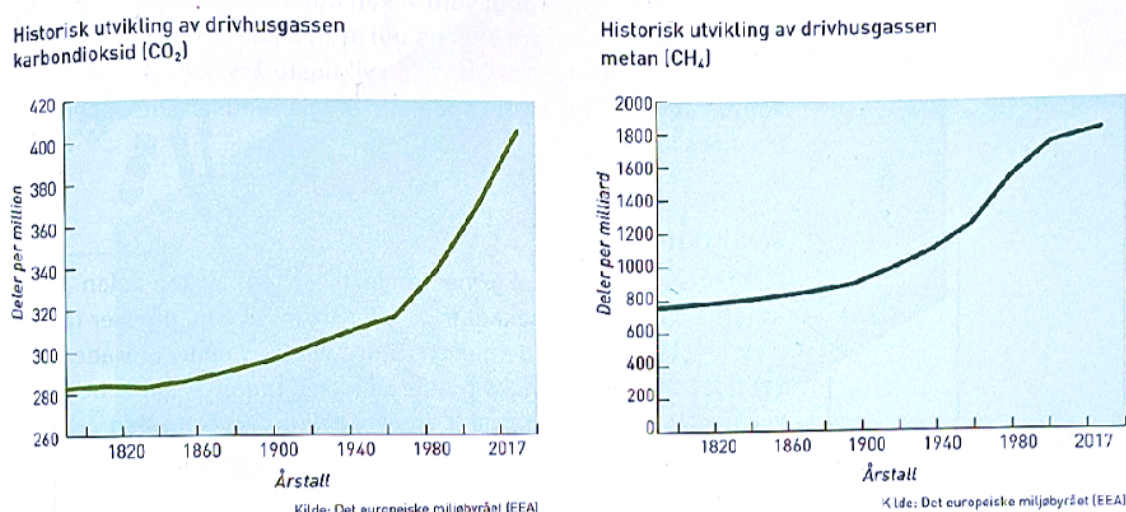
Etter å ha sett på grafene i bøkene, ble to grafer valgt. De ble grunnlaget for intervjuet. Linjediagrammer var eneste type graf som forekom i bøkene. Linjediagrammene inneholdt hovedsakelig virkelighetsdata, og var preget av ulik kompleksitet. Enkelte av grafene gikk over lengre perioder og viste trender med svingninger. Andre hadde kortere perioder og hadde variasjoner fra år til år. Noen linjediagrammer inneholdt flere kurver, andre bare én. Etter disse observasjonene ville jeg se på hvordan elevene leste grafer av begge typene.

Det var flere grafer som var like på tvers av bøkene. Naturfag 9 hadde en ganske lik temperaturendingsgraf som Element 9, hvor den viser flere kurvers relasjon til et referansepunkt i grafen. Element 9 oppga derimot kilden de hadde hentet grafene ifra. Solaris hadde også en del spennende grafer, men de var ofte presentert som en del av en oppgave i kapittelets slutt. De hadde ikke like mange forklaringer av grafene, og var ikke satt til å tydeliggjøre poeng i en tekst. Solaris 9 hadde blant annet en graf med to y-akser med som

hadde én tilhørende kurve for hver akse. Grafen var interessant, men denne typen forekommer sjeldent, og ble derfor ikke valgt for intervjuet.

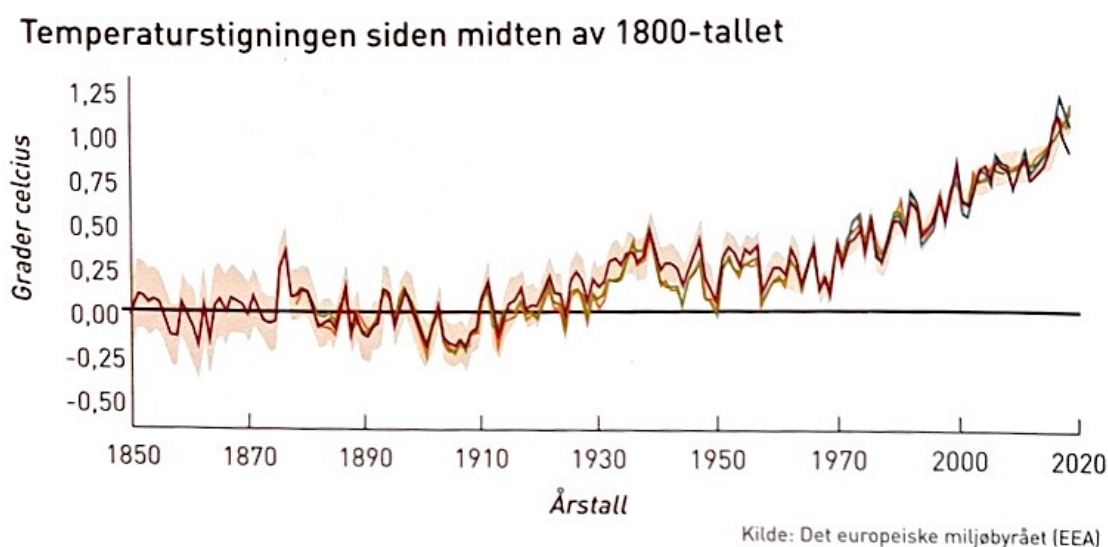
Jeg endte opp med grafene i figur 4 og 5 ifra Element 9. Figur 4 inneholder to separate grafer med lite svingninger. Den har også ulike benevninger og verdiskaleringer, noe som jeg opplever man møter i ulike setninger. Da disse grafene ble valgt, ble det naturlig å velge figur 5, som inneholdt flere svingninger og kurver. I tillegg valgte jeg denne temperaturgraf fra Element 9, og ikke fra Naturfag 9, fordi jeg ønsket å se på hvordan elevene møtte grafer i én lærebok. Grafoppgavene har jeg selv utformet etter Curcio/Shughnessy nivåinndeling av leseforståelse av grafer.

En av grafene som ble valgt, består av to linjediagrammer som står ved siden av hverandre. Linjediagrammene viser historisk utvikling av drivhusgassene; karbondioksid og metan. De deler felles tidsakse som starter før 1800-tallet, men første markeringen på x-aksen er på 1820. De har ulike skalering og benevning langs y-aksen, hvor den ene er målt i deler per million (ppm) og den andre i deler per milliard (ppb). Karbondioksidgrafen har trunkert y-akse og starter på 260 ppm, og øker med 20 ppm per merke. Metangrafen derimot starter y-aksen på 0 og øker med 200 ppb. European Environment Agency (EEA, 2019), som er kilden boka har hentet grafene fra, bruker ikke ulike farger på kurvene i linjediagrammene, og er heller ikke plassert ved siden av hverandre slik som i læreboken. EEA (2019) bruker derimot samme benevning og verdiskaleringer på y-aksene. Linjediagrammene vil videre omtales som Graf 1.



Figur 4. Graf 1 brukt i intervju fra «Element 9» (Arntzen et al., 2021, s. 143).

Teksten i læreboken forklarer grafene slik: «Grafene over viser at mengden karbondioksid og metan i atmosfæren har økt mye de siste to hundre årene. Legg merke til at konsentrasjonen av karbondioksid måles i deler per million, som i denne sammenheng betyr antall molekyler per million, mens metan måles i deler per milliard. Så selv om det har blitt mer av begge stoffene, er det fortsatt mye mer karbondioksid enn metan i atmosfæren» (Arntzen et al., 2021, s. 143). Tilhørende tekst er noe av det som er tatt utgangspunkt i når spørsmål ble laget. Måten boken beskriver grafene, får man ett inntrykk av at karbondioksid har økt mest, og at det er mest av karbondioksid.



Figur 5. Linjediagram brukt i intervjuet fra Element 9 (Artzen et al., 2021, s. 142).

Figur 5, viser grafen som inneholder flere kurver, som viser temperaturstigningen fra 1850 til 2020. Læreboken har gitt grafen en tilhørende bildetekst: «Gjennomsnittstemperaturen på jorda har steget over én grad celsius siden slutten av 1800-tallet. Grafen har flere linjer i seg fordi den viser beregninger fra flere ulike forskere.» (Artzen et al., 2021, s. 142). Det blir ikke forklart mer om hvilke forskere, og heller ikke forklart hva skyggen eller den horisontale linjen representerer. Metodikken bak grafen forklares hos kilden læreboken har hentet grafen fra. EEA (2020) forklarer at den lyse skyggen er et konfidensintervall som gir 95% sikkerhet for at temperaturen har vært innenfor dette området og den røde kurven er et gjennomsnitt av verdiene målt de gjeldende årene. Grafens gjennomsnittstemperatur, den horisontale linjen, ble estimert ut ifra tidsperioden 1850 til 1899, som en tilnærming for det førindustrielle temperaturnivået (EEA, 2020). Det er også verdt å merke seg at inkrementet langs x-aksen ikke er konstant i denne grafen, noe som i beste fall er en tilforlatelig feil, og i verste fall villedende. Hos EEA er x-aksen derimot konstant. Linjediagrammet i figur 5 vil videre omtales som Graf 2.

3.2.3 Utforming av intervjuguide

Intervjuguiden inneholder selvutformede spørsmål etter Curcios/Shughnessys nivåinndeling for å teste leseforståelse av Graf 1 og 2 (se figur 6 for utdrag fra intervjuguide, og vedlegg 3 for intervjuguiden i sin helhet). Elevene fikk også spørsmål om hvordan de forsto grafene etter å ha lest utdrag av teksten som grafen hadde sin kontekst i. Dette var for å se om elevene selv forsto grafen på samme måte som boken beskrev grafene, og om grafene ga støttende informasjon til teksten. Intervjuguiden avslutter med å spørre etter hvordan elevene opplevde intervjuet og oppgavene, og hvordan de har arbeidet med tematikken i naturfag og matematikk på skolen.

Spørsmål for å teste nivå 1: Lese data

- Hva er det x-aksen forteller oss? Hva forteller y-aksen?
- Hva lå innholdet av karbondioksid i atmosfæren på i 1820?
- Hva lå innholdet av karbondioksid i atmosfæren på i 1920?
- Når var innholdet av karbondioksid i atmosfæren 320 deler per million?
- Når var innholdet av metan i atmosfæren 1200 deler per milliard?
- Hva lå innholdet av metanen i atmosfæren på i 1920?

Spørsmål for å teste nivå 2: Lese mellom data

- Hva skjer mellom 1840 og 1940, sammenlignet med 1800 og 1840?
- Hvilken graf viser størst økning av drivhusgassen?
- Når er det kraftigst økning av drivhusgasser i atmosfæren?
- Er det en sammenheng mellom økningen av drivhusgassene?
- Hva er det grafene viser generelt sett?

Spørsmål for å teste nivå 3: Lese utenfor dataene

- Hvordan vil grafene se ut i dag i 2023, og i 2050? Tegn opp og forklar hvorfor

Spørsmål for å teste nivå 4: Lese bakenfor dataene.

- Hvor kan målingen komme fra, hvordan har de målt innholdet i atmosfæren på 1800-tallet? Hvor sikre kan disse målingen være?
- Kurven i grafene er fargelagt i ulike farger. Hva synes du om fargevalget? Ville du brukt samme farger?
- Hva tenker du om valg av samme x-akse og ulik y-akse? Hva gjør dette med hvordan du ser forstår grafene?
- Kunne grafene vært satt inn i samme koordinatsystem? Hvorfor eller hvorfor ikke?
- Kan du beskrive hvordan de ville sett ut?
- Hva betyr at drivhusgasser er i «deler per million» og «deler per milliard»?

Figur 6. Spørsmål i intervjuguide etter nivåinndelingen til Curcio/Shughnessy (2001/2007).

3.3. Datasamlingsprosessen

3.3.1 Revidering som følge av pilotering

En pilotstudie ble gjennomført før datainnsamlingen. Deltageren i pilotstudien var en slektning i den aktuelle aldersgruppen 15-16 år. Det ble brukt omtrent 15 minutter på hver graf i intervjuet. Testpersonen ble intervjuet rundt fire grafer. Som følge av pilotundersøkelsen ble to av grafene valgt bort for at elevene skulle få bedre tid i møte med grafene. I tillegg ble noen spørsmål spisset i ordlyden, og etter diskusjon med veiledere ble det lagt til et par ekstra spørsmål.

3.3.2 Utvalg av informanter

Det var viktig for studien at elevene hadde fått den undervisningen de skulle ha fått i grafer og statistikk i ungdomsskolen, slik at det ikke skulle stå på manglende matematiske forkunnskaper når de møtte grafene i naturfaglig kontekst. Jeg så på det som hensiktsmessig å gjennomføre studien på 10. trinn siden elevene har hatt undervisning om statistikk jf. kompetansemål etter 9. trinn. 10. trinns-elever skal derfor ha kunnskaper og kompetanser i matematikk for å lese, forstå og bruke grafer som blir presentert for dem.

Jeg kontaktet en kontaktlærer for en 10. klasse på en skole øst i Oslo. Jeg informerte kontaktlæreren om at valget av elevene ikke skulle baseres på faglig nivå verken i matematikk eller naturfag. Jeg fikk levere ut informasjonsskriv og samtykkeskjema i klassen og fortelle om prosjektet. Antall samtykkeerklæringer som kom tilbake fra klassen, var fem. De fem ble utvalget av informanter til studien, og det er ikke utenkelig at elevene kan ha hatt interesse i ett av fagområdene. Det er normalt at masterstudenter har mellom tre til fem informanter i intervjustudier (Brinkmann & Tanggaard, 2022, s. 20), mens andre forskningsprosjekter gjerne bruker mellom ti og tjue. I kvalitative studier er det vanlig å ha relativt få intervju slik at de kan gjennom-analyses. Med mange informanter kan man risikere å drukne i mengden data og ikke klare å lage sammenhenger og nyskapende analyser (Brinkmann & Tanggaard, 2022, s. 21). Fem elever i er ikke representativ for en større gruppe. I kvalitativ studier er det heller ikke formålet å generalisere funn for større grupper, men i dette tilfellet er formålet å gå i dybden på hvordan de enkelte elevene møter grafene (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 240).

3.3.3 Videoopptak

Opptak av intervjuene ble gjort med video. Før video tar i bruk, må man vurdere om det er helt nødvendig, og om man kan hente samme informasjon på en annen måte. Et videoopptak kan være mer forstyrrende og utfordrende for deltakeren enn en lydopptaker. Kameraene kan fange opp det nonverbale uttrykk og handlinger. I denne studien ble kameraet plassert slik at grafene og elevenes hender var i fokus. Dette ble også spesifisert i informasjonsskrivet (se vedlegg 2). Elevenes håndbevegelser er nyttige for å forstå løsningsprosessen, og jeg ble takknemlig for at videoopptak ble innvilget. Med kun lydopptaker, ville det være ekstra viktig å stille oppklaringsspørsmål, slik at man ikke var i tvil om hva elevene mente med “den der”, “den er større” og så videre. I følge Goldin (2000, s. 523) kan mange oppklaringsspørsmål svekke forskningen, siden unødvendige spørsmål kan få elevene til å miste troen på egen kompetanse og dermed endre forklaringer, fordi eleven tror at forskeren er ute etter andre svar enn de eleven gir. Med videoopptak slipper man å be eleven forklare hvor han pekte, fordi man har mulighet til å se over situasjoner flere ganger og evaluere elevens forståelse enda grundigere (Goldin, 2000, s. 543).

3.3.4 Gjennomføring av intervjuet

Intervjuene varte mellom 30 og 50 minutter. Jeg reinformerte elevene om hva intervjuet handlet om og hvordan anonymiteten skulle ivaretas i tråd med NESH (2021, s. 18). Intervjuguiden ble fulgt ganske slavisk. Dette gjordes for å sikre at elevene skulle bli testet likt, for å lettere kunne sammenligne dem. Noen oppfølgingsspørsmål forekom. Elevene hadde tilgang på linjal, ruteark, kalkulator og penn under hele intervjuet.

3.4 Behandling og analyse av datamateriale

Videodataene ble transkribert før de ble analysert og kodet. Kvaliteten på svarene ble kodet etter rammeverket til Guthrie et al. (1993). Datamaterialet ble også analysert og kodet etter Niss og Jensens rammeverk (2002) for å notere hvilke kompetanser elevene uttrykte innenfor de ulike nivåene til Curcio/Shughnessy (2001/2007).

3.4.1 Transkripsjon

Etter gjennomføringen av intervjuene, satte jeg meg ned å transkriberte først lyden av videoen så fort jeg kunne. Da var intervjuet enda friskt i minnet og transkriberingen gikk raskt ettersom jeg huske noe lunde hva elevene hadde sagt. Jeg brukte transkriberingsnøkler som

«@» for latter, «(...)» for pauser på 3 sekunder, «(...,5,6)» for pauser på 5 eller 6 sekunder, «=» for forlengelse av lyd, «?» for spørrende og stigende intonasjon, «-» for ufullførte ord og setninger, og «x» for det som var uhørbart. Etter å ha transkribert lyd fra videoopptaket, noterte jeg i transkriptet de non-verbale handlingene og skrev dem i parenteser. Det er mye å transkribere i videoopptak og man må velge ut hva som man skal fokusere på når det skal transkriberes (Tjora, 2013, s. 79) Det ble derfor ikke transkribert hvor eleven la fra seg penn og linjal etter bruk, fordi jeg ikke anser dette som viktig informasjon for løsningsprosessen. Samtidig når jeg skulle transkribere inn non-verbale handlingene eleven utførte, i den transkriberte teksten, fikk jeg automatisk en ny gjennomgang av transkriptet og rettet på transkriberingsfeil. Elevgruppen besto av fire gutter og én jente. At den ene eleven er en jente mener jeg ikke har betydning for hvordan eleven besvarer og vurderes. For å opprettholde anonymitet, både for jenta og guttene, har elevene fått fiktive navn, alle guttenavn i alfabetisk rekkefølge. Elevene ble gitt navnene; Arild, Birger, Carl, Daniel og Even. Navnene skal gjøre det enklere for leseren å merke seg hvordan de ulike elevene tilnærmer seg grafene på, og lettere skiller elevene fra hverandre.

3.4.2 Analyse og koding av kompetansebruk og svarkvalitet i elevbesvarelsene

Jeg tok for meg et og et transkript, og et og et spørsmål, som jeg vurderte elevens bruk av kommunikasjons-, resonnerings-, hjelpemiddel-, modellerings- og representasjonskompetanse. Niss og Jensen (2002) sier at kompetanse ikke kan skilles tydelig fra hverandre, likevel vil jeg sette disse fem kompetansene i hovedfokus i diskusjon og andre kompetanser vil kommenteres i analysen av enkelte besvarelser. Etter analyse og koding etter Niss og Jensens (2002) rammeverk, ble kodene samlet opp og systematisert i regneark etter hvert nivå av Curcio/Shughnessy (2001/2007). Ved å systematisere det på en slik måte, ble det mulig å se fordelingen av kompetansebruken innenfor hvert av nivåene.

