Feil i oversettelser til og fra verbale representasjoner

Håkon Willie Jacobsen

Masteroppgave i GLU 5-10 med fordypning i matematikk ved NLA Høgskolen Bergen

Våren 2023

Kontaktinformasjon for Håkon Willie Jacobsen:

Epost: hokkien99@gmail.com

Tlf.: 99 11 79 55

Sammendrag

Dette er en kvalitativ studie som ser på hvilke feil gjør i oversettelser til og fra verbale representasjoner i temaet lineære funksjoner, og fokuserer i stor grad på verbale representasjoner som fremstiller en virkelighetsnær situasjon. Formålet med dette er å få et innblikk i hvordan elever forstår og gjør både oversettelser de er vant til, men også oversettelser de har lite eller ingen erfaring med. Funnene vil bl.a. kunne si noe om potensiale for å inkludere flere oversettelser i undervisningen om lineære funksjoner.

Studien bygger på et sosiokulturelt læringssyn. For å undersøke temaet er det blitt brukt en case-studie med 11 elever fra 10. trinn fordelt på 4 grupper. Elevene samarbeidet om å løse oppgaver knyttet til lineære funksjoner som krevde oversettelser til og fra verbale representasjoner. Umiddelbart etter oppgaveløsningen ble det gjort et kort, individuelt intervju med elevene for å høre deres tanker om oppgavene de løste. Under oppgaveløsningen og intervju ble det gjort videoopptak med et kamera vendt mot bordet de arbeidet på.

Det teoretiske rammeverket som brukes for å se på feilene i denne studien er Adu-Gyamfi et al. (2012) sin oversettelsesbekreftelsesmodell og de tilhørende feiltypene. Dette gjør at feilene enklere kan sees i sammenheng med andre studier som har brukt den samme modellen, og gir samtidig en oversiktlig klassifisering av feil.

Et stort antall av feilene i denne studien var tolkningsfeil. Disse funnene kan derfor tilsi at undervisningen bør gi elevene mer erfaringer i å tolke representasjoner når de blir bedt om å oversette, fremfor å fokusere på løsningen. 2/3 av bevaringsfeilene kom av at elevene lagde verbale situasjoner hvor de overså små detaljer, som gjorde at situasjonen deres ikke var virkelighetsnær nok. Det argumenteres derfor for at oversettelser til verbale situasjoner er spesielt utsatt for bevaringsfeil.

Den oversettelsesretningen elevene slet mest med var fra verbal situasjon til graf. Elevene gjorde også flere feil i oversettelser til verbale situasjoner. Med bakgrunn i at elevene klarte noen av disse oppgavene med begrenset erfaring med oversettelser til verbale situasjoner, argumenteres det for at undervisningen i større grad kan inkludere disse oversettelsene. Dette vil kunne øke elevenes forståelse for temaet de arbeider med, samt at det vil forbedre deres representasjonsfleksibilitet.

Summary

This is a qualitative study which investigates what mistakes are made in translations to and from verbal representations in the topic of linear functions, and focuses to a larger extent on verbal representations that depict a real-world situation. The purpose of this is to gain an insight into how students understand and perform both translations they are familiar with, but also translations with which they have little or no experience. These findings could say something about the potential to include more translations in teaching about linear functions.

The study is based on a socio-cultural view of learning. To investigate the topic, a case study has been used with 11 pupils from the 10th grade divided into 4 groups. Students worked together to solve tasks related to linear functions that required translations to and from verbal representations. Immediately after solving the tasks, a short, individual interview was conducted with the students to hear their thoughts about the tasks they solved. During the group work and interview, video recordings were made with a camera facing the table on which they worked.

The theoretical framework used to review the errors in this study is the translation verification model and the associated error types by Adu-Gyamfi et al. (2012). This enables the errors to be more easily compared to other studies that have used the same model, and at the same time provides a clear classification of errors.

A substantial amount of the errors in this study were interpretation errors. These findings may therefore indicate that classroom education should give students more experience in interpreting representations when they are asked to translate, rather than focusing on the solution. 2/3 of the preservation errors came from the students creating verbal situations where they overlooked small details, which meant that their situation was not credible in the real world. It is therefore argued that translations into verbal situations are particularly prone to preservation errors.