En veiledning over hvilke svar som bar hvilken kvalitet og hva som var riktige besvarelse på spørsmålene i intervjuguiden ble laget i forkant av undersøkelsen. I likhet med Guthrie et al. (1993) sin veiledning, viser veiledningen i denne studien hvilket innhold som forventes i høyere og lavere kvalitetssvar for hvert spørsmålene som ble stilt (se figur 7 og vedlegg 4). Enkelte spørsmål var det ikke forventet at elevene skulle komme med eksakte verdier, og veiledningens «fasit» gir rom for slingring i besvarelsene. Besvarelser som faller mellom *lavere* og *høyere kvalitet* blir kategorisert som *moderat kvalitetssvar*, mens feilaktige eller

dårlig formulerte svar blir kategorisert som *ingen kvalitetssvar*. Figur 7 viser eksempler på hva som regnes som høyere og lavere svarkvalitet.

- 1 H) De forteller hvilke år målingene er gjort, og hvor mange deler per million og per milliard det er av CO₂ og metan i atmosfæren de ulike årene.
L) De foreller årstall og deler per million, deler per milliard.
- 2 H) I 1820 var det rundt 285 deler per million av karbondioksid. (+5)
L) Rundt 285 (+5)
- 3 H) I 1920, var innholdet av karbondioksid på rundt 305 deler per million
L) 305.
- 4 H) Innholdet av karbondioksid var 320 deler per million ble målt rundt 1965. (+5 år)
L) 1965. (+5 år)
- 5 H) Når innholdet av metan var på 1200 deler per million var rundt år 1955 (+5)
L) 1955 (+5)
- 6 H) I 1920 var metanens innhold på rundt 1000 deler per milliard.
L) rundt 1000
- 7 H) CO₂ sin utvikling de første 40 årene har vært relativt stabilt. Men i perioden 1840 til 1940 som er en lengre periode har den økt med 30 deler per million som er kraftigere enn den første perioden. Metanutviklingen har også økt noe men er ganske flat og stabil i fra 1800 til 1840. Fra 1840 til 1940 ser vi at den har økt med 300 deler per milliard og har hatt en kraftig økning i forhold til den forrige perioden. Begge grafene er ganske stabile de 1800 til 1840 og øker kraftig i 1840 til 1940.
L) Ifra 1800 til 1840 skjer det ikke så mye endring, og i 1840 til 1940 stiger de.
- 8 H) Grafen om karbondioksid viser størst økning. Den har 380 deler per million, og startet på 280 deler per million. Grafen er hundre deler per million som er større enn hundre deler av en milliard.
L) Karbondioksid.

Figur 7. Veiledning for hva et høyere og lavere kvalitetssvar inneholder.

I situasjoner hvor elevene ville ha svart riktig om det ikke hadde vært for tolkningsfeil på tidligere stadier i intervjuet, ble svarene vurdert som riktige. Dette er vurderingstradisjon i matematikk, hvor følgefeil ikke skal påvirke svarene i neste rekke slik at man får feil i de etterkommende oppgavene.

Hver elevbesvarelse fikk tildelt en av kodene: L for lavere kvalitet, M for moderat kvalitet, H for høyere kvalitet og N for ingen kvalitet. Etter analyse og koding var gjennomført, ble kodene samlet opp og systematisert i regneark etter antall *høyere*, *moderate*, *lavere* og *ingen*

kvalitet innenfor hvert av nivåene til Curcio/Shughnessy. Denne systematiseringen ga mulighet for å se fordelingen av kvalitetssvar gjennom nivåene.

Kombinasjonen av å kode kvalitetssvar og kompetansebruk etter nivåinndelingen, gir muligheter for å identifisere når elever bruker hvilke kompetanser, i tillegg til hvilke type grafer, nivåer og spørsmål elevene ser ut til å møte bedre enn andre. Kodene ble samlet i regneark for å enklere analysere resultatene.

3.5 Prosjektets kvalitet

3.5.1 Validitet

Jeg har brukt kjente metoder og teori på de aktuelle områdene for å underbygge validitet. Validitet i kvalitative studier dreier seg om å hele tiden stille spørsmål ved valg som gjøres (Brinkmann & Kvale, 2015 s. 287). I planlegging har jeg gjentatte ganger stilt spørsmål om studien min måler det den er tenkt å måle, og hvordan intervjuet best kan måle det.

Underveis i datainnsamlingen med oppgavebasert intervju prøvde jeg å ikke stille ledende spørsmål. Jeg merker likevel at selv om jeg ikke stilte ledende spørsmål, var det enkelte av intervjuene så var innholdsmessig fattigere. I etterkant ser jeg at jeg burde stilt flere oppfølgingsspørsmål for å innhente mer informasjon hos enkelte elever. I analyse og drøfting har jeg brukt direkte sitater fra intervjuer, fremfor å komme med subjektive gjenfortellinger, etter anbefaling fra Cohen et al. (2007, s. 488).

I kvalitative studier kan det være vanskelig å sikre validitet. Forskere har holdninger, meninger og forventninger til informanten. Forskeren kan speile forventningene i informantens svar som gjør at forskeren vil lete etter ønskede svar, eller misforståtte svar og spørsmål (Cohen et al., 2007, s. 138). Jeg informerte i 3.1.1 om mine fordommer før undersøkelsene som jeg tar med i diskusjon av troverdigheten av resultatene av forskningen.

3.5.2 Reliabilitet

Hvorvidt masteroppgaven er reliabel, kan være problematisk å argumentere for. Reliabilitet relateres til muligheten for å få tilsvarende resultater ved å gjennomføre studien en gang til. I kvalitative studier av mennesker er dette en utfordring ettersom individene har ulike oppfatninger og kunnskaper som er stadig i endring (Tjora, 2013, s. 206). Ved studiens

kvalitative prioritet blir mine tolkninger av elevutsagn av økt betydning. Mine tolkninger av elevutsagn blir farget av mine oppfatninger og fordommer. Reliabilitet er en viktig faktor innenfor kvantitative studier, men det er tilnærmet umulig å få til dette ved kvalitative studier, da ingen forskere er nøytrale og objektive gjennom hele prosessen, og en vil analysere ulikt (Tjora, 2013, s. 206). I kapittel 5 sammenligner jeg mine funn med funn fra andre studier i for å se om de har samme funn og konklusjoner som meg. Dette kan være med å underbygge studiens reliabilitet (Tjora, 2013, s. 206).

Reliabilitet vurderes også etter av graden av gjennomsiktighet. Gjennomsiktigheten skal gjøre det mulig for andre forskere å følge premissene og vurdere om konklusjoner er gyldige (Tjora, 2013, s. 205). Jeg har etterstrebet høy gjennomsiktighet ved å tydeliggjøre forskningsdesign, datainnsamling, tolkning av data, hvilke valg som er tatt, hvor teori og sitater er tatt fra og egen forskerrolle.

3.5.3 Etske betraktninger

Slik som alle andre forskningsprosjekt, meldte jeg inn prosjektet til SIKT for godkjenning for å gjennomføre prosjektet. Søknaden min ble vurdert godkjent av SIKT, så lenge jeg innhentet og håndterte datamaterialet etter deres kriterier (se vedlegg 1). Forskningsprosjekt skal være bygget på frivillig samtykke og basert på god informasjon til deltakerne (NESH, 2021, s. 18). Informasjonsskriv og samtykkeskjema ble delt ut, samtidig som jeg fortalte muntlig for klassen hva forskningsstudien gikk ut på, og hva det ville innebære å delta i min studie. I informasjonsskrivet stod det eksplisitt at det ikke ville få noen konsekvenser for elevene underveis eller etter undersøkelsen trakk seg fra studien, eller for dem som valgte å ikke delta (se vedlegg 2). Det ble også gjort klart for elevene, både muntlig og i informasjonsskrivet, at det ble tatt opp video av intervjuene med fokusområdet på hender og grafene, og at alt ville bli anonymisert og behandlet konfidensielt. Deltakerne var under 15 år, og måtte også ha samtykke av en foresatt for å delta (NESH, 2021, s. 20).

4. Funn

I dette kapittelet ønsker jeg å presentere funn på fra undersøkelsen, om hvordan elevene uttrykte sin matematiske kompetanse i møte med grafene i naturfagligkontekst, på en systematisk og oversiktlig måte. Jeg presenterer først funn fra undersøkelsen av grafer i lærebøkene, og deretter resultater fra analysen av intervjuene. Ettersom datamaterialet er komplekst, benytter jeg meg også av tabeller og grafiske fremstillinger for å gjøre det lettere å tolke resultatene. Ut ifra disse fremhever jeg hovedfunn og poengterer viktige aspekter ved materialet.

4.1 Lærebokmateriale

Tabell 1 fremstiller resultatene fra undersøkelsen av lærebøkene. Hvert kapittel i bøkene faller hovedsakelig inn under ett av kjerneelementene i læreplanen for naturfag (se vedlegg 5). Hver enkel graf og illustrasjon ble ikke vurdert opp mot kjerneelementene, men hele kapitler.

Kapitlene som inneholdt grafer omhandler elementene; *Energi og materie*, *Kropp og helse*, *Jorda og livet på jorda* og *Naturvitenskaplige praksiser og tenkemåter* og er presentert i tabell 1.

Tabell 1. Forekomst av illustrasjoner og grafer innenfor fire naturfaglige kjerneelementer etter LK20

Gjennomsnittlig antall grafer (illustrasjoner) per sider* i naturfagslærebøker

Lærebøker	Totalt antall sider	Totalt antall grafer og (illustrasjoner)	Naturvitenskapelige praksiser og tenkemåter	Energi og materie	Jorda og livet på jorda	Kropp og helse
Naturfag 9 Cappelen Damm	176	2 (122)	-	0 (0,55)	0,05 (0,70)	0 (0,94)
Solaris 9 Aschehoug	255	3 (127)	-	0 (0, 68)	0,05 (0,83)	0 (0, 68)
Element 9 Gyldendal	256	7 (283)	0,1 (1,13)	0,01 (1,36)	0,08 (1,7)	0 (1,1)

Note. *Antall illustrasjoner (grafer) innenfor kapitlene som faller inn under ulike kjerneelementer av læreplanen, dividert på antall sider i disse kapitlene.

Det er spesielt i kapitler som faller inn under kjerneelementet *Jorda og livet på jorda* at grafer forekommer hyppigst. Element 9 inneholder et innledende kapittel om naturvitenskap, som omhandler hvordan lage og tolke blant annet grafer. Lærebøkene har ulik hyppighet av illustrasjoner, hvor Element 9 har flere illustrasjoner per side enn de andre. Denne boken har også flere tilfeller av grafer. Alle bøkene har grafer, men andelen er liten. På det minste

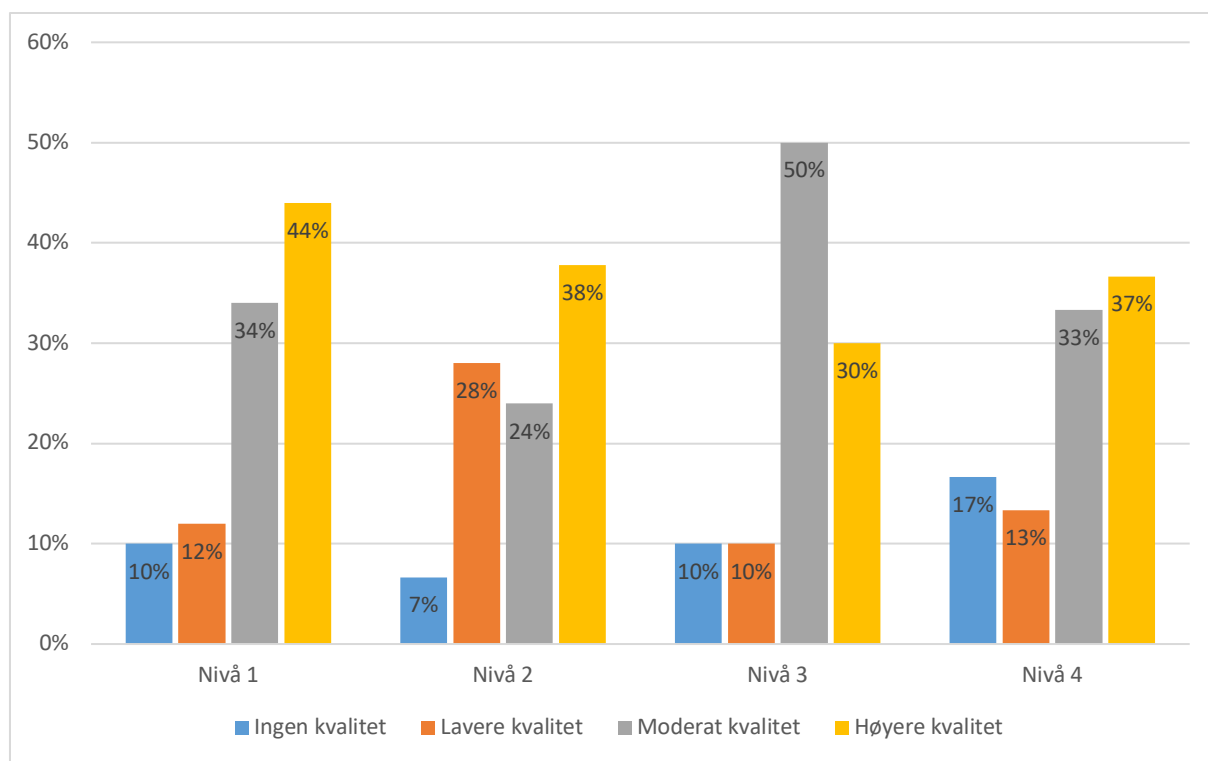
forekommer det to grafer, og på det meste syv. Lærebøkene, Naturfag 9 og Solaris 9, har grafer kun i kapitlene som omhandler kjerneelementet *Jorda og livet på jorda*. Element 9 presenterer grafer i innenfor andre kjerneelementer, men forekomsten av grafer er også størst i *Jorda og livet på jorda*. Generelt er det få grafer i naturfagslærebøkene for 9. trinn.

4.2 Funn fra intervju

Funnene fra intervjuene vil ikke presenteres i samme rekkefølge som intervjuene ble utført, men vil følge nivåinndeling til Curcio/Shughnessy (2001/2007). Dette betyr at jeg først analyserer svar på spørsmål på nivå 1 av Graf 1 og 2 etter hverandre, etterfulgt av svar på spørsmål på nivå 2 og så videre. Se intervjuguiden i sin helhet i vedlegg 3, og veiledende vurdering av elevsvar i vedlegg 4.

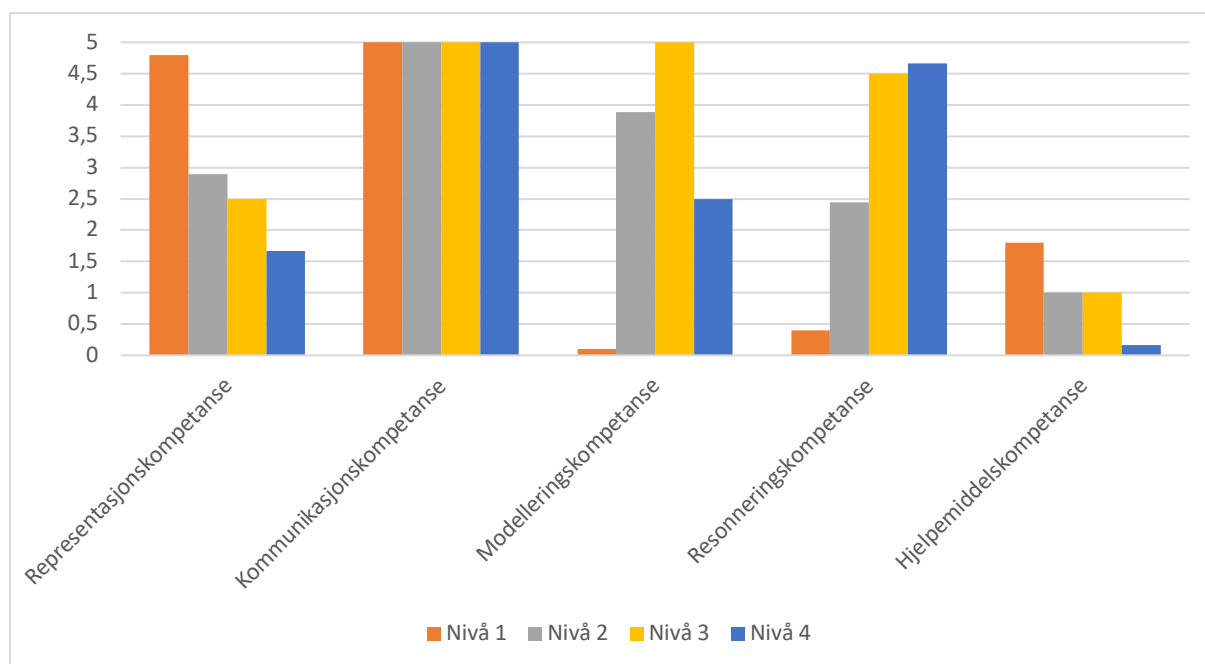
Grunnet antall oppgaver og informanter, har jeg valgt å fokusere på enkelte spørsmål innenfor nivåene. Gjennom å presentere færre spørsmål, tydeliggjøres ulikheter i elevenes anvendelse av matematiske kompetanse og tilnærming til grafene i analysen. Etter utdrag av transkript er presentert, kommenteres hvilke kompetanser elevene uttrykte og hvilken kvalitet besvarelsen ble vurdert til.

Figur 8 viser et stolpediagram med fordeling av svarkvalitet de fem eleven har gitt innenfor hvert nivå av grafene. Innenfor nivå 1 ble elevene testet i ti spørsmål, og nivå 2 i ni spørsmål. Innenfor nivå 3 derimot ble de testet i to spørsmål, fordi det er begrenset hvor mange ulike spørsmål som kan stilles som får elevene til å lese grafene på nye måter. I nivå 4 ble elevene testet i ti spørsmål, men ikke alle kunne vurderes ettersom de ikke hadde en «fasit» som var å finne i læreboken eller originalkilden. Dermed ble kun fire av spørsmålene vurdert i kvalitetsvurderingen. Underveis i intervjuet ble noen av spørsmålene i nivå 2 aktivt utelatt. Dette for å utdype andre forhold, derfor vil ikke resultatene i nivå 2 utgjøre 100%.



Figur 8. Prosentfordeling av svarkvalitet innenfor Curcios/Shughnessys nivåinndeling av leseforståelse.

Ifra nivå 1 til 3, synker andelen svar av høyere kvalitet, mens antall moderate svar tar seg opp på nivå 3. Det forekommer langt flere lavere kvalitetssvar på nivå 2 enn i nivå 1. Jeg tolker dette som at globale undersøkelser som gjøres i nivå 2 og 3 er mer utfordrende enn lokale undersøkelser, eller at tolkninger gjort i andre nivåer kan påvirker hvordan de tolker på høyere nivå. I det tillagte nivået av Shughnessy, nivå 4, tar høyere kvalitetssvar seg opp. Forekomsten av svar av lavere kvalitet og ingen kvalitet er lave på nesten alle nivåer. Lavere kvalitetssvar inneholder, som nevnt tidligere, riktige besvarelser men ofte korte eller dårlig formulert. Ut ifra dette tyder figur 8 på at eleven klarer for det meste å svare riktig på oppgaver i møte med grafer på alle nivåer, og i tillegg komme med gode forklaringer.



Figur 9. Elevers bruk av matematiske kompetanser innenfor Curcios/Shughnessys nivåinndeling av leseforståelse.

Figur 9 viser hvor mange av de fem elevene som brukte de aktuelle kompetansene i møte med grafene for hvert nivå. Fordelingen ble beregnet ved å telle opp hvilke kompetanser som ble brukt innenfor hvert nivå, og delt på antall oppgaver som forekom i nivået. Derfor forekommer det verdier som ikke er heltall. Maksimalverdi for bruk av én kompetanse er 5 i denne figuren. Elevene brukte kommunikasjonskompetanse i møte med alle oppgavene innenfor de forskjellige nivåene av leseforståelse av grafene (se figur 9), da de både tolker andres matematikkholdige visuelle og muntlige utsagn, og uttrykker matematikk muntlig overfor andre (Niss & Jensen, 2002, s. 60). Kompetansen blir nevnt bare enkelte ganger i analysen av elevbesvarelsene når det er spesielt relevant, for eksempel når elevene har vanskeligheter med å uttrykke seg på en forståelig måte og argumentere for sine løsninger.

Representasjonskompetansen har hyppigst forekomst i nivå 1. Elevene brukte kompetansen i nesten alle oppgavene. Når det kommer til hjelpemiddelkompetanse, er det den kompetanse som blir minst brukt i intervjuet. Forekomsten av hjelpemiddelkompetanse er mest brukt i nivå 1, og faller utover nivåene. Bruken av representasjonskompetanse minskes også utover nivåene. Bruken av resonneringskompetanse øker gradvis derimot utover nivåene. På nivå 2 økes bruk av modelleringskompetanse kraftig fra nivå 1, og fortsetter å øke i nivå 3. Alle elevene bruker modelleringskompetanse på alle oppgavene innenfor nivå 3 i tillegg til

resonneringskompetanse. På nivå 4 er resonneringskompetansen den mest brukte kompetansen.

4.2.1 Funn på nivå 1

Nivå 1 skal ha lav kognitiv utfordring, som å gjøre konkrete avlesninger av grafen, og ikke kreve former for fortolking, som å generalisere informasjon i grafen. Resultatene fra intervjuet viser at elevene skårer relativt høyt på dette nivået, med 44% høyere kvalitetssvar og 34% moderate (se figur 8). Jeg ser en tydelig sammenheng mellom rammeverkene til Curcio/Shughnessy (2001/2007) og Niss og Jensen (2002), da elevene bruker mest representasjons- og hjelpemiddelkompetanse i nivå 1 (se figur 9), da nivået kun omhandler å lese nøyaktig av aksene, aksetitler, graf-tittel og punkter i grafen.

Et av spørsmålene elevene besvarte feil på dette nivået var: «Når var innholdet av karbondioksid 320 deler per million?». Veiledningen for vurdering av svarenes kvalitet må svar inneholde 1965 (+/- 5 år) for å regnes som riktig. Inneholder det ikke dette, blir svarene vurdert til «ingen kvalitet». I de neste avsnittene gir jeg eksempler på elevsvar på dette spørsmålet. Svarene nedenfor er av ulik svarkvalitet.

Arild, Birger og Carl besvarte oppgaven feil og løste den med lignende fremgangsmåter. De brukte linjal som et hjelpemiddel i bare deler av løsningen av oppgaven, eller ikke i det hele tatt. Jeg velger å vise hvordan Birger løste oppgaven.

Birger: 320.
(Eleven snur på arket, og markerer med pennen på y-aksen på 320).
Du sa fortsatt CO₂ sant?
(Trekker flere små linjer på frihånd fra 320 til den treffer grafen).
Forsker: Ja
Birger: 320 deler per million. Da vil jeg gå bort sånn.
(Eleven stopper å tegne, peker med pennen på x-aksen).
Her, så omtrent i litt før 1980, 1975, ish, vil jeg tenke da.

Måten Birger tegnet opp på frihånd for å finne svaret, tyder på at han kjente til fremgangsmåter for å finne svaret på spørsmålet. Han visste hvordan han kunne finne ut hva og hvordan grafen representerer dataene. Han brukte derfor representasjonskompetanse.

Årsaken til at Birger kom frem til feil svar, kan ligge i unøyaktig måling eller avlesning. Hadde eleven brukt hjelpemidler kan det hende eleven hadde svart riktig. Som nevnt i kapittel 2.4 kan det være vanskelig å lese av nøyaktige verdier på y -aksen når det ikke står tall på hvert merke. Her mener jeg at vi kan se det samme tilfellet for x -aksen. Punktverdiene Birger lesser mellom er 1940 og 1980, som rommer mange verdier mellom punktverdiene. Jeg tolket det som at eleven gjorde unøyaktig avlesning av målingen. Besvarelsen ble vurdert til «ingen kvalitet»; selv om eleven viste at han hadde forståelse for hvordan løse problemet, inneholder ikke besvarelsen «ønsket» innhold etter veiledningen (se figur 7). Det at Birger svarte feil kan også ha med at grafens kurve «knekker» rett rundt dette tidspunktet. Han kan ha lest av hvordan den knekker fremfor hvor den er 320, fordi de ligger nærme hverandre, og at Birger kan tenke seg at det er denne «knekken» forskeren var ute etter. I tillegg kan skanningen av bildet i boken være noe forvrengt som gjør at det er vanskelig å gjøre nøyaktige avlesninger.

Even: Ja...

(Setter fingeren på 320 på y -aksen på karbondioksidgrafen og trekker den mot grafen)

19, hva blir det da? Vi kan bruke linjalen da.

Forsker: Ja, det er lov.

Even: (Legger linjalen horisontalt i punktet 320 på y -aksen)

1960 kanskje. 70.

Even brukte linjal for å løse problemet. Han svarte riktig, men svaret er også upresist, med et tidsspenn på 10 år. Måten Even la linjalen på grafen, indikerer på at han visste hvordan han skulle lese grafen for å hente ut ønsket informasjon. I løsningen av problemet brukte Even representasjonskompetanse og hjelpemiddelkompetanse. Evens besvarelse ble vurdert som moderat kvalitetssvar på grunn av besvarelsens kortfattethet.

*Daniel: 320 deler per million, det var den på ... det er mye enklere å svare på
(Setter linjalen horisontalt i punktet 320 på y -aksen og trekker strek til den treffer grafen, vender på linjalen slik at den står vertikalt i punktet 320 traff grafen, trekker streken langs linjalen fra x -aksen til grafen)
 $M=...(7)$ Må vel bli sånn 19..60 rundt der. 1961, 1962.*

Daniel svarte innenfor riktig årsperiode og brukte linjal for å løse oppgaven. Daniel visste hvordan han skulle lese av grafen. Han brukte representasjonskompetanse for å finne svaret, med hjelpemiddelkompetanse til støtte i løsningen da han benyttet seg av linjal. Besvarelsen er av høyere kvalitet, siden han satte riktig svar tilbake i konteksten av spørsmålet.

Flere elever kom med feil svar, men på lignende oppgaver svarte elevene riktig. Det kan være flere årsaker som forårsaket problemer i lese-oppgaget. For det første var årstallet å finne mellom to markerte årstall på x -aksen. Det kan også være på grunn av elevenes unøyaktig bruk av hjelpemidler, eller kun bruk av hjelpemidler i deler av besvarelsen. I tillegg var skanningen av bildet fra boken noe vridd, og grafen inneholder ikke vertikale hjelpelinjer.

I møte med graf 2 fikk elevene spørsmål om hva den horisontale linjen skulle forestille. Linjen skulle forestille en gjennomsnittlig normaltemperatur fra 1850-1899, og er satt som null grader, for å vise hvordan temperaturen har steget og sunket i forhold til normaltemperaturen. Dette var ikke forklart i boken, og måtte bare antas ut ifra grafens tittel; «Temperaturstigningen siden midten av 1800-tallet».

Flere elever bet seg merke i at den horisontale linjen lå på null grader, men reflekterte ikke mer rundt det. Dette gjelder Carl, David og Arild.

Carl: Den skal forestille null. Så når grafen er under og når grafen er over null, fordi det er sikkert viktig.

Carl observerte at linjen lå på y -aksens null, men kom ikke med refleksjoner rundt den. Carl så ikke ut til å forstå hensikten med linjen eller hva den representerer. Carl brukte representasjonskompetanse da han identifiserte akse-verdiene og forklarte hvor linjen lå. Carl brukte modelleringskompetanse da han forklarte at linjen tydeliggjorde om kurvene var på positiv eller negativ side. Han forklarte hva linjen gjord, men ikke hvorfor den viser en temperaturendring, og forklarte heller ikke at linjen skulle forestille en normaltemperatur. Vurderingen av besvarelsen ble satt til «ingen kvalitet» fordi han ikke fikk frem at den skal forestille en spesifikk temperatur.

Arild besvarte spørsmålet med de samme kompetansene på lignende måte som Carl, før han på et senere tidspunkt oppdaget at grafen representerer noe mer enn at den bare visualiserer om kurvene svinger fra pluss og minusgrader.

Arild: Jeg sa kanskje feil i stad, den derre, den horisontale aksen, er vel, ja altså, ikke null grader Celsius, men null, altså at den ikke har økt. Ikke økt med noe temperatur.

Arild sier nå at det ikke skal forestille en temperatur som er null grader, men skal forestille at det ikke har skjedd en endring i temperaturen. Det kan tolkes slik at Arild prøvde å forklare at linjen er en spesiell temperatur og et referansenivå for temperaturendring. Formidlingen om hva den forestilte var ikke tydelig, og det ble lagt en del tolkninger i besvarelsen for å forstå hva Arild mente. Bossé et al. (2011) har påpekt at eleven kan ha forstått selve startrepresentasjonen, men ikke klarer å formidle det godt verbalt, noe som gjør at vi må tolke mer i svarene. Det virket som at Arild har resonnert over hva den horisontale linjen skulle representere. Arild brukte resonneringskompetanse og representasjonskompetanse. Arilds besvarelse ble vurdert til moderat kvalitet.

Even: Det er vel null grader, der vi gjerne skulle ønske at vi var, men-, og bare for å se hvordan vi ligger an i forhold, gjennom alle årene da.

Også Even poengterte at grafen lå på null. Even reflekterte over formålet med den horisontale linjen. Even sa ikke direkte at linjen skulle forestille en bestemt temperatur fra en bestemt årsperiode, men forklaringen om at linjen viste «der vi gjerne skulle ønske at vi var», tolket jeg som at eleven forsto at linjen er en bestemt temperatur vi ønsker å ligge på.

Representasjonskompetanse ble brukt til å identifisere grafens plass og formål, og modelleringskompetanse da han forklarte formålet linjen har i modellen, at den tydeliggjorde hvor temperaturen lå i forhold til normaltemperaturen. Even formidlet ikke veldig tydelig hva linjen forestilte, noe som gjør at det tolkes en del rundt hva eleven mente i besvarelsen. I likhet med Arild kan det hende at Even har forstått startrepresentasjonen, men at vanskelighetene kommer i å formidle det verbalt. Besvarelsen ble vurdert til moderat kvalitet.

Birger: Den viser temperaturen fra 1850, og tar den på en måte med hele veien til 2020.

(Peker på x-aksen i 1850, og på 2020).

Så man kan se forskjellen fra 1850 til 2020, mer enn bare en stigende linje.

(Viser med fingeren over grafene en skrå linje imellom x og y-aksen).

Birger svarte riktig da han sa at den representerte en bestemt temperatur. Han brukte representasjonskompetanse da han forklarte hva linjen representerte, og modelleringskompetanse da han også forklarte hva den gjorde for modellen og de andre kurvene i displayet. Birger kommuniserte svaret på en god måte. Besvarelsen ble vurdert til høyere kvalitet.

Den konstante linjen er ganske viktig å forstå for å forstå hva modellen fremstiller. Noen av elevene leste av y-aksen for å forklare at den forestiller null grader. Dette kan skyldes at linjediagrammet har lav egenskapstetthet, som kan ha gjort at elevene hadde vanskeligheter for å skille ut hvilken informasjon som er viktig og mindre viktig, som kan ha gjort at elevene ikke tok graftittelen i betraktning. Andre ganger virket det som at det var størst utfordring med å uttrykke representasjonen verbalt, fremfor å forstå grafen. Det virker som kun Birger la merke til overskriften og har brukte den til å forklare hva linjen skulle forestille.

4.2.2 Funn på nivå 2

Fordelingen av kvaliteten på svarene har endret seg fra nivå 1. Fordelingen på nivå 2 er 38% svar av høyere kvalitet, 24% av moderat kvalitet og 28% med lavere kvalitet, ifølge figur 8. Det forekom flere svar av lavere kvalitet på dette nivået kontra nivå 1, noe som Gal (1998, sitert i Friel et al., 2001, s. 132) og Lohse (1993) også registrerte. Likevel er det fortsatt en stor andel med høyere kvalitetssvar. På dette nivået handler det om å generalisere informasjonen som presenteres i grafen, det vil si å identifisere trender og hva som skjer innenfor ulike deler av grafen. For å lykkes med å generalisere informasjon i nivå 2, kan det være nødvendig å bruke matematiske operasjoner som multiplikasjon, divisjon, addisjon og subtraksjon (Curcio, 2001, s. 7). Med Curcios bemerkning kunne det tenkes at bruk av hjelpemiddelskompetanse skulle øke, og at kalkulator kanskje skulle tas i bruk, men overraskende nok ble hjelpemiddelskompetanse brukt mindre (se figur 9).

I løsning av oppgavene på dette nivået viste elevene økt bruk av modelleringskompetanse og resonneringskompetanse. Dette er ikke overraskende, da modelleringskompetanse innebærer

evnen til å avkode og tolke elementer og resultater som grafen fremstiller, som er essensielt på nivå 2, som omhandler å finne trender og sammenligne og sammenfatte data. I tillegg innebærer modelleringskompetanse å kommunisere med andre om modellen og dens resultater (Niss & Jensen, 2002, s. 52). Resonneringskompetanse innebærer å resonnerer over egne matematiske besvarelser og løsninger, for å vurdere gyldigheten deres overfor seg selv og andre (Niss & Jensen, 2002, s. 54).

På spørsmålet «Hvilken graf viser størst økning av drivhusgassen?», er det mulig å se på økningen som en relativ økning og en absolutt økning. Veiledningen scorer elevbesvarelser som sier karbondioksid har størst økning, som svar av kvalitet (se vedlegg 4). Elevbesvarelser som sier metan har størst økning ble vurdert til «ingen kvalitet», ettersom at vurderingen ble laget ut fra hva som var vektlagt i naturfagsboken på dette spørsmålet. Selv om elevene har riktig, metan har en relativ større økning, hvor drivhusgassen har fordoblet seg, mens karbondioksid har bare økt omlag 40%. Elever som svarer metan har størst økning vil bli vurdert til «ingen kvalitet», men det betyr ikke at jeg mener at elevene ikke har sett et viktig poeng i grafene, dette resonnerementet er absolutt av god kvalitet. Spørsmålet skulle teste elevene i å sammenligne informasjonen i grafene og dette har de klart på ulike måter.

Arild, Carl og Daniel så ut til å legge merke til det samme i grafene, og resonnert seg frem til at metan har størst utvikling. Jeg velger å vise Carl og Daniels fremgangsmåter fordi den førstnevnte viste tydeligst matematiske utregninger, og sistnevnte kom med bemerkninger av grafenes ulikheter.

*Carl: M=, da må jeg, ja.. Størst økning, den lå på 800
(Peker med pennen på metangrafens startpunkt)
og steg til 1800
(Peker på 1800 på y-aksen),
så den steg med 1000. Og den der lå med, lå på 280
(Setter pennen ved siden av 280 på y-aksen)
og steg til 400
(Setter pennen litt utenfor 400 på y-aksen)
så den steg med .. 120... Så da er det vel metan.*

Carl brukte modelleringskompetanse da han vurderte grafene i sin helhet opp mot hverandre. Han så på skaleringen på y-aksen, men tok ikke med benevningene i vurderingen. Om Carl ikke var bevisst på de ulike benevningene, eller om han tenkte at det ikke spilte en rolle, vet vi ikke. Han brukte resonneringskompetanse da han argumenterte for at metan hadde størst økning, da han sa at 1000 var mer enn 120. Det kan hende at Carl har sett på den relative økningen av drivhusgassen. Carl resonnerte og argumenterte godt for svaret sitt, men etter veiledningen ble svaret vurdert til «ingen kvalitet».

Daniel: Størst økning av drivhusgass, det er jo... hm=. Det kommer jo an på, det der med den her
(Peker på origo på karbondioksidgrafen).
Hvis man hadde tatt denne på null og starta på samme grunnlag så hadde det jo vært en helt annen graf. E=. Størst økning.. den her starter jo på 800 til 1800 (Peker på starten av grafen til metan og på enden av grafen)
Og denne øker fra 280 til 400. M= Ja, jeg vil si at nummer 2 har størst økning (Peker på grafen med metan).
På grunn av, ja at den har mer av seg selv, ganger av seg selv i økning. Asså fra 280 til 420 da er ikke det en hel -
(Peker langs y-aksen til karbondioksidgrafen),
Da har ikke det økt med 100%. Men fra 800 til 1800 har den økt med 300%
(Peker på tallene på y-aksen til metan).
Så det er jo, det er det-, jeg går ut ifra det.