The translation direction that the students struggled with the most was from a verbal situation to a graph. The students also made several mistakes in translations to verbal situations. Based on the fact that the students managed some of these tasks with limited experience with translations into verbal situations, it is argued that classroom education can include these translations to a greater extent. This will be able to increase the students' understanding of the topic they are working with, as well as improving their representational flexibility.

Innholdsfortegnelse

1. Innledning

1.1. Studiens bakgrunn

Min inspirasjon til denne studien kom i stor grad fra Duval (2006), hvor han bl.a. forklarer at matematikken er nødt til å bli representert ved hjelp av noe annet, og at oversettelser mellom representasjoner er selve essensen i matematikk. Det var først da jeg tenkte over at matematikk ikke er en fysisk ting menneske har oppdaget, men en stor og utbygget tanke om noe som kan beskrive verden rundt oss. Disse tankene om matematikk kan man ha i sitt eget hode, såkalte interne representasjoner, eller det kan komme til syne gjennom eksterne representasjoner på f.eks. et papir, en datamaskin eller ved fysiske objekter som centikuber eller epler, for å representere matematiske ideer med et formål om å kommunisere dem til andre (Castro et al., 2022, s. 594). Denne studien vil fokusere på eksterne representasjoner, og heretter vil begrepet representasjoner bli brukt for å omtale dette.

Bossé et al. (2011a, s. 127) sorterte alle oversettelsene mellom matematiske representasjoner etter hvor vanskelige de var, og i den oversikten involverte de fem vanskeligste oversettelsene verbal representasjon, hvorav de tre vanskeligste hadde verbal som sluttrepresentasjon. For meg tolkes dette som at elever kan ha problemer med å se sammenhengen mellom innholdet i kodet matematisk form, og den virkelige verden. Et av argumentene jeg stadig hører fra elever (og som jeg selv har brukt når jeg var elev i grunnskolen) er at matematikken de holder på med ikke er relevant og at de aldri kommer til å få bruk for det i den virkelige verden. Kanskje kan et bedre målrettet arbeid mot forståelse av oversettelsene knyttet til verbale representasjoner føre til økt motivasjon og mer forståelse i faget?

Modellering og anvendelser er en av de nye kjerneelementene i den nye læreplanen, hvor det bl.a. står:

«*En modell i matematikk er en beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk. Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers*» (Utdanningsdirektoratet, 2020b).

Dette er en viktig del av matematikkundervisningen, fordi det gir elevene en mulighet til å relatere matematikken til deres hverdag og samfunnsdeltakelse. Fordi jeg synes dette er kanskje den viktigste delen av matematikkfaget, har jeg valgt å fokusere på verbale representasjoner i denne studien, ettersom matematikken i denne representasjonsformen blir vist gjennom den virkelige verden.

1.2. Problemstilling

Min problemstilling er:

«Hvilke feil gjør elever på 10. trinn i oversettelser til og fra verbale representasjoner i lineære funksjoner?»

I forhold til andre oversettelsesretninger, er det relativt få studier som tar for seg oversettelser til verbale representasjoner. Jeg synes derfor det var interessant å komme med et bidrag til forskningen på dette området. Å inkludere oversettelser fra verbale representasjoner i denne studien vil kunne hjelpe til å se resultatene i sammenheng med en oversettelsesretning elevene har erfaring med. I LK20 legges det vekt på at matematikken skal forberede elever på forskjellige aspekter ved samfunnet (Utdanningsdirektoratet, 2020a), og for å gjøre dette mener jeg det vil være naturlig å gi elevene oppgaver hvor de er nødt til å bruke matematikk i sammenheng med situasjoner fra den virkelige verden. Elever kan ha løsningsstrategier i matematikk som gjør at de kan ende opp med riktig svar uten å forstå det matematiske innholdet (Adu-Gyamfi & Bossé, 2014, s. 167; Cañadas et al., 2018, s. 23; Clement, 1982, s. 16), men ved å gi elevene oppgaver med oversettelser til verbale representasjoner, noe de sannsynligvis har lite eller ingen erfaring med ettersom denne oversettelsesretningen ikke vies mye oppmerksomhet til av lærere (Bossé et al., 2011b, s. 13), blir elevene nødt til å finne nye løsningsmetoder og kan dermed få et nytt perspektiv på det matematiske innholdet. Jeg tror derfor at ved å se på hvilke feil elever gjør i oversettelser til og fra verbale representasjoner, kan man få et innblikk i både elevenes evne til å løse oppgaver uten en kjent løsningsmetode, og få et lite innblikk i elevenes forståelse for det matematiske innholdet.