Daniel bemerket seg først ulikhetene i y-aksene, både at de økte ulikt, og at aksene startet på ulike verdier. På samme måte som Carl, vurderte Daniel grafens start- og sluttverdier, uten å blande inn ppm og ppb i resonnementet. Her brukte Daniel modelleringskompetanse og resonneringskompetanse da han argumenterte for svaret. Han kom med en argumentasjon for at metanen hadde størst relativ økning, da han forklarte at karbondioksid ikke hadde økt med 100%, mens metan hadde økt med langt mer enn det. Daniels besvarelse ble vurdert til «ingen kvalitet».

Even viste modelleringskompetanse og resonneringskompetanse på samme måte som Daniel og Carl, da Even besvarte oppgaven på lignende måte som dem i første omgang. Han ble

oppmerksom på grafenes ulike benevninger langs y-aksen i en annen oppgave senere i intervjuet.

Even: Nei vent! Per milliard, da blir det
(peker på grafen med metan og holder fingeren på origo).
Nå må jeg tenke litt. Fordi når det er per milliard, så blir det litt mindre per
ville jeg tenkt. Så da ville jeg kanskje sagt den
(peker på karbondioksidgrafen).
Fordi den øker, først og fremst så ser det ut til at den øker mer, og så er det
per million.

Even reflekterte rundt hva det betydde at noe er i «deler per milliard», og rundt grafenes kurver og stigningen deres. Han brukte representasjonskompetanse da han vurderte hva som lå i begrepet, og modelleringskompetanse da han vurderte formene på kurvene. Jeg tolket det som at elven så at karbondioksidkurven var brattere da han sa «Først og fremst så ser det ut til at den har økt mer». Han sa også at milliard er mindre *per*, og million er mer. Even svarte riktig, og virket som han forsto grafen slik den skulle forstås ifølge læreboken, som gjør besvarelsen til et høyere kvalitetssvar. At Even kom tilbake til dette spørsmålet på et senere tidspunkt i intervjuet, kan ha å gjøre med at eleven ble bevisst på benevningene i grafene på et senere tidspunkt.

Birger: Em. Denne
(Peker på graf med CO₂ utslipp)
Fordi dette er deler per million
(Peker på benevning av y-akse på CO₂-grafen)
og dette er deler per milliard (peker på grafen til metan).
Nei vent. Ja. Nå må jeg tenke her. I og med at det er større tall her også
(Peker på y-aksen til metangrafen),
så går jo denne her i fra sirka
(Peker med pennen på 800 på y-aksen til metan) .
.....
(Skriver i skriveboken)
M= hundre tusen, million, og E=.... tusen, ti tusen, hundre tusen....
Okay hundre tusen her. Jeg får bare helt hjerneteppe nå jeg. M=

Forsker: Det går helt fint. Bare bruk den tiden du trenger.

*Birger: Ja sant, fordi en million det blir der, der, der, der, der, der, der, der, der
(tegner opp i skrivebok hvordan en million skrives med tall)
Mens en milliard det blir E= eller, .. M= som vil si at... en økning på 60.
(Peker med pennen på y-aksen på CO₂ utslipp, på 260)
260 til 400
(Peker på grafens høyeste punkt)
som er 140 per milliard, nei million mener jeg, 140, vil være, den vise
størst økning
(Peker på CO₂-grafen).
Fordi at 800 per milliard er, nei kødda, 800 til
(Peker på y-aksen på 800 på metangrafen)
så 1000 per milliard,
(Peker på det høyeste punktet på metan-grafen)
er lavere enn 140 per million. Tror jeg nå.*

Forsker: Okay, så da, da mener du fortsatt. Hvilken var det du mente som hadde størst økning, hvis du bare peker på hvilken graf?

*Birger: Jeg mener at den har størst økning.
(peker på co₂-grafen)*

Birger identifiserte ulike skaleringer og benevninger. Birger besvarte spørsmålet riktig, og resonnererte seg frem til svaret på en god måte. Birger kommuniserte hva han tenkte underveis. Han brukte modelleringskompetanse da han så hvordan de ulike grafene presenterte informasjonen, og hvordan de var i forhold til hverandre. Han brukte også resonneringskompetanse og representasjonskompetanse da han satte seg inn i hva ppm og ppb var, og hvordan de forholdt seg til de ulike verdiskaleringene. Kommunikasjonen var ikke veldig god, noe som kan skyldes at eleven var stresset, eller at det var vanskelig. På tross av dette vurderes elevens svar til høyere kvalitet.

Flere elever så trolig på den relative økning av drivhusgassene, og derfor mente at metan var størst. Det at elevene så på relativ økning er et mer interessant og viktig poeng, enn den størst absolutt økning i gafene. Metan har større påvirkning på klima enn karbondioksid, i tillegg til at det er naturlig at karbondioksid er større ettersom at det er mer av denne gassen i atmosfæren (Nikolaisen, 2014). Det å sammenligne to gasser av vesentlig forskjellen konsentrasjon i luften er ikke så interessant, det er naturlig at karbondioksid har økt mer totalt, og at det er mer av karbondioksid i atmosfæren. Det som dermed er mer interessant er hvordan en gass som er mindre av i atmosfæren har en betraktelig økning, og har større skadevirkning på klima enn karbondioksid. Elevene brukte resonneringskompetanse da de satte grafene opp mot hverandre for å vurdere dem. Elevene brukte også representasjonskompetanse og modelleringskompetanse da de vurderte hva grafene presenterte, alene og i forhold til hverandre. Noen elever kommenterte de ulike skaleringene, noe som det ikke virket som at de hadde lagt merke til i de syv oppgavene tidligere. I tilhørende tekst i læreboken står det forklart at karbondioksid er størst, noe de fleste elevene la merke til og var enige i etter å ha lest teksten, og sett et stablet stolpediagram som viser hvor stor mengde av de ulike drivhusgassene som har bidratt til global oppvarming, hvor karbondioksid er betraktelig større (se teksten i vedlegg 2). Grafene preges av lavere egenskapstetthet når grafene skal sammenlignes, siden de inneholder ulike faktorer. Det er mulig at lav egenskapstetthet kan være årsaken til at flere elever strevde med å finne ut hvilken graf som viste den største endringen av størrelsene som representeres.

4.2.3 Funn på nivå 3

Oppgavene på nivå 3 la opp til å ekstrapolere informasjon i grafene. Elevene skulle anslå verdier utenfor de eksisterende grafene basert på informasjonen som var tilgjengelig. På grunn av at det er begrenset hvor mange slike spørsmål man kan stille på dette nivået for å hente ut nye og annerledes fremgangsmåter, ble det bare stilt ett slikt spørsmål til hver av grafene. Dette nivået inneholder 30% svar av høyere kvalitet, 50% med moderat kvalitet, 10% med lavere kvalitet og 10% med «ingen kvalitet». Antall høyere kvalitetssvar har gått ned, og elevene gav hovedsakelig moderate svar. For å oppnå høy kvalitet i svarene, måtte elevene være oppmerksomme på forholdet mellom x- og y-aksene da de ekstrapolerte grafene, og komme med verdier for de etterspurte årstallene. Elevene hadde økt bruk av både resonnerings- og modelleringskompetanse sammenlignet med nivå 2 (se figur 9). Modelleringskompetansen ble brukt i alle oppgavene av elevene da de tolket og avkodet

elementer i grafene for så å ekstrapolere grafen. Flere brukte også resonneringskompetanse da de vurderte gyldigheten av svarene sine.

Elevene ble spurt om å tegne opp og forklare «Hvor tror du avviket fra den horisontale linjen vil ligge på hvis grafen vil fortsette i den trenden den er i, i 2040 og 2080? Hvorfor?»

*Daniel: Ja men 2000, 2020 da blir det her 2040
(trekker x-aksen videre, og markerer 2040 med lignende mellomrom i forhold til de andre verdiene, og trekker x-aksen videre og markerer 2080 opp med lik avstand som 2040)
..... så du ser jo at den går veldig ned fra 20xx til 2020
(peker på grafene i området rett før 2020),
har jo gått veldig ned, men her har den gått litt opp igjen da, så jeg vet ikke, jeg følger begge grafene. Sånn, litt sånn kanskje.
(tegner grafene videre på frihånd, første graf er grafen som hadde lavest verdi i 2020, grafen tegnes hakkete, men en synkende trend rundt 0,40 grader i 2040 og 0 i 2080. Tegner den andre grafen ut fra den nest høyeste grafen i 2020, den tegnes også på frihånd med mer tydelige svingninger. I 2040 ligger den på rundt 0,60 og 0,25 i 2080)
X virker som den går den*

Forsker: Hva tror du da avviket vil ligge på?

Daniel: Å = rundt 0.

Forsker: I 2040 og 2080?

*Daniel: Å = i 2080, nei jeg synes det er tulle å at det er to grafer for jeg vet ikke hvilke jeg skal ta utgangspunkt i
(trekker en vertikal linje fra 2040 opp til den krysser grafene).
Men den burde da ligge på
(legger linjalen hvor den krysser linjen fra 2040 og grafen)
0,50 i 2040 eller
(flytter linjalen ned til den andre grafen der den krysser linjen til 2040)
0,30 og da i 2080 burde den da ligge på 0,25*

(legger linjalen horisontalt der hvor grafene slutter)
da sirka, eller på sånn sirka 0,10 ish, 0,15.



Figur 10. Daniels ekstrapolert grafen for 2040

Daniel ekstrapolerte grafen ut i fra et resonnement om at de fleste grafene ser ut til å gå noe ned på slutten av 2020. Han brukte modelleringskompetanse og resonneringskompetanse da han ekstrapolerte grafen som ikke er i trend med grafens helhet. Han benyttet representasjonskompetanse i kombinasjon med hjelpemiddelskompetanse for å måle verdier og å forklare hva temperaturendringen ville bli de ulike årene. Daniel tegnet flere kurver for å forutsi grafen. Han så ut til å synes det var vanskelig å forholde seg til et linjediagram med flere kurver. Besvarelsen ble vurdert til «ingen kvalitet», fordi Birger ikke tok utgangspunkt i grafens trend. Figur 10 viser hvordan eleven ekstrapolerte grafen til 2040, videre av grafen er avkuttet, fordi arket av grafen er kuttet her. Eleven ekstrapolerte grafen til 2080 videre på et ruteark.

Arild, Even og Birger svarte nok så likt, med omtrent samme temperaturer for årstallene. Det virket som at elevene tok utgangspunkt i hvor mye kurvene har økt de siste 20 årene. Birger viste dette tydelig.

Birger: *Da vil jeg se på økningen fra 2000*
(Peker på grafenes plassering i 2000)
til 2020
(Peker på grafenes plassering i 2020),
fordi det er en typisk utvikling vil jeg tenke de neste 20 årene. Hvis, hvis vi skal

være litt negative.

Så fra

(Tegner en vertikal strek fra 2000 på x-aksen til øverste grafen ved hjelp av linjalen)

.. der til

(Tegner en vertikal strek fra 2020 på x-aksen til øverste graf)

... så,

(Legger linjalen skrått, under de høyeste toppene, men over de mindre toppene)

... jeg må bare bort her en tur,

(Legger linjalen horisontalt slik at den treffer den vertikale streken tegnet ut fra 2000)

så der er det si ... 0,65 kan vi si

(Noterer tallet ned i skriveboken),

og det øker til, jeg gidder ikke ta det lavest punktet fordi det tror jeg er

koronaåret så da tar jeg litt over det laveste punktet, så

(Legger linjalen horisontalt, velger ikke den grafen som er av lavest verdi, men den nest laveste),

opptil 1 grad. Fra 2000

(Peker på årstallet 2000 på x-aksen)

til 2020 (Peker på årstallet 2020 på x-aksen)

har det økt med 0,65 grader over 1850

(Peker på x-aksen på årstallet 1850),

til sirka 1 grad over 1850. Som betyr at det er en økning på 35 blir det, ja 35,

0,35 grader, på de 20 årene, i 2040, var det det du sa? Da vil jeg derfor tro at det er, at vi ligger på 1 pluss da 0,35, altså 1,35, så her ett sted.

(Tegner en skrå linje på frihånd, brattere enn de 20 årene han tok utgangspunkt i)

(Setter en vertikal strek på grafen hvor han mener 2040 skal være, skriver 1,35 over den vertikale streken)

Og så 2080, må man legg til to av dem som er 0,7, som vil si, 2080 var det det du sa? så er to til 20 års perioder, som vil si at du ender opp på omtrent, mmm, dette er 1,35, og ender på 2,05, hvis man plusser på .. ja.

(Tegner visere på sin egnetegnet graf i samme retning)

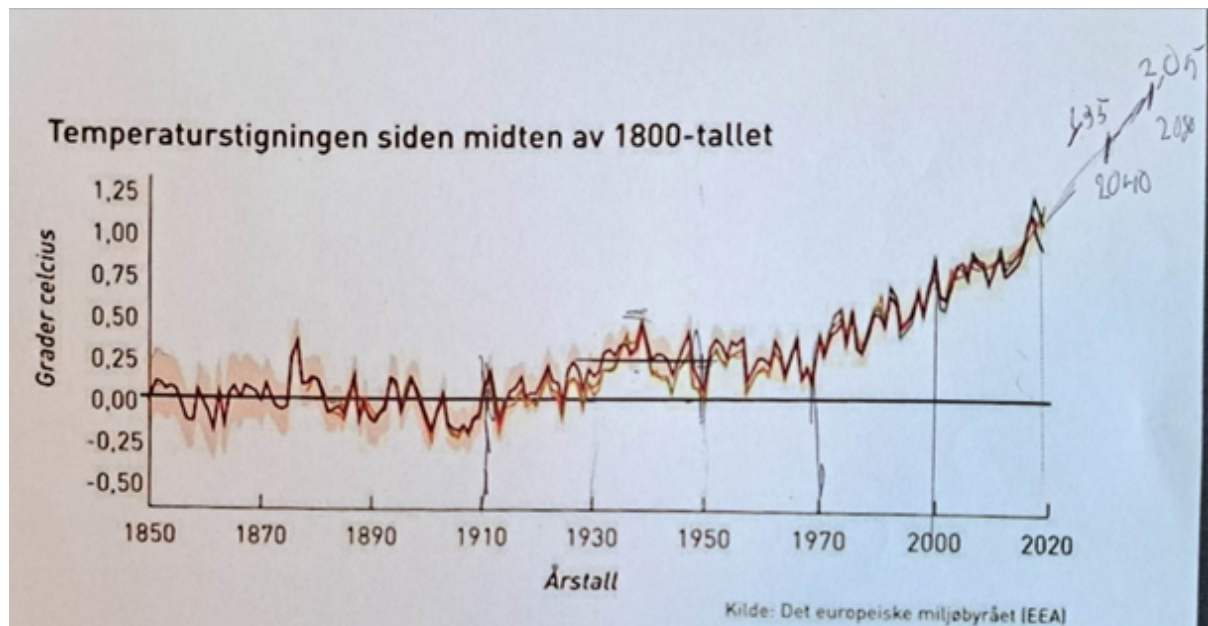
Komma 05, den vil være lengre ute selvfølgelig, men, men, men det er de to jeg tror de vil være på i 2080

(Setter en vertikal strek på grafen hvor han mener den skal være i 2080 under den vertikale streken, og skriver på 2,05 over den vertikale streken)

og 2040

(Skriver 2040 under den vertikale streken).

Sånn.



Figur 11. Birgers ekstrapolert graf.

Birger brukte hjelpemiddel- og modelleringskompetanse da han identifiserte hvordan trenden var for de 20 siste årene, for så å ekstrapolere grafene. Han brukte resonneringskompetanse for å argumentere for hvordan grafen kunne gå videre. Birger kommuniserte tankegangen sin tydelig. Han forlenget ikke x- og y-akse, men markerte på kurven hva temperaturendringen ville ligge på i de ulike årene (se figur 11), og med dette brukte han representasjonskompetanse. Svaret ble vurdert til høyere kvalitet.

Arild viste også fremgangsmåten og ble vurdert til høyere kvalitet, mens Even ikke gjorde det ble vurdert til moderat kvalitet.



Figur 12. Carls ekstrapolert graf.

Carl: Hm...

(tegner videre på grafen fra den laveste grafen i 2020. Tegner en hakkete graf, som ikke går over 1,25 grader, og ikke under 1 grad)

Jeg tror egentlig at den vil gå litt sånn. Ja. Sånn ikke stige, eller sånn at det går, at den går litt mer rett. Men fortsatt ganske sånn jevnt opp. Siden det var jo her vi starta med utslippet og sånne ting (peker på stigningen fra 1970 til 2020).

Så hva var det 20?

Forsker: 40 og 80.

Carl: (tegner opp nye punkter for x-aksen for årstallene 2040 og 2080)

2040 ja jeg tror ikke jeg får plass til 2080. Det ligger vel her eller noe sånt (tegner opp merket utenfor arket).

Forsker: Yes. Så da, hva tror du avviket fra den horisontale linjen vil ligge på?

Carl: Hva, hva?

Forsker: Hva tror du at avviket fra den horisontale grafen vil ligge på i 2040 og 2080?

Carl: Åja, sånn temperatur liksom?

Forsker: Mhm

Carl: E= Ja jeg, den går jo fortsatt ganske opp og ned.

(Trekker en vertikal linje fra 2040 opp til grafen)

Men den stiger, så mellom 1 og 1,20... 25. Sånn at den sakte, men sikkert blir 1,5, 1,10, liksom. Men at den fortsatt går ned til under 1, sikkert. Ja.

Jeg tolket Carls argument som at grafen har økt i det siste på grunn av økt drivhusgasser i atmosfæren, som vi prøver å begrense, som gjorde at Carl ekstrapolerer en graf som ikke økte eller sank særlig i temperatur. Han brukte resonneringskompetanse da han argumenterte for hvorfor han ekstrapolerte grafen slik han gjorde, og brukte modelleringskompetanse da han ekstrapolerte grafen. Carl tegnet grafen med linjestykker som fikk grafen til å fremstå hakkete (se figur 12), slik som originalgrafene. Det virket som Carl ikke var bevisst på grafens forhold til y-aksen da han utledet grafen, før han fikk spørsmålet stilt på ny. Carls svar ble vurdert til moderat kvalitet. Han kom ikke med en spesifikk verdi for temperaturendring i 2040 og 2080, og en graf ekstrapolert ut fra en trend, heller en forklaring om hvordan modellen kom til å se ut i 2040 med virkelighetsdata.

4.2.4 Funn på nivå 4

Spørsmålene på dette nivået skulle få elevene til å stille seg kritisk til grafene, vurdere hvordan grafene var blitt til og hvorfor grafene presenterer informasjonen slik de gjør. Fordelingen av svarkvaliteten på dette nivået var 37% av høyere kvalitet, 33% moderat kvalitet, 13% lavere kvalitet og 17% ingen kvalitet (se figur 8).

Elevene brukte stort sett modellerings- og resonneringskompetanse på nivå 4. Deler av modelleringskompetanse omhandler å vurdere modellens egenskaper, modellens rekkevidde og holdbarhet (Niss & Jensen, 2002, s. 52). Det vil si å kritisk vurdere modellen i tillegg til det som er forklart tidligere om modelleringskompetanse. Det at resonneringskompetanse blir mest brukt av kompetansene på dette nivået, er ikke så overraskende, ettersom at det handler om å overbevise seg selv og andre om tankene de gjør seg opp om modellen.

«Kunne man satt begge grafene i samme koordinatsystem? Hvorfor eller hvorfor ikke?»

*Daniel : Ja kan man, nei det, jo jo man kan jo det. Jeg skjønner ikke hvorfor det kunne vært et problem. Jo=!, h=, jo, nei. Fordi et koordinatsystem, hjelpe meg... Koordinatsystemet er jo her.
(Tegner opp på et ark et koordinatsystem, setter null i origo og trekker en "graf" fra origo og utover i koordinatsystemet).*

Så har man null og går man videre her, så er vi enige om at den går sånn og så, den andre grafen, nei det går ikke. Nei. Fordi det kan bare være ett null i koordinatsystemet. Så. Nei, nei, det tror jeg ikke. Det er jeg sikker på.

Daniel vurderte modellene og modelleringskompetanse da han så for seg hvordan to kurver skulle settes inn i et koordinatsystem, og resonneringskompetanse for å argumentere og forsvare tankegangen sin. Daniel svarte at det ikke er mulig å sette dem i et koordinatsystem, noe som er mulig. Besvarelsen ble vurdert til «ingen kvalitet».

Flere elever påsto at grafene kunne settes inn i et felles koordinatsystem, men at metankurven ville være høyest i koordinatsystemet blant de to kurvene. Denne argumentasjonen kan ligge i tidligere besvarelser i intervjuet om at metan hadde størst økning av drivhusgass. Adu-Gyamfi et al. (2011) påpekte at elevers tolkningsfeil som forekom tidligere i oppgaver, kunne prege besvarelser senere. Even, Arild, og Carl kom med denne bemerkningen om at metan vil være høyere i koordinatsystemet, og Even var den blant dem som hadde tydeligst kommunikasjon. Om elevene tolket oppgaven i nivå 2 som en relativ økning, vil det ikke si at elevene tolket og svarte feil i nivå 2, men at denne bemerkningen ikke kan overføres slik de gjør i nivå 4.

*Even: Ja men da måtte man regna en del, gjort det her om til per milliard
(peker på y-aksen til karbondioksidgrafene),
eller den om til per million.
(peker på y-aksen til metangrafen).
Og så gjort x-aksen og y-aksen lik. Og da ville man naturlig se at den
(peker på metangrafen)
øker mye mer enn den
(peker på karbondioksidgrafene).
Da ville det vært enda større forskjeller, eller man ville sette større forskjeller.*

Even kom med modellering av hvordan grafene kunne settes sammen praktisk sett, og resonnererte seg frem til hvorfor og hvordan dette kunne gjøres på en tydelig måte. Han brukte modelleringskompetanse da han forklarte hvordan man kan endre på grafene for å sette dem i en felles modell. Han brukte også representasjonskompetanse da han forsto at grafenes ulike verdier og benevninger fremstilte drivhusgassene på en slik måte at de ikke kunne settes

sammen slik de var fremstilt, og forklarte hvordan man kunne endre dem for å få dem til å representere det samme. Eleven sa derimot at den metan vil «øke mye mer», noe som ikke stemmer. Hvis eleven hadde gjennomført sine egne forklaringer kunne eleven ha sett dette. Tanken om at metan vil øke mye mer, stammer nok fra et tidligere tidspunkt i intervjuet om «hvilken graf viser størst økning av drivhusgassene?», hvor Even først sa at metan hadde størst utvikling, men senere endret oppfatning til at karbondioksid økte mest. Even kan ha glemt at han på et tidspunkt har ment at karbondioksid har vært større, eller han kan ha ombestemt og mene at metan har størst utvikling. Besvarelsen, sett bort ifra følgefeilen om at metan vil være høyere oppe, ble vurdert til høyere kvalitet.

*Birger: Ikke akkurat sånn her. Man måtte endret mill-, deler per milliard eller deler per million,
(peker med pennen først på metan-grafen deretter på co2-grafen)
fordi deler per million er også, på en måte deler per milliard, jeg tror du må,
hvis jeg ikke tar helt feil så må du legge på tre nuller til,
(peker på y-aksen til co2-grafen)
for at det skal bli riktig, og da ser du at det, de vil være veldig langt unna
hverandre, men, men. Jeg tror det er riktig, fordi en milliard er tre nuller mere
enn en million så derfor må vi gange med.
(skriver tre nuller ved 300 på y-aksen på co2-grafen).*

Birger kom med gode resonnement for hvordan man kunne lage en modell for begge måleenhetene, og brukte representasjonskompetanse da han forklarte hvordan man kunne endre aksene for å representere begge grafene i de ulike modellene. Måten han forklarte hvordan modellen kom til å se ut, gjør at man forstår at eleven har god modelleringskompetanse. Svaret ble vurdert til høyere kvalitet.

Et annet spørsmål elevene fikk var: «Hva tror du det skyggelagt bak grafen skal forestille?» EEA (2020) beskriver skyggen angir et konfidensintervall som gir 95% sannsynlighet for at temperaturen har vært innenfor dette området. Den røde grafen tilhører skyggen, og forestiller et gjennomsnitt av verdiene målt det året. Høyere kvalitetssvar på dette spørsmålet vil inneholde at det er en anslått øvre og nedre verdi for det året, og at den viser at temperaturen dette året har ligget innenfor det skyggelagt området. Lavere kvalitetssvar vil inneholde «høyeste og laveste temperatur målt» eller «spredningen av temperatur». Flere elever visste

ikke hva de skulle svare på spørsmålene på dette nivået, noe som ikke er så rart ettersom elever gjerne ikke er vant til å møte grafer med usikkerhet. Innenfor dette nivået hendte det at elever ikke prøvde å resonnerer seg frem til et svar de var usikre på, noe som ikke har hendt på andre nivåer.

Daniel: Det har jeg ingen peiling på, det burde bli forklart i grafen synes jeg. For å være helt ærlig.

Daniel kommenterte bakgrunnen på et tidligere tidspunkt i intervjuet og sa:

Daniel: (...) Men også er det en sånn rar bakgrunn som er helt, den er jo veldig, den virker ikke veldig, den har jo blitt mindre og mindre den bakgrunnen. Men jeg vet ikke hvorfor den har det.

Daniel reflekterte ikke over spørsmålet. Her kunne jeg har spurt igjen, og tydeliggjort «hva tror du?» Daniel ønsket det var forklart i teksten eller ved siden av grafen, noe som ikke blir gjort. Han sa også at han la merke til at skyggen ble mindre ut over årene, men at han ikke forsto hvorfor. Daniel observerte at kurven ble mindre uten å resonnerer over dette, og brukte bare kommunikasjonskompetanse her. Han svarte ikke på spørsmålet, og ble derfor vurdert til «ingen kvalitet».

Arild og Even så på skyggen som et slingringsmonn.

*Arild: Det tror jeg at jeg har hørt en eller annen gang. Det er mulig det er et slingringsmonn, eller noe sånn, at de ikke akkurat på en måte har hatt nøyaktige dataer, sånn at de på en måte, grafen er det de tror, men det skyggelagte er det de tror at det kan ha vært, i og med at de skyggelagte områdene blir mindre og mindre jo nærmere vår regning du kommer, og at vi fikk bedre og bedre verktøy, bedre målingsverktøy. Så kan det virke som et slingringsmonn for at det her er det vi tror
(peker på kurven),
men det kan ha vært det her også
(peker på skyggen),
fordi vi vet ikke skikkelig, at det er vanskelig for dem å vite.*

Arild reflekterte rundt meningen til skyggen. Arild brukte resonnerings- og representasjonskompetanse da han vurderte hva skyggen representerte. Arild så på det som at skyggen var slik man kan ha trodd det har vært, og at man ikke har hatt gode målinger tidligere. Arild ble vurdert til høy kvalitet fordi han forklarte at skyggen viste et slingringsmonn rundt hva temperaturen kan ha vært det året, som er en annen måte å forklare anslått verdier for temperatur det året.

Da Birger fikk spørsmålet sa han at han ikke visste. Birger reflekterte rundt skyggen til grafen på et tidligere tidspunkt.

*Birger: Så ser man bare en rød graf, og et område rundt grafen,
(peker på det skyggelagde over og under grafen i starten av grafen)
og jeg tenkte at det kunne være høyeste og laveste temperatur målt det året,
bare for å vise hvorvidt det er, hvor bredt temperaturen er. Em=. Eller når jeg
tenker meg om. Så gir det jo ikke mening at det bare er 0,012 grader celsius
som under gjennomsnittet mens det over –
(peker på det høyeste og laveste skyggen er på i 1850)
så, så, det angrer jeg på.*

Birger svarte godt da han sa «høyest og lavest temperatur målt det året» og at den viste hvor vid temperaturen var. Birger brukte resonnerings- og representasjonskompetanse da han vurderte hva skyggen skulle representere. Han brukte også modelleringskompetanse da han vurderte skyggen og tilhørende kurven opp mot hverandre, og konkluderte med at de ikke kunne henge sammen som et rent gjennomsnitt av ekstremalverdiene. Han sa seg uviten på et senere tidspunkt i intervjuet, men Birgers refleksjoner og tidligere svar er av høyere kvalitativt. Birger reflekterte godt da han var inne på tanken om at skyggen forestilte temperaturer det gjeldende året kunne ha hatt.

Flere elever hadde gode resonnement rundt skyggens funksjon. De fleste elevene virket usikre i besvarelsene. Dette kan skyldes at spørsmålet var et kritisk tenkende spørsmål, noe de kanskje ikke er så vant i oppgaver i møte med grafer. Det kan også hende at de ikke er vant med å møte denne måten å fremstille kvalitetssikring av data i grafer på.

5. Diskusjon

Analysen har gitt flere interessante funn hvor jeg vil trekke frem noen hovedfunn jeg syntes var spesielt interessante. Funnene kan være opplysende for lærere og lærebokforfattere fordi funnene viser hvordan enkelte elever tilnærmer seg grafiske fremstillinger av virkelighetsdata i en naturfagsbok.

5.1 Hovedfunn 1: Ulik kompetansebruk «tvinges» frem innenfor ulike leseforståelsesnivåer

Mitt første hovedfunn ser ut til å stemme overens med Curcios og Bertins rammeverk, om at ulike type spørsmål på ulike nivåer, «tvinger» elevene til å anvende ulike type kompetanser for å hente ut informasjon fra grafene på.

På nivå 1, hvor elevene skal lese av eksakte verdier, aksnavn og titler, etterspørres ikke tolkninger, og spørsmålene har lave kognitive utfordringer (Curcio, 2001, s. 7). Som figur 9 viser, brukes resonnerings- og modelleringskompetanse lite her. Dette kan forklares med at disse kompetansene handler om å argumentere for svar og fremgangsmåter overfor seg selv og andre, og å analysere, tolke og kritisk vurdere modeller, som er på tolkningsnivå.

Kommunikasjons-, hjelpemiddel- og representasjonskompetanse ble brukt mest her.

Representasjonskompetanse handler om å avkode matematikken og kunne presentere informasjonen i ulike representasjonsformer (Niss & Jensen, 2002, s. 56). Elevene avkodet matematikken i grafene og representerte informasjonen på verbal form.

Hjelpemiddelkompetanse handler om å vite hvilke hjelpemidler som egnes i hvilke situasjoner, og kunne bruke dem (Niss & Jensen, 2002, s. 62). Elevene brukte linjal til hjelp for nøyaktig avlesninger. Det ser ut som at det også er en sammenheng mellom bruk av representasjons- og hjelpemiddelskompetanse. Da anvendelsen av representasjonskompetanse var høyest, var også bruk av hjelpemiddelkompetanse på sitt høyeste, men da bruk av representasjonskompetans avtok, minsket også bruk av hjelpemiddelkompetanse (se figur 9). Niss og Jensen (2002, s. 57) påpeker at noen representasjonsformer benytter seg av redskaper for å representere matematisk informasjon, og dermed er en forbindelse til hjelpemiddelkompetanse. Elevene brukte ofte linjal i løsning av problem hvor de skulle finne eksakte verdier. Even og Daniel brukte linjalen på nivå 1 for å lese av eksakte verdier i

drivhusgassgrafene, og Birger og Daniel på nivå 3 for å identifisere trender i temperaturendingsgrafene.

På nivå 2, som omhandler å generalisere informasjon i grafer, ble modellerings-, resonnerings-, representasjons- og kommunikasjonskompetanse hyppigst brukt. Modelleringskompetanse brukes for å tolke elementer i modellene (Niss & Jensen, 2002, s. 52). Det ble på nivå to brukt for å trekke ut matematiske forhold for å si noe mer generelt om grafene. Nivå 2 og modelleringskompetanse handler begge om å generalisere innhold. Resonneringskompetansen ser ut til å henge tett sammen med modelleringskompetansen, som ga «juridiske» argumenter for generaliseringene i svarene deres. Representasjonskompetanse sammen med kommunikasjonskompetanse ble brukt for å forklare forholdene grafen presenterte. Curcio (2001, s. 7) påpeker at elever kunne komme til å måtte utføre matematiske prosesser som multiplikasjon, divisjon, subtraksjon eller addisjon på dette nivået. Dette kunne vært grunn til å tro at elevene skulle bruke hjelpemidler mer, men elevene bruker hoderegning for det meste. Ingen av elevene brukte kalkulator under intervjuet. Det kan tenkes at elevene ikke bruker hjelpemiddel, fordi de ikke er vant til å bruke det i møte med slike grafer, eller i naturfaglig kontekst. Planinic et al. (2012) opplevde at elevene glemte å ta med den kunnskapen de hadde i matematikk da de skulle løse lignede problem utenfor matematikkfaget. Det kan hende at elevene har opplevd intervjuet som mer naturfaglig enn matematisk, og dermed ikke tenkt på at oppgaven kan løses med matematiske utregninger. På en annen side tyder elevenes fremgangsmåte i nivå 1, at de vet hvordan de anvender matematiske kunnskaper i grafer i naturfaglig kontekst, når de fant nøyaktige verdier ved hjelp av linjal. Det kan også være at elevene syntes grafene var «enkle», og ikke så behovet for hjelpemidler. Det kan også være at elevene ikke tenkte at svarene som var forventet skulle være så «nøyaktige», og ble mer preget av overslag. Innledningsvis i intervjuet sa jeg til elevene at jeg ønsket at de skulle svare så godt de kunne, og komme med så gode svar de klarte, men elevene kan ha glemt dette. Det kan også være at elevene er vant til å gjøre mer overslag i muntlige aktiviteter, og ikke bruker tid på å regne når de gjør muntlige matematikkoppgaver.

Nivå 3 omfatter å anslå verdier utenfor grafen, basert på bakgrunnskunnskapen man har av eksisterende graf (Curcio, 2001, s. 7). Modelleringskompetanse brukes selvsagt i dette nivået, siden modellering omhandler å tolke forhold i grafen og generalisere innholdet, i tillegg til å lage modeller selv (Niss & Jensen, 2002, s. 52). Elevene fikk i oppgave å fortelle om hvorfor

de trodde grafen kom til å fortsette slik de hadde tegnet. Dette gjorde at elevene kom med argumenter for besvarelsene sine, og brukte derfor resonneringskompetansen en god del på nivå 3. Hadde ikke elevene fått spørsmål om dette, kunne flere elever latt være å forklare bakgrunnen for grafen de utledet. Elevene ville trolig gjort seg opp argumenter for å overbevise seg selv om gyldigheten for sin ekstrapolering av grafen, men det er ikke sikkert elevene ville uttrykket dem om de ikke ble spurt om det. Hjelpemiddelkompetanse var lite brukt, som også var noe overraskende. Jeg hadde sett for meg at eleven ville bruke linjal til å tegne x- og y-akse videre og gjerne finne trend i grafen med linjal for å utlede grafen videre. Men flere utledet grafen videre på frihånd, som hadde mer et hakkede og statistisk preg på seg. Dette kan ha med at elevene så for seg å utlede en «virkelighetspreget» graf, fremfor å ekstrapolere en langsiktig trend. Hadde grafene omhandlet funksjonsgrafer hadde utfallet kanskje vært annerledes.

Nivå 4 handler om å vurdere grafens fremstilling kritisk (Shaughnessy, 2007, s. 991), som har direkte kobling til Niss og Jensens (2002) beskrivelse om modelleringskompetanse, når man kritisk skal vurdere grafers brukbarhet, relevans og overførbarhet til andre modeller (s. 52). Her resonnererte elevene over hvorfor forskeren hadde fremstilt modeller med flere kurver i et koordinatsystem, laget en skygge, om det går an å lage modellene annerledes og lignende. Jeg oppfatter at modelleringskompetansen og resonneringskompetansen henger tett sammen på dette nivået.

Selv om kvaliteten i elevbesvarelsene varierte innenfor et nivå, brukte elevene så og si de samme kompetansene innenfor i nivået for å svare på spørsmålene. En elev som hadde svar med «ingen kvalitet», brukte også han modelleringskompetanse når han ekstrapolerte graf på nivå 3, på samme måte som en elev med høyere kvalitetssvar benyttet seg av denne kompetansen. Jeg vil påstå at om elevene svarer riktig eller galt, og hvordan kvaliteten i svarene er, ikke er avhengig om de bruker de «riktige» eller flere kompetanser i møte med grafene, men heller hvordan de anvender kompetansene.

Gjennom intervjuene ser man at elevene bruker ulike kompetanser for å forstå den virkelige situasjonen virkelighetsdataene i grafen presenterer i naturfagslæreboken. Elevene har vurdert grafen med *overblikk* og *dømmekraft* når de vurderer hvordan de skal angripe den og tolke den med sine matematiske kunnskaper og kompetanser. Det er tydelig at nivåinndelinger av leseforståelse av grafer for elever til å forstå grafer på ulike plan. Elevene anvender

forskjellige kompetanser på ulike måter for å hente ut spesifikk informasjon på de ulike nivåene.