1.3. Relevans

Modellering er en viktig del av den nye læreplanen, og da vil det være naturlig å bruke mer av verbale situasjoner som representasjonsform, ettersom dette beskriver en virkelighetsnær situasjon i en matematisk kontekst. Flere studier (Adu-Gyamfi et al., 2019; Bossé et al., 2019; Nitsch et al., 2015) viser til viktigheten av å bruke flere representasjoner som en måte å få en dypere forståelse for de matematiske objektene som representeres. Jeg har derimot valgt i denne studien å fokusere på oversettelser til og fra verbal situasjon for å avgrense oppgaven. Denne avgrensingen er relevant mot flere elementer i læreplanen i matematikk, som f.eks. kjerneelementene «utforsking og problemløsning», «modellering og anvendelser» og «representasjon og kommunikasjon», ved at elevene både får gjøre oversettelser de ikke er vant til, og knytte matematikken til den virkelige verden.

En annen avgrensing jeg har gjort i denne oppgaven, er å ikke inkludere representasjonsformen tabell. Dette er gjort for å redusere bredden i datamaterialet, slik at jeg vil kunne se nærmere på de andre oversettelsene. Jeg valgte å utelukke tabell fremfor funksjon eller graf fordi det for meg virket som det forelå mindre forskning på oversettelser til og fra tabell, og jeg ville da kunne ha et bedre teoretisk utgangspunkt for studien, samt bedre sammenligningsgrunnlag etter datainnsamlingen.

Funnene i denne studien vil kunne brukes for å få innsikt hvilke oversettelser til og fra verbale representasjoner elevene sliter mest med, og dermed hvilke oversettelser lærere bør fokusere mer på i undervisningen sin, slik at elevene kan få en dypere forståelse for de matematiske temaene. Ved å se på hvilke feiltyper elevene gjør, vil denne studien også kunne gi innsikt i hvilke vanskeligheter elever har med spesielle typer oppgaver eller tema.

1.4. Oppgavens oppbygging

I kapittel 2 presenterer jeg det teoretiske bakteppet for denne studien ved å bl.a. gå gjennom sentrale begreper og hva tidligere forskning har funnet på spesifikt oversettelser til og fra verbale representasjoner. Kapittel 3 tar for seg de metodiske valgene jeg har gjort i arbeidet med dette prosjektet. Jeg går da gjennom de metodiske prinsippene som ligger til grunn for studien, hvordan datainnsamlingen foregikk og hvordan den ble analysert, og ser til slutt på studiens styrker og svakheter fra et metodisk og forskningsetisk ståsted. I kapittel 4 presenterer jeg relevante funn med utgangspunkt i elevenes besvarelser, samtaler under oppgaveløsningen og intervjuer i etterkant. Deretter, i kapittel 5, drøfter jeg resultatene i lys av tidligere forskning, før jeg i kapittel 6 oppsummerer funnene, ser på hvilke didaktiske implikasjoner denne studien vil kunne ha og kaster et blikk på hva som kan fokuseres på i videre forskning.

2. Teori

I dette kapittelet presenterer jeg teori som er relevant for denne studien og forklarer sentrale begreper og teorier som vil kunne hjelpe å belyse funnene som presenteres i senere kapitler.

2.1. Representasjoner

Dette delkapittelet gir en oversikt over begrep som er viktig for å forstå hva representasjoner er, hva det vil si å oversette mellom representasjoner og forskjellige egenskaper slike oversettelser kan ha.