5.2 Hovedfunn 2: Faktorer som påvirker elevenes prestasjoner

Elevene svarte stort sett riktig på oppgavene innenfor de ulike nivåene (se figur 8), hvor riktige besvarelser består av lavere, moderate og høyere kvalitet. Dette var ikke et forventet utfall av studien, som jeg forklarte i 3.3.1. Det finnes ikke ett tilfelle hvor alle elevene svarte feil, og fikk vurderingen «ingen kvalitet», på en og samme oppgave. I tillegg er det noen av elevenes svar med «ingen kvalitet» som er gode besvarelser, og som kan ses på som riktige besvarelser om man ser bort i fra veiledningen for svarene. Dette gjelder spesielt oppgaven om hvilke av drivhusgassene som har størst økning. I motsetning til studien av Guthrie et al. (2001), viser denne studien at elevene hadde langt flere moderate og høyere kvalitetssvar i møte med grafer, og at elevene ikke hoppet til konklusjoner uten resonnement. Jeg opplevde at elevene i studien ofte resonnererte og alltid kunne ha argumenterte for tankene sine, uansett om elevene svarte «ingen kvalitetssvar» eller høyere kvalitetssvar. Årsaker til at elevene svarer godt, kan ligge i at bare et fåtall elever meldte seg frivillig til studien, og at de kan ha interesse for grafer, eller for naturfag og matematikk som fagområde. Hadde tilfeldig valgte elever blitt testet, er det ikke sikkert at alle besvarelsene hadde vært like gode og riktige. En annen årsak til at elevene svarer godt på oppgaver med statistiske grafer, kan forklares med at norske elever generelt sett er flinke i statistikk; de er blant dem som scorer best i verden på TIMSS testene (Bergem et al., 2016; Kaarstein et al., 2020).

I likhet med Lohse (1993, s. 384), ble det registrert i denne studien funnet at det forekom flere besvarelser av lavere kvalitet på nivå 2 kontra nivå 1 (se figur 8). I tillegg minskes svar av høyere kvalitet fra nivå 1 til nivå 3. Ved denne bemerkningen kan det virke som at nivåene er av økende vanskelighetsgrad. Wainer (1992, s. 10) mente at man ikke skulle sees på nivåene som økende vanskelighetsgrad, men at nivåene har ulikt innhold, hvor det kreves bredere forståelse av data. I nivå 1 gjøres lokale undersøkelser hvor elevene leser av innhold i grafen uten å måtte generalisere innholdet. Nivå 2 og 3 inneholder globale undersøkelser, som krever større oversikt og forståelse av dataene for å generalisere informasjonen og ekstrapolere grafer. Som observert i funnene av elevenes besvarelser innenfor hvert nivå i hovedfunn 1, kan det kanskje heller tyde på at elever har bedre evner til å anvende enkelte kompetanser enn andre, og mestrer bedre lokale undersøkelser fremfor globale undersøkelser. Jeg vil påstå at

man må ha god kontroll på grunnleggende matematikkunnskapen i lokale undersøkelser for å kunne få en bredere forståelse av dataene for å mestre globale undersøkelser.

Spørsmålene i nivå 4 derimot, krever at elevene reflekterer over grafen på en annen måte enn på de andre nivåene, og derfor ikke på de andre nivåene på den måten at den øker i vanskelighetsgrad. I de tre første nivåene handler det om å hente ut matematisk innhold og presentere det på en ny måte. Det er ikke slik at nivå 4 trenger å være vanskelig for alle, men at elevene i dette tilfellet har opplevd dette noe vanskelig. Dette kan muligens argumenteres med at dette nivået krever nye måter å tenke på og å anvende kompetanser på, som elevene ikke er like vant til. Avslutningsvis spurte jeg elevene om det var noen oppgavene som var mer krevende i undersøkelsen. Flere elever kommenterte aspektene ved dette nivået, og én elev trodde det kunne være fordi de ikke hadde arbeidet så mye på den måten før. Jeg merker meg at nivå 4 er et ganske annerledes nivå, hvor elevene ikke gjør matematiske avlesninger og utregninger i samme grad som i de tre andre, men krever mer refleksjon. Grunnen til at dette nivået kan virke så annerledes kan være fordi dette ikke er fire nivåer Curcio har utarbeidet. Men er et nivå Shaughnessy (2007) la til i Curcios leseforståelse av grafer. Det er gjerne derfor at svarkvaliteten ikke ser ut til å falle videre fra nivå 3.

Jeg opplevde at elevene hadde vanskeligheter med å uttrykke tankeprosessene tydelig noen ganger, i alle nivåene. Problemet kan ligge i at verbal representasjon som målrepresentasjon er bemerket til å være den mest utfordrende representasjonen (Bossé et al., s. 126). I intervjuet var det stort sett alltid verbal situasjon som ble målrepresentasjonen. Jeg erfarte dette blant annet at Even kom med utydelig besvarelse av hva den horisontale linjen skulle representere på nivå 1, og Arild med en unnvikende og lang besvarelse. Bossé et al. (2011, s. 127) har forklart at elever ofte kan komme med slike besvarelser, fordi de ikke vet når den muntlige representasjonen deres er god nok. Bossé et al (2011, s. 129) påpeker at det ikke trenger å bety at elevene ikke forstår hva modellene presenterer, men at kommunikasjonsformidlingen er vanskelig.

Funnene indikerer også at komplekse grafer med lav egenskapstetthet skapte utfordringer for elevene. Flere elever gjorde tolkningsfeil av den horisontale linjen i graf 2 som inneholdt flere kurver, en skygge, negative og positive verdier i y -aksen, og en x -akse med et unaturlig spranga. Carl og David så ut til å forstå at den horisontale linjen skulle representere null grader, men reflekterte ikke mer rundt hva akkurat referanselinjen forestilte. Linjediagram

har lavere egenskapstetthet når den presenterer flere kurver i et koordinatsystem, som gjør det vanskelig for elevene å lese grafen slik den skal. Grafene i graf 1 hadde ulike måleenheter og akse-verdier, og en av grafene hadde en trunkert akse. Måten de er satt opp ved siden av hverandre gjør det naturlig å sammenligne dem, og kan ha gitt for mye informasjon for hjernen å prosessere på en oversiktlig måte. Arild, Carl og Daniel tok ikke hensyn til aksebenevningene i vurderingen av hvilken drivhusgass som hadde størst utvikling. Elevene kan ha glemt at de hadde ulike benevninger, da det var flere andre elementer i displayene som har ulik informasjon som de rettet fokus på i sammenligningen. Det kan på den andre siden hende at elevene har tolket oppgaven som størst *relativ* økning. Even derimot, var først kun opptatt av aksenes start og sluttverdier slik som Arild, Carl og Daniel, før han på et senere tidspunkt ble klar over de ulike aksebenevningene igjen, og tok dem med i en vurdering for så å endre besvarelsen sin. Even overså informasjonen i grafen tidligere i løsningen og rettet på besvarelsen sin. Carpenters og Shahs (1988, s. 96) observerte også at elever slet med å holde styr på informasjon som var tilgjengelig i aksene i linjediagrammer. De så at elevene brukte mye tid på å se over aksene og aksnavn på ny, i møte med nye oppgaver knyttet til samme graf.

Grafene i Element 9 er ikke laget av lærere eller lærebokforfattere, men er tatt utgangspunkt i grafer utledet av forskere og deres virkelige data. Som Potgieter et al. (2008, s. 214) påpekte, kan det være den avanserte matematikken bak grafene som elevene ikke forstår som er årsaken til at elevene har problemer i møte med grafene. Grafene inneholder informasjon som er typisk for sitt fagområde, og ikke allmenkjent for alle. Roth og Bowen (2003, s. 470) forklarte til og med forskere som leste grafer på andre fagområder enn sine ekspertiseområder, slet med å forklare grafene. For at de skal kunne forstås bør det bli godt forklart i fagteksten eller figurtekst. I Element 9 blir noen av forholdene i grafene blir beskrevet, men ikke alle. Det som blir forklart, er ikke alltid forklart tydelig nok, ettersom at elever fortsatt uttrykker å ikke helt forstå hva «deler per million» og «deler per milliard» betyr etter å ha tilhørende. Hvordan kan man forvente at elever skal forstå viktige poeng i grafene, når grafene ikke har gode nok forklaringer til grafene, verken i teksten eller figurteksten? Læreboken presenterer mer kompliserte og misledende grafer til elevene, enn EEA gjør for å opplyse samfunnsborgerne. Dermed mener jeg at man ikke kan forvente at elever skal forstå slike grafer, verken uten eller med tilhørende forklaringer. Det kan til og med være utfordrende for lærerne. For meg virker det fremstillingen og manglende forklaringer av

grafene en årsak til at elevene mistet noen av de essensielle poengene i grafene, som gjør at de ikke forstår grafene slik de er ment til å forstås.

Selv i de tilfellene hvor de svarte feil eller misforsto oppgavene, kom elevene med gode matematiske resonnementer og refleksjoner rundt grafenes tema. Det tyder på at elevene har god matematisk forståelse av grafer, og heller problemer med å forstå situasjoner som presenteres, eller at grafene inneholder elementer de ikke er vant med. Jeg opplevde at elevene visste hvordan de skulle utføre bestemte prosedyrer i møte med ulike oppgaver til grafene, selv om de ikke forsto den naturfaglige meningen i grafen. For eksempel klarte alle elevene å tegne grafen videre uten å forstå hva den horisontale linjen faktisk forestilte. Grunnen til at elevene klarte dette kan argumenteres i at elevene forsto spørsmålet matematisk, og viste hvordan de kunne svare på det matematisk, uten å blande inn den virkelige situasjonen i graftolkingsoppgaven. Parmar og Signer (2005, s. 257) påpeker at elever gjør dette enkelte ganger.

Likevel kan elevene bli bedre på å formidle informasjonen i grafene verbalt, og lærere kan legges et større fokus på dette i undervisning. Undervisningsmetoder i skolen i dag legger i større grad fokus på matematisk kommunikasjon, resonnering og kritisk tenkning, med tenkende klasserom og problemløsningsoppgaver (Humstad & Kalinina, 2022; Jørgensen, 2023). I tenkende klasserom tenker elever sammen for å løse problemer gjennom å kommunisere med hverandre (Liljedahl, s. 364). Irons mener også at tenkende klasserom tar for seg matematikk som forekommer i dagliglivet (Jørgensen, 2023). Som LK20 påpeker, er matematikken det faget som skaper sammenheng mellom samfunnet og naturen gjennom modellering og anvendelse, hvor kritisk tenkning, resonnering og kommunikasjon utvikles.

Noen av forholdene i grafene blir beskrevet i naturfagsboken, men ikke alle. Det som blir forklart, er ikke alltid forklart tydelig nok, ettersom at elever fortsatt uttrykker å ikke helt forstå hva «deler per million» og «deler per milliard» betyr etter å ha tilhørende. Hvordan kan man forvente at elever skal forstå viktige poeng i grafene, når grafene ikke har gode nok forklaringer til grafene, verken i teksten eller figurteksten? Læreboken presenterer mer kompliserte og misledende grafer til elevene, enn EEA gjør for å opplyse samfunnsborgerne.

5.3 Hovedfunn 3: Lav forekomst av grafer i naturfagsbøker

Grafer i naturfag er mulighet for benytte seg av matematikk på en tverrfaglig måte. Shah og Hoeffner (2002) sier at eleven gjennom denne type undervisning kan anvende graflesing i virkelige kontekster, og lære seg å være kritisk til informasjonsformidling. Dessverre er det få grafer i naturfagsbøkene på 9. trinn. Dette begrenser mulighetene for tverrfaglig læring og utvikling av kritisk tenkning. Niss og Jensen (2002, s. 67) sier elevene lærer gjennom å anvende matematikk i hverdagslige og samfunnsaktuelle tema å utvikle *overblikk og dømmekraft*. Grafer med virkelighetsdata er viktige å forstå, fordi de presenterer en ikke-matematiske situasjoner med matematisk språk. Stortings meldingen 28 ((2015-2016), s. 5) uttrykker at kunnskapen elevene får er avgjørende for arbeidslivet og for å håndtere viktige utfordringer i samfunnet. Bøkene inneholdt bare noen få grafer, hovedsakelig i temaet; *jorda og livet på jorda*. Etter min oppfattelse bør flere grafer inkluderes i flere av kjerneelementene, slik at elevene får øvd seg på å forstå grafer innenfor andre områder.

6. Konklusjon

I denne oppgaven har jeg undersøkt hvordan 10. trinnselevers matematiske kompetanse kommer til uttrykk i møte med virkelighetsdata framstilt i grafer i naturfagsbøker. Jeg vil nå oppsummere hovedfunnene og kommer med oppfordringer til lærere og lærebokforfattere.

6.1 Matematiske kompetanser som uttrykkes i møte med grafer i naturfaglig kontekst
Studien viser at elevene bruker ulike kompetanser basert på hvilket nivå av grafforståelse oppgavene spør etter. Representasjons- og hjelpemiddelkompetanse er mest utpreget i nivå 1, og til lengre ut i nivåene man kommer jo mer blir modelleringskompetanse og resonneringskompetanse tatt i bruk. Det er en tydelig sammenheng mellom nivåforklaringene til Curcio og Shaughnessey (2001/2007), og elevenes anvendelse av kompetanser i møte med grafene innenfor nivåene. I tillegg til at elevene har vist at de kan anvende de «riktige» matematiske kompetansene innenfor nivåene, svarte elevene også stort sett riktig på oppgavene, selv om kvaliteten i svarene falt utover nivåene. Studien viser også at elevene brukte flere av de samme kompetansene innenfor nivåene, uavhengig av om de ga et svar av lavere eller høyere kvalitet.

Elevene hadde noen ganger vanskeligheter med å forklare viktige forhold i grafene. Enkelte ganger kan det virke som at elevene har forstått hva grafen fremstilte, men at det var problemer med å uttrykke grafens innhold verbalt. Andre ganger tydet problemene på at grafene var preget av lav egenskapstetthet og kompleks matematikk, som skapte problemer for elevene å tolke grafen på riktig måte. Som et resultat av det sistnevnte, mistet elevene noen av de viktige poengene i grafen. Poeng som elevene burde forstå, men også poeng man ikke kan forvente at folk uten omfattende kunnskaper på fagfeltet forstår.

Ut ifra resultatene i studien, kan det konkluderes med at disse 10.- trinnselevene anvender ulike matematiske kompetanser, avhengig av hva de ser etter i grafene. Det er tydelig at elevene har en dyp forståelse av grafer, som gir dem mulighet til å få oversikt over ikke-matematiske situasjoner som blir fremstilt i grafer i naturfag. Funnene kan også tyde på at elevene vet hvordan å lese og tolke grafer i andre kontekster. Elevene resonnerer både matematisk, men også argumenterte rundt den naturfaglige situasjonen som ble presentert. Totalt viser studien at 10.- trinnselevene møtte grafene med den matematiske kompetansen som trengtes for å lese grafene i naturfagsboken. Samtidig er det rom for forbedring; både i

hvordan elevene uttrykke informasjon i grafene verbalt, og i hvordan grafene blir presentert i naturfagsboken.

Studien avdekker også at forekomsten av grafer i naturfagslærebøker er lav. Dette begrenser elevenes muligheter til å utvikle kritisk tenkning og vurdering av virkelighetsnære grafer, i naturfag.

6.2 Oppfordring til lærere og lærebokforfattere

Ut fra studien ser jeg et behov for at lærere og lærebokforfattere øker sin bevissthet rundt presentasjonen av grafer i naturfag.

- Naturfagslærere bør være oppmerksomme på hvordan grafene blir presentert i lærebøkene. De bør være bevisste på hvilken avansert matematikk som kan ligge bak grafene, slik at de kan hjelpe elevene til å forstå og tolke grafene riktig.
- Matematikk- og naturfagslærere bør øke fokuset på å uttrykke informasjonen i virkelighetsgrafene verbalt i undervisning.
- Matematikk- og naturfagundervisning bør involvere virkelighetsdata oftere. Det gir mulighet for dybdebæring og tverrfaglig arbeid, som elevene enklere kan anvende i andre settinger nå og senere i livet.
- Lærebokforfattere bør være bevisste på hvordan de kan fremstille grafene og beskrive dem i naturfagslærebøkene slik at elevene enkelt kan forstå dem.

6.3 Begrensinger for studien

En begrensning for studien er at resultatene kan være feilaktige, ettersom subjektive vurderinger ble gjort av elevenes kompetansebruk og av kvaliteten til elevenes besvarelser. Jeg kan ubevisst ha søkt etter spesifikke kompetanser i elevbesvarelsene basert på nivåbeskrivelsene til Curcio og Shaughnessey. En annen begrensning for studien er intervjumetoden. Hvordan elevene faktisk møter grafene i naturfagsbøkene, kan være ganske annerledes enn hvordan de møtte dem i intervjuet hvor de fikk matematiske oppgaver.

6.4 Ideer til videre forskning

Studien har sett på hvordan fem elever møtte virkelighetsdata i grafer i naturfagsbøker, hvor deres nivå av faglig bakgrunnskunnskaper i matematikk og naturfag var uvisst. Det ville vært

interessant å sett hvordan elever med ulike matematisk og naturfaglig nivåer møter virkelighetsdata i naturfag. Studiens bemerkning om hvordan lav egenskapstetthet og verbalrepresentasjon skapte utfordringer, kunne være aktuell å undersøke med en kvantitativ studie, for å se på om utfordringene er typiske for elever som møter slike grafer. Det kan også være spennende å se om problemene oppstår på andre fagområder. Jeg oppfattet også i gjennomgangen av lærebøkene at de mangler gode forklaringer til grafene de presenterer, og kunne vært interessant å sett på om er tilfellet i flere lærebøker. I tillegg til å se på hvor stor tillitt lærere har til lærebøkene, og slik de formidler informasjon.

Referanseliste:

- Arntzen, M., Fægir, K., Fossetøl, K. O. & Bækkedal, K. S. (2021). *Element 9*. Gyldendal.
- Adu-Gyamfi, K., Bossé, J. M. & Stiff, V. L. (2012). Lost in translation: Examining translation errors associated with mathematical representations. *School Science and Mathematics*, 112(3), 159 – 170. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2011.00129.x>
- Bergem, O. K., Kaarstein, H. & Nilsen, T. (Red.). (2016). *Vi kan lykkes i realfag. Resultater og analyser fra TIMSS 2015*. Universitetsforlaget.
doi.org/10.18261/97882150279999-2016
- Bertin, J. (2010). *Semiologi of graphics: diagrams, network, maps*. Esri Press
- Bolstad, B. (2020). *Dybdelæring og tverrfaglighet*. Pedlex
- Boote, S. K (2014). Assessing and understanding line graph interpretations using a scoring rubric of organized cited factors. *Journal of Science Teacher Education*, 25(3), 333-354. <https://doi.org/10.1007/s10972-012-9318-8>
- Bossé, J. M., Adu-Gyamfi, K. & Cheetham, R. M. (2011). Assessing the difficulty of mathematical translations: synthesizing the literature and novel findings. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 6(3), 113 – 133.
<https://doi.org/10.29333/iejme/264>
- Brinkmann, S. & Kvale, S. (2015). *InterViews: Learning the craft of qualitative reasearch interviewing*. (3. Utg.). SAGE
- Brinkmann, S. & Tanggaard, L. (2022). *Kvalitative metoder: Empiri og troriutvikling*. Gyldendal
- Cabello, F. & O'Hora, D. (2002). Addressing the Limitations of Protocol Analysis in the Study of Complex Human Behavior. *International Journal of Psychology and Psychological Therapy* 2(2), 115-130.
- Carpenter, P. A., & Shah, P. (1998). A model of the perceptual and conceptual processes in graph comprehension. *Journal of Experimental Psychology Applied*, 4(2), 75–100
<https://doi.org/10.1037/1076-898X.4.2.75>
- Curcio, R. F. (2001). *Developing data-Graph comprehension in Grades K-8*. (2. utg.). National council of teachers of mathematics
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education*. (6. utg.). Taylor and Francis
- Dalland, O. (2017). *Metode og oppgaveskriving*. Gyldendal, (6. Utg.).

- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1), 103-131.
<https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Ericsson, K. A. (2006). Protocol Analysis and Expert Thought: Concurrent Verbalizations of Thinking during Experts' Performance on Representative Tasks. I K. A. Ericsson, N. Charness, P. J. Feltovich, & R. R. Hoffman (Red.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance* (s. 223–241).
<https://doi.org/10.1017/CBO9780511816796.013>
- European Environment Agency. (2019, 20. mars). Atmospheric concentration of carbon dioxide. European Environment Agency. [https://www.eea.europa.eu/data-and-maps/daviz/atmospheric-concentration-of-carbon-dioxide-4#tab-chart_5_filters=%7B%22rowFilters%22%3A%7B%7D%3B%22columnFilters%22%3A%7B%22pre_config_pollutant%22%3A%5B%22CO2%20\(PPM\)%22%5D%7D%7D](https://www.eea.europa.eu/data-and-maps/daviz/atmospheric-concentration-of-carbon-dioxide-4#tab-chart_5_filters=%7B%22rowFilters%22%3A%7B%7D%3B%22columnFilters%22%3A%7B%22pre_config_pollutant%22%3A%5B%22CO2%20(PPM)%22%5D%7D%7D)
- European Environment Agency. (2020, 30. september). Global average air temperature anomalies. European Environment Agency. <https://www.eea.europa.eu/data-and-maps/daviz/global-average-air-temperature-anomalies-6/#tab-dashboard-01>
- Faiz, K. W. & Kristoffersen, E. S. (2017). Virkelighetsdata. *Tidsskrift for Den norske legeforening*. DOI: 10.4045/tidsskr.17.0574
- Friel, S. N., Curcio, F. R. & Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education* 32(2), 124-158. <https://doi.org/10.2307/749671>
- Gergers, T. F., Kalleson, E., Rosness, S. H. & Skarshaug, S. (2021). *Solaris: Naturfag 9*. Aschehoug
- Goldin, G. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in math ed research. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (s. 517-545). Lawrence Erlbaum Associates.
- Guthrie, J. T., Weber, S., & Kimmerly, N. (1993). Searching documents: Cognitive processes and deficits in understanding graphs, tables, and illustrations. *Contemporary Educational Psychology*, 18(2), 186–221. <https://doi.org/10.1006/ceps.1993.1017>
- Humstad, K. & Kalinina K. (2022, 11. desember). Her snakkar dei i heile mattetimen – gir veldig gode resultat. *NRK*. https://www.nrk.no/tromsogfinnmark/brukar-annleis-metodar-for-a-undervise-i-matte-_far-overraskande-gode-resultat-1.16199767
- Jørgensen, G. (2023, 20. mars). Meiner tavler i klasserommet gjer dei betre i matte. *NRK*.

- https://www.nrk.no/rogaland/meiner-det-_tenkende-klasserom_-og-tavler-i-klasserommet-gjer-elevane-betre-i-matte-1.16333802
- Kaarstein, H., Radišić, J., Lehre, A.C., Nilsen, T. & Bergem, O.K. (2020). *TIMSS 2019. Kortrapport*. Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, Universitetet i Oslo.
- Kunnskapsdepartementet (2019). *Læreplan i Matematikk 1–10 (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/>
- Kunnskapsdepartementet (2019). *Læreplan i Naturfag (NAT01-04)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/nat01-04/>
- Kunnskapsdepartementet (2017). Overordnet del: Grunnleggende ferdigheter <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/>
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). The strands of mathematical proficiency. I J. Kilpatrick, J. Swafford & B. Findell (Red.), *Adding it up: Helping children learn*. (s. 115-156). Mathematics National Academy of Sciences
- Lohse, G. L. (1993). A cognitive model for understanding graphical perception. *Human-Computer Interaction*, 8(4), 353-388. https://doi.org/10.1207/s15327051hci0804_3
- Lucas, F. W. (1999). Mathematical modeling. I D.R. Shier & K. T. Wallenius (Red.), *Applied mathematical modeling: A multidisciplinary approach* (s. 5-8). Chapman & Hall/CRC. <https://doi.org/10.1201/9780367802363>
- Liljedahl, P. (2016). Building thinking classrooms: Conditions for problem-solving. I P. Felmer, E. Pehkonen & J. Kilpatrick, (Red.) *Posing and solving mathematical problems. Research in Mathematics Education* (s. 361- 386). Springer https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_21
- MacDonald-Ross, M. (1977). How numbers are shown: A review of research on the presentation of quantitative data in texts. *AV Communication Review*, 25(4), 359–409 <https://doi.org/10.1007/BF02769746>
- Meld. St. 28 (2015-2016). *Fag – Fordypning – Forståelse: En fornyelse av kunnskapsløftet*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/sec1?q=ambisjon>
- NESH (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora* (5. utg.). <https://hdl.handle.net/11250/3053460>
- Nikolaisen, P. (2014, 31. mars). Den farligste klimagassen måles ikke. *Teknisk ukeblad*. <https://www.tu.no/artikler/den-farligste-klimagassen-males-ikke/232037>

- Niss, M. & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Springer Nature*, 102, 9-28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>
- Niss, M., & Jensen, T. H. (Red.). (2002). *Kompetencer og matematiklæring—Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18.
- NOU 2015: 8. (2015). *Fremtidens skole: Fornyelse av fag og kompetanser*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/?ch=2>
- Parmar, R. S., & Signer, B. R. (2005). Sources of error in constructing and interpreting graphs: A study of fourth- and fifth-grade students with LD. *Journal of Learning Disabilities*, 38(3), 250–261. <https://doi.org/10.1177/00222194050380030601>
- Planinic, M., Milin-Sipus, Z., Katic, H., Susac, A. & Ivanjek, L. (2012). Comparing student understanding of line graph slope in physics and mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(6), 1393-1414. <https://doi.org/10.1007/s10763-012-9344-1>
- Postholm, M. & Jacobsen, D. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.
- Potgieter, M., Harding, A. & Engelbrecht, J. (2008). Transfer of algebraic and graphical thinking between mathematics and chemistry. *Journal of Research in science teaching*. 45(2), 197–218. <https://doi.org/10.1002/tea.20208>
- Rasmussen, I., & Lund, A. (2015). Læringsressurser og lærerrollen – et partnerskap i endring? *Acta Didactica Norge*, 9(1), Art. 18, 20 sider. <https://doi.org/10.5617/adno.2352>
- Roth, W. & Bowen, G. M. (2003). When are graphs worth ten thousand words? An expert-expert study. *Cognition and Instruction*, 21(4), 429-473. https://doi.org/10.1207/s1532690xci2104_3
- Shah, P. & Hoeffner, J. (2002). Review of graph comprehension research: Implications for instruction. *Educational Psychology Review*, 14(1), 46-69. <https://doi.org/10.1023/A:1013180410169>
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 957-1009). The National Council of Teachers of Mathematics
- Skemp, R. R. (2006). Relational understanding and instrumental understanding.

Mathematics teaching in the middle school, 12(2), 88-95.

<https://doi.org/10.5951/AT.26.3.0009>

Steineger, E. & Wahl, A. (2020). *Naturfag 9*. Cappelen Damm.

Sutton, C. (1998). New perspectives on language in science. I B. Fraser & K. Tobin (Red.),
International handbook of science education (s. 27-39). Kluwer Academic Publishers

Tjora, A. (2013). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis*. (2. utg.). Gyldendal akademisk.

Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *ETS Report Research Series 1992*, 4-
20. <https://doi.org/10.1002/j.2333-8504.1992.tb01443.x>

Vedlegg

Vedlegg 1: Godkjenning fra Sikt

19.05.2023, 11:09

Meldeskjema for behandling av personopplysninger



[Meldeskjema](#) / [Matematisk forståelse i naturfaglig kontekst](#) / Vurdering

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer
409940

Vurderingstype
Standard

Dato
26.10.2022

Prosjekttittel
Matematisk forståelse i naturfaglig kontekst

Behandlingsansvarlig institusjon
NLA Høgskolen AS

Prosjektansvarlig
Torbjørn Aadland

Student
Bjørn Elin Vasshus

Prosjektperiode
31.08.2022 - 31.12.2023

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 31.12.2023.

[Meldeskjema](#)

Kommentar
OM VURDERINGEN
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG
Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skyklaring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 31.12.2023.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen

formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål

dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet

lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

Ved bruk av databehandler (spørreskjemaleverandør, skylagring, videosamtale o.l.) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

<https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema>. Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Anne Lene L. Nymoen

Lykke til med prosjektet!

Vil du delta i forskningsprosjektet

Matematisk forståelse i naturfaglig kontekst?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se hvordan elever anvender matematikk i møte med grafer i naturfag. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Formålet er å se om elever forstår statistiske grafer i naturfaget. Matematikk og naturfag er knyttet sterkt sammen, og spørsmålet er om elevene har matematisk forståelse for å kunne forstå grafer som blir presentert i naturfagsbøker. Problemstillingen for masteroppgaven er:

Hvordan kommer 10 trinnss elevers matematiske kompetanse til uttrykk i møte med grafisk fremstilling av virkelig data i naturfagsbøker?

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Torbjørn Aadland er ansvarlig for prosjektet. Bjørg Elin er studenten som vil gjennomføre undersøkelsen.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Siden du går i 10. klasse har du fått den kompetansen om grafer og statistikk som er beskrevet at du skal ha etter endt undervisning i 9.klasse. Dermed har forutsetning for å kunne forstå grafene som blir presentert i naturfagsbøker utarbeidet for 9. og 10. trinn. Hvis du vil bli med på undersøkelsen skriver du under på dette arket. Forskeren vil trekke ut tilfeldig blant de som ønsker å bli med i forskningsprosjektet for hvem av dem som skal delta.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta innebærer det at du blir intervjuet imens du løser oppgaver. Intervjuet vil vare max 45 minutter. Du vil få ulike grafer som du skal beskrive det du ser og forstår ut fra grafen. Deretter vil du få et utdrag fra læreboken grafene er hentet fra. Du skal få lese teksten og så fortelle igjen hva du forstår av grafen (om du forstår noe nytt, eller noe bedre, er blitt mer usikker og lignende). Intervjuet vil bli tatt opp med video. Kameraet skal settes opp slik at grafoppgaven er i fokus. Foreldre kan få se oppgaveheftet med intervjuguide på forhånd om det er ønskelig ved å kontakte forskeren på kontaktinformasjonen nederst.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Forskningen gjennomføres på grupperom samtidig som ordinær undervisning skjer i klasserommet. Om du ønsker å trekke deg vil du gå tilbake til undervisningen med klassen.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Vi som utfører prosjektet vil ha tilgang til opplysningene om deg. Datamaterialet vil bli lagret på en egen datamaskin med passord på nettsky med tofaktorsystem. Vi vil bare bruke informasjonen om deg til å finne ut hvordan du bruker matematikk når du møter matematiske grafer i naturfag. Informasjonen om deg vil ikke deles med andre. Dataene vil transkriberes til tekst og du vil ikke gjenkjennes gjennom publisasjon. Jeg skal passe på at ingen kan kjenne deg igjen når jeg skriver masteroppgaven. Jeg vil for eksempel finne opp et annet navn når vi skriver om deg. Navnet og kontaktopplysningene dine vil jeg erstatte med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?

Prosjektet vil etter planen avsluttes 22. mai, 2023. Etter prosjektslutt vil datamaterialet med dine personopplysninger slettes.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra SIKT har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Bjørg Elin Vasshus på epost Bjorg.elin.vasshus@gmial.com eller på mobil: 90 67 02 24

Eller

- NLA høyskolen ved prosjektansvarlig/veileder Torbjørn Aadland på epost: Torbjorn.Aadland@nla.no eller på telefon: 47 23 20 90
- Vårt personvernombud: Ingrid-Johanne Gamlem Njau, telefon: 55 54 07 49, mail: personvernombud@nla.no

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Torbjørn Aasland

Prosjektansvarlig/Veileder

Bjørg Elin Vasshus

Student

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Matematisk forståelse i naturfaglig kontekst*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

☐ å delta i oppgaveintervjuet

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signering av foreldre for barn under 16 år, dato)

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 3: Intervjuguide

Intervjuguide

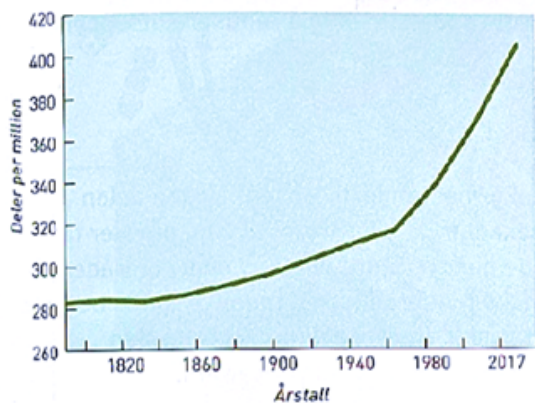
Hvilken naturfagsbok bruker dere nå?

Kjenner du igjen noen av disse grafene fra før?

Oppgave 1a

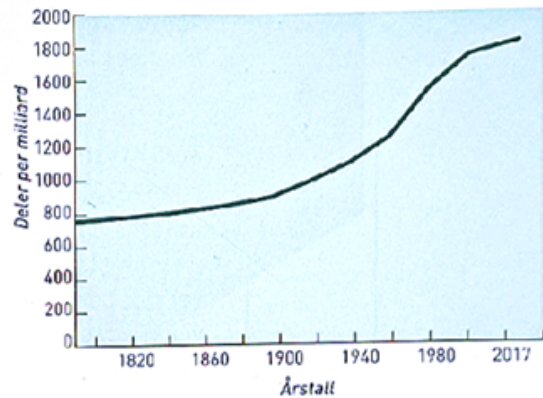
Eleven får bilde av grafen:

Historisk utvikling av drivhusgassen
karbondioksid (CO_2)



Kilde: Det europeiske miljøbyrået (EEA)

Historisk utvikling av drivhusgassen
metan (CH_4)



Kilde: Det europeiske miljøbyrået (EEA)

Spørsmål forskeren stiller eleven:

Spørsmål for å teste nivå 1: Lese data

Hva er det x aksten forteller oss? Hva forteller y aksten?

Hva lå innholdet av karbondioksid i atmosfæren på i 1820?

Hva lå innholdet av karbondioksid i atmosfæren på i 1920?

Når var innholdet av karbondioksid i atmosfæren 320 deler per million?

Når var innholdet av metan i atmosfæren 1200 deler per milliard?

Hva lå innholdet av metanen i atmosfæren på i 1920?

Spørsmål for å teste nivå 2: Lese mellom data

Hva skjer mellom 1840 og 1940, sammenlignet med 1800 og 1840?

Hvilken graf viser størst økning av drivhusgassen?

Når er det kraftigst økning av drivhusgasser i atmosfæren?

Er det en sammenheng mellom økningen av drivhusgassene?

Hva er det grafene viser generelt sett?

Spørsmål for å teste nivå 3: Lese utenfor dataene

Hvordan vil grafene se ut i dag i 2023, og i 2050? Tegn opp og forklar hvorfor

Spørsmål for å teste nivå 4: Lese bakenfor dataene.

Hvor kan målingen komme fra, hvordan har de målt innholdet i atmosfæren på 1800 tallet? Hvor sikre kan disse målingen være?

Kurven i grafene er fargelagt i ulike farger. Hva synes du om fargevalget? Ville du brukt samme farger?

Hva tenker du om valg av samme x akse og ulik y akse? Hva gjør dette med hvordan du ser forstår grafene?

Kunne grafene vært satt inn i samme koordinatsystem? Hvorfor eller hvorfor ikke?

Kan du beskrive hvordan de ville sett ut?

Hva betyr at drivhusgasser er i «deler per million» og «deler per milliard»?

Oppgave 1b

Hvordan synes du at grafen passer til det som står på denne siden?

Hvordan forstår du det grafen fremstiller nå når du har lest teksten?

Hvordan synes du grafen fremstiller dataene/informasjonen?

Hva tenker du om det grafen fremstiller?

Er det noe som er lettere å forstå av grafen etter å ha lest teksten? I så fall hva?

Er det noe du ikke forstår med grafen som teksten heller ikke kan svare deg på? I så fall hva?

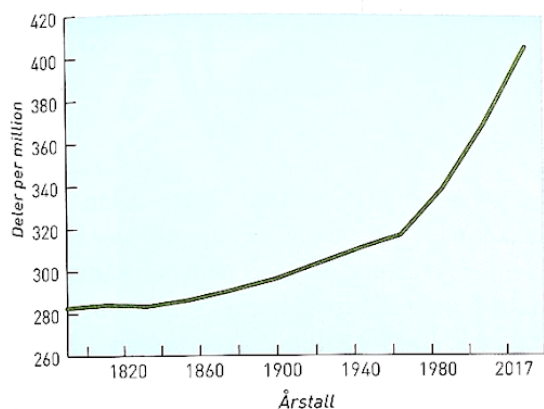
Hvordan henger grafen sammen med det står i boka?

Utslipp av drivhusgasser

Drivhusgassene karbondioksid, metan og lystgass finnes naturlig i atmosfæren. Større mengder av disse gassene påvirker klimaet ved å virke inn på jordas energibalanse, og derfor kaller vi disse drivhusgassene *klimagasser*. Siden 1800-tallet har mengden av disse gassene i atmosfæren økt dramatisk på grunn av menneskeskapte utslipp. Mengden karbondioksid i atmosfæren er større i dag enn den har vært de siste tre millioner årene.

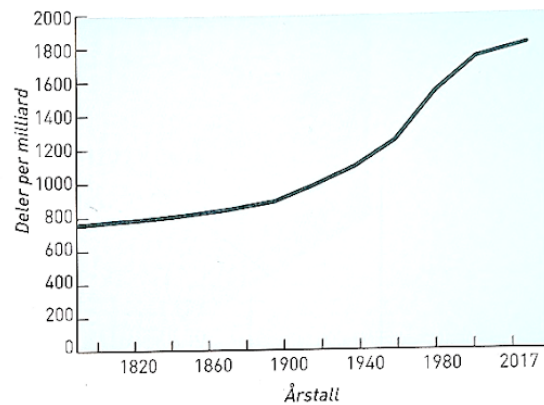
Den økte mengden drivhusgasser i atmosfæren har ført til at gjennomsnittstemperaturen på jorda har steget raskt det siste århundret. Klimaforskere prøver å beregne hvordan gjennomsnittstemperaturen på jorda vil utvikle seg også de neste hundre årene. De tror temperaturen vil fortsette å stige, men hvor stor temperaturøkningen blir, avhenger av hvor mye klimagasser som slippes ut.

Historisk utvikling av drivhusgassen karbondioksid (CO_2)



Kilde: Det europeiske miljøbyrået (EEA)

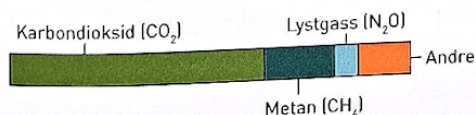
Historisk utvikling av drivhusgassen metan (CH_4)



Kilde: Det europeiske miljøbyrået (EEA)

Grafene over viser at mengden karbondioksid og metan i atmosfæren har økt mye de siste to hundre årene. Legg merke til at konsentrasjonen av karbondioksid måles i deler per million, som i denne sammenhengen betyr antall molekyler per million, mens metan måles i deler per milliard. Så selv om det har blitt mer av begge stoffene, er det fortsatt mye mer karbondioksid enn metan i atmosfæren.

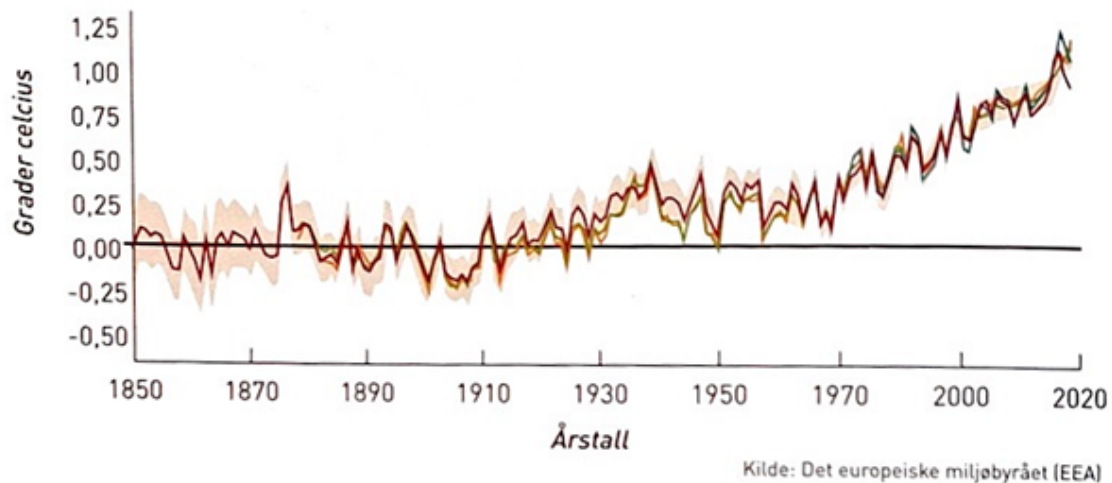
Det er også andre stoffer som har bidratt til økt drivhuseffekt. Under ser du i hvor stor grad de ulike menneskeskapte utslippene har bidratt til global oppvarming. Karbondioksid har bidratt mer enn alle andre drivhusgasser til sammen.



Oppgave 2a

Bilde av grafen deltakeren får:

Temperaturstigningen siden midten av 1800-tallet



Spørsmål forskeren vil stille deltakeren:

Spørsmål for teste nivå 1: Lese data

Hva forteller x og y aksen?

Hva skal den horisontale grafen forestille?

Når har temperaturen vært det samme som på 1850 tallet?

Hvor mange grader har temperaturen steget i 2020 i forhold til midten av 1800 tallet?

Spørsmål for å teste nivå 2: Lese mellom data

Fra 2000 til 2020, hvor mye har temperaturen økt?

Hvilke 20-års perioder av fra 1850 til 2020 ser ut til å passe best til den horisontale grafen?

Hvis du skulle tatt utgangspunkt i datamålingene (1930 – 1950) for å lage en gjennomsnittstemperatur, hvor ville du lagt den horisontale grafen?

Hva vil grafen vil fortelle og vise oss?

Spørsmål for å teste nivå 3: Lese utenfor dataene

Hvor tror du avviket fra den horisontale grafen vil ligge på hvis grafen vil fortsette i den trenden den er i, i 2040 og 2080? Hvorfor? Tegn opp på arket.

Spørsmål for å teste nivå 4: Lese bakenfor dataene.

Hvorfor tror du det er det flere grafer med ulike farger her?

Hva skal det skyggelagt bak grafene forestille tror du?

Hvorfor tror du grafen starter på 1850, og ikke før?

Hvorfor har de tatt utgangspunkt i 1850 som gjennomsnittstemperatur tror du?

Oppgave 2b

Hvordan synes du grafen beskriver det som står i boka?

Hvordan henger grafen sammen med det står i boka?

Hvordan synes du grafen fremstiller dataene/informasjonen?

Hva tenker du om det grafen fremstiller?

Er det noe som er lettere å forstå av grafen etter å ha lest teksten? I så fall hva?
Er det noe du ikke forstår med grafen som heller ikke teksten kan svare deg på? I så fall hva?

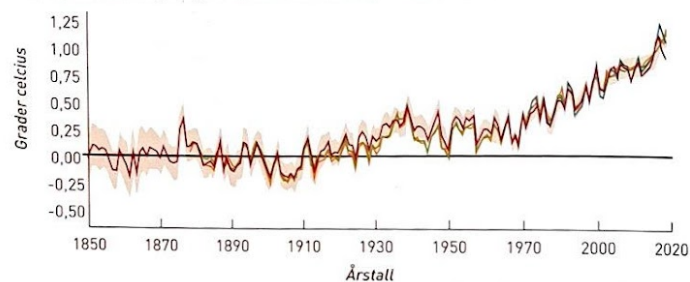


Årsaker til global oppvarming

Du har kanskje hørt at det er vi mennesker som har ansvaret for at det i dag foregår en global oppvarming av jordkloden. Men hva er det vi driver med som fører til dette, og hvor mye stiger egentlig gjennomsnittstemperaturen på jorda?

Siden slutten av 1800-tallet har gjennomsnittstemperaturen på jorda steget med over én grad. Forskning viser at hovedårsaken til dette er menneskeskapte utslipp av gasser som forsterker drivhus-effekten. Drivhusgassene kommer fra mange ulike kilder. Utslipp fra kjøretøy, matproduksjon, hogst, klesproduksjon og annen industri bidrar alle til global oppvarming.

Temperaturstigningen siden midten av 1800-tallet



Kilde: Det europeiske miljøbyrået (EEA)

▲ Gjennomsnittstemperaturen på jorda har steget over én grad celsius siden slutten av 1800-tallet. Grafen har flere linjer i seg fordi den viser beregninger fra flere ulike forskere.

Oppgave 3

Spørsmål forskeren stiller elevene:

Henger grafene fra oppgave 1 sammen med grafen i oppgave 2? Hvorfor/hvorfor ikke?

Etter undersøkelsen:

I undervisning i naturfag, har dere lest og fulgt naturfagsboken mye?

Kan du huske om dere har hatt undervisning om temaet bærekraftig utvikling og klima?

Kan du huske om dere har snakket eller jobbet med slike grafer i naturfag?

Hvis ja, hvordan har dere snakket/jobbet med grafene da?

I naturfagundervisningen dere har hatt, kan du huske om dere har snakket om grafene som dere ser i lærebøker eller i nyhetssaker? Kan du huske hva grafene har handlet om?

Hvordan har dere jobbet med grafer og statistikk i matematikk? Hvilke type grafer? Har dere lest grafer, laget grafer?

Hvordan har du opplevd å bli intervjuet samtidig som du skulle løse oppgavene?
Hvordan var oppgavene synes du? Hvorfor?

Var det noe du syntes var enklere enn andre deler av oppgavene?
Hvis noe var vanskelig, når var det det var vanskelig og hvorfor?

Vedlegg 4: Veiledende kvalitetssvar

Graf 1

Lokale undersøkelser

Nivå 1: Lese av data

Hva forteller aksene deg?

H) De forteller hvilke år målingene er gjort, og hvor mange deler per million og per milliard det er av CO₂ og metan i atmosfæren de ulike årene.

L) De foreller årstall og deler per million, deler per milliard.

Hva lå innholdet av karbondioksid i atmosfæren på i 1820?

H) I 1820 var det rundt 285 deler per million av karbondioksid. (+/-5)

L) Rundt 285 (+/-5)

Hva lå innholdet av karbondioksid på i 1920?

H) I 1920, var innholdet av karbondioksid på rundt 305 deler per million

L) 305.

Når var innholdet av karbondioksid 320 deler per million?

H) Innholdet av karbondioksid var 320 deler per million ble målt rundt 1965. (+/- 5 år)

L) 1965. (+/- 5 år)

Når var innholdet av metan 1200 deler per milliard?

H) Når innholdet av metan var på 1200 deler per million var rundt år 1955 (+/- 5)

L) 1955 (+/-5)

Hva lå innholdet av metanens på i 1920?

H) i 1920 var metanens innhold på rundt 1000 deler per milliard.

L) rundt 1000

Globale undersøkelser

Nivå 2: Lese mellom data

Hva skjer mellom 1800 og 1840, sammenlignet med 1840 og 1940?

H) CO₂ sin utvikling de første 40 årene har vært relativt stabilt. Men i perioden 1840 til 1940 som er en lengre periode har den økt med 30 deler per million som er kraftigere enn den første perioden.

Metanutviklingen har også økt noe, men er ganske flat og stabil ifra 1800 til 1840. Fra 1840 til 1940 ser vi at den har økt med 300 deler per milliard og har hatt en kraftig økning i forhold til den forrige perioden. Begge grafene er ganske stabile de 1800 til 1840 og øker kraftig i 1840 til 1940.

L) Ifra 1800 til 1840 skjer det ikke så mye endring, og i 1840 til 1940 stiger de.

Hvilken graf viser størst økning av drivhusgassen?

H) Grafen om karbondioksid viser størst økning. Den har 380 deler per million, og startet på 280 deler per million. Grafen er hundre deler per million som er større enn hundre deler av en milliard.

L) Karbondioksid.

Når er det kraftigst økning av drivhusgasser i atmosfæren?

H) Vi ser det bratteste partiet i kurven til metangass i årene 1960 – 1970 (+5), og på karbondioksid er det bratteste partiet rundt 1990 til 2017 (+5).

L) Metangass i 1960 til 1970, og karbondioksid 1990 til 2017.

Er det en sammenheng mellom økningen av drivhusgassene?

H) Ja, begge grafene kan vi se øker gjennom årene. Og at det blir kraftigere økning av gassene rundt samme årstall, 1980, og er ganske stabile begge på starten av 1800 tallet.

L) Ja, begge stiger.

Hva er formålet til grafene? Hva vil grafen vise oss?

H) Grafene vil vise oss at det skjedd en økning av drivhusgassene. Og økningen har blitt kraftigere de siste 40 årene.

L) Vise utvikling av drivhusgasser. (det som står som overskrift)

Nivå 3: Lese utenfor dataene

Hvordan vil grafene se ut i dag i 2022? Tegn opp og forklar hvorfor

H) Grafen vil fortsette trolig i den retningen den går i nå, opp til 420 deler karbondioksid per million, og 2000 deler metan per milliard, om man ikke gjør endringer for å hindre utslipp. Men dersom vi gjør endringer eller endringer allerede er gjort så vil det være mulig å minske innholdet. Og da vil grafen etterhvert sakte med sikkert gå nedover eller holdes stabil.

L) Den vil fortsette å øke. Den vil avta om vi lager tiltak. Grafen de tegner viser økning eller avtaking, men ikke så bevist på plassering i forhold til x og y -akse.

Nivå 4: Lese bakenfor dataene

Kunne grafene vært satt inn i samme koordinatsystem? Hvorfor eller hvorfor ikke?

Kan du beskrive hvordan de ville sett ut?

H) Ja, men da måtte man gjort om til samme måleenhet og man ville sett at karbondioksidgass ville vært betraktelig større andel av utslippet. Siden det er mer av karbondioksid i atmosfæren naturlig er det naturlig at grafen vil ha høyere verdier enn metan.

L. Ja den ville ha hatt større og tydeligere avstand mellom grafene.

Hva betyr at drivhusgasser er i «deler per million» og «deler per milliard»?

H) det betyr at noe er målt i en helhet av en million, hvor mange molekyler det er av en drivhusgass av en helhet på en million. Det samme gjelder for deler per milliard, hvor man måler en drivhusgass etter hvor stor del den gassen er i molekyler av en helhet av en milliard.

L) måler hvor stor del noe er av en million, eller hvor stor del den er av en milliard.

Graf 2

Lokale undersøkelser

Nivå 1: Lese data

Hva forteller x og y akse?

H) x-aksen forteller om årstall målingene er gjort, og y-aksen forteller om temperaturendring i celsius.

L) Årstall og grader celsius.

Hva skal den konstante grafen forestille?

H) Den skal forestille en gjennomsnittlig temperatur på 1800 tallet.

L) En gjennomsnittlig temperatur. Normal temperatur.

Når har temperaturen vært det samme som på 1850 tallet?

H) Nevner at det er flere ganger, peker på hvor den krysser den konstante grafen. Årstall hvor det krysses er mange, noen er rundt disse årstallene: 1855, 1860, 1865, 1867, 1870, 1873, 1882, 1885, 1887, 1890, 1892, 1894, 1898, 1902, 1910, 1913, 1920, 1925, 1928, 1950.

L) Peker og sier noen få årstall.

Hvor mange grader har temperaturen steget i 2020 i forhold til midten av 1800 tallet?

H) Fra 1800 tallet frem til i dag har det skjedd en økning på rundt 1 til 1,25 grader celsius, alt etter hvilken av grafene man leser av på.

L) 1 eller 1,25 grad.

Globale undersøkelser

Nivå 2: Lese mellom data

Fra 2000 til 2020, hvor mye har temperaturen økt?

H) Ifra 2000 til 2020 har det økt mellom 0,25 og 0,50 grader, det kommer an på hvilken graf man tar utgangspunkt i de ulike årene.

L) 0,25 eller 0,50 grader

Hva er formålet til grafen? Hva vil grafen vise oss?

H) Grafen viser temperaturstigningen siden midten 1800 tallet. Den vil vise at det har skjedd en økning i temperaturen og blir bare stadig varmere om vi fortsetter i den retningen vi er i. Vi nærmer oss + 1,5 grader. Vi kan også se at det er naturlig at det er perioder hvor temperaturene veksler mellom noen varmere og kaldere perioder, men at det like vel på stross av svingningene viser en gradvis økning fra gjennomsnittstemperaturen fra 1800 tallet.

L) Grafen viser temperaturstigningen siden midten 1800 tallet. Endring i temperatur.

Hvilke 20-års perioder av fra 1850 til 2020 ser ut til å passe best til den horisontale linjen?

H) Perioden 1850 – 1870, men også 1870 til 1890. hvor grafen ofte ligger rundt den horisontale linjen, som er null.

L) 1850 - 1870

Hvor ville du lagt den konstante linjen om man skulle ta utgangspunkt i målingene i perioden 1930 – 1950?

H) det laveste punktet i denne perioden ligger på 0, mens de høyeste punktene ligger rett over 0,5. Det vil være naturlig å legge det som en gjennomsnittsverdi mellom laveste og høyeste verdi så en plass rundt 0,25.

L) Rundt 0,25

Nivå 3: Lese utenfor dataene

Hvor tror du avviket fra den konstante grafen vil ligge på hvis grafen vil fortsette i den trenden den er i, i 2040 og 2080? Hvorfor? Tegn opp på arket.

H) Kommer med grader, årstall, forklaring til hvorfor

L) Tegner opp uten å si noe om grader og år

Nivå 4: Lese bakenfor dataene

Hvorfor tror du det er det flere grafer med ulike farger her?

H) Forskjellige målinger gjort av ulike forskere/forskergrupper, fargene er for å vise at det er ulike folk som har forsket og har kommet frem til ulike resultater.

L) Forskjellige målinger

Hva skal det skyggelagt bak grafene forestille tror du?

H) Skyggen skal forestille en øvre og nedre anslått verdi for det aktuelle året, og at den vise at temperaturen det året har ligget innenfor det skyggelagt området.

L) Høyeste og laveste temperatur målt. Eller, spredningen av temperatur.

Hvorfor tror du de startet målingene på 1850?

H) Målingene startet på 1850 fordi det er en i den førindustrielle perioden. Den førindustrielle perioden har ikke like mye utslipp av menneskeskapte naturgasser som gjør at fra dette årstallet blir det tydeliggjort endring i temperatur.

L) Fordi det er i førindustriell periode, fordi det var jevnt da.

Hvorfor har de tatt utgangspunkt i 1850 som gjennomsnittstemperatur tror du?

H) De har tatt utgangspunkt i 1850-tallet som en gjennomsnittstemperatur fordi det er i den førindustrielle perioden, som kan tydeliggjøre en forskjell i avvik fra normaltemperatur i førindustriell periode og nå.

L) Fordi rundt det året var temperaturen nok så stabil

Vedlegg 5: Kapittelfordeling innenfor kjerneelementer i lærebøkene

	Teknologi	Naturvitenskapelig tenkemåte og praksis	Jorda og livet på joda	Energi og materie	Kropp og helse
Element 9 (Gyldendal)		1) Naturvitenskap	4) Klima	2) Kjemiske modeller 3) Energi	5) Nerver og hormonsystemet 6) Seksualitet
Solaris 9 (Aschehaug)	7) Elektrisk verden 8) Informasjonsteknologi		1) Evolusjon 6) Naturresurser	2) Kjemi 3) Energi	4) Nerver og hormonsystemet 5) Kjønn og identitet 9) Påvirkning av kroppens signaler
Naturfag 9 (Cappelen Damm)			2) Klimaet endrer seg	1) Energi	3) Cellene - levende fabrikk 4) Sex - og det som kommer etterpå