2.1.1. Hva er representasjoner?

Duval (2006, s. 103) definer en representasjon som noe som står for noe annet. Han peker på at vi må ta i bruk flere forskjellige semiotiske representasjoner, fordi nøkkelen til å få en mer abstrakt forståelse av matte ligger i å omdanne de representasjonene på flere ulike måter. De ulike representasjonene kan stå for det samme, og derfor heter det semiotiske representasjoner. Duval skriver bl.a.: «What matters is not representations but their transformation. Unlike the other areas of scientific knowledge, signs and semiotic representation transformation are at the heart of mathematical activity» (Duval, 2006, s. 107), som betyr at *behandlingen* eller *oversettelsen* av de semiotiske representasjonene er det viktigste i matematisk aktivitet. *Behandlingen* av en representasjon er å gjøre den om til noe annet, men innenfor det samme registeret som du begynte med (Duval, 2006, s. 111). Eksempler på dette kan være å gjøre om et søylediagram til et kakediagram, eller å gjøre om $17:3 \rightarrow \frac{17}{3}$. Da holder man seg innenfor den samme type representasjonen, men man får vist den matematiske informasjonen på en litt annen måte. Å *oversette* en representasjon beskrives som å gjøre om fra et representasjonsregister til et annet. For eksempel er det å gjøre om fra en tekstoppgave (naturlig språk) til en funksjon (symbolsk språk) en oversettelse. Denne oversettelsen krever at den samme matematiske informasjonen er til stede i både start- og sluttrepresentasjonen (Duval, 2006, s. 112), det Adu-Gyamfi (2012) kaller semantisk kongruens.

Duval sier også at i motsetning til andre fagfelt, har man ikke noe annet valg i matematikken enn å bruke semiotiske representasjoner. Man kan ikke arbeide med matematikk uten å bruke semiotiske representasjoner, fordi matematikken ikke er noe vi kan se eller ta på. Vi må derfor bruke representasjoner som språk, tegn og symboler for å forstå matematikken. Janvier (1987) skiller mellom fire semiotiske representasjoner: graf, tabell, situasjon og symbol. Bossé et al. (2011a) skiller videre mellom to typer verbale representasjoner: verbale situasjoner og verbale beskrivelser. Verbale situasjoner kan være typiske tekstoppgaver som f.eks.: «Jon har 2 epler, Kari har 3…», mens verbale beskrivelser er forklaringer av matematisk innhold med ord, f.eks. «funksjonen er en lineær funksjon med stigningstall 2 og konstantledd 3» eller «grafen skjærer y-aksen i (0, 50)». Jeg vil spesifisere hvilken av de verbale representasjonene jeg snakker om i denne teksten, og dersom jeg skriver verbale representasjoner, innebærer dette både verbale situasjoner og beskrivelser. Der det er hensiktsmessig vil jeg forkorte representasjonene til: V: verbale representasjoner, Vs: verbal situasjon, Vb: verbal beskrivelse, G: graf, T: tabell og F: funksjon. Oversettelser vil bli forkortet til f.eks. F → Vs for funksjon til verbal situasjon.

2.1.2. Oversettelser

Representasjonsfleksibilitet er en elevs evne til å velge den representasjonen som egner seg best til å undersøke et matematisk objekt (Bossé et al., 2019, s. 38). Når elever løser tekstoppgaver som skal oversettes til en funksjon, vil de også måtte kunne oversette motsatt vei for å bedre bekrefte at det de gjør er riktig, både underveis og etterpå. Denne bekreftelsen vil sannsynligvis føre til mindre feil, og bedre forståelse. Det er generell enighet om at representasjonsfleksibilitet er en viktig del av matematisk forståelse og suksess i problemløsningsoppgaver. Gjennom denne fleksibiliteten i å kunne oversette mellom forskjellige representasjoner mener Adu-Gyamfi et al. (2019, s. 396) at elever kan: bevege seg fra en representasjon til en annen, kjenne mulighetene, begrensningene og effektiviteten til hver representasjon, forstå et matematisk konsept eller prosess og velge én representasjonsform over en annen i en problemløsningssituasjon og kunne begrunne valget. I tillegg mener Nitsch et al. (2015, s. 659) at å kunne oversette mellom flere representasjoner krever mer av elevene kognitivt, men at det også fører til en dypere forståelse for det matematiske temaet.

Flere forskere (Bossé et al., 2011a, s. 119-120; Gagatsis & Shiakalli, 2004, s. 655) mener at det ikke er semantisk kongruens mellom de ulike representasjonene, fordi elevene sliter mer med å oversette en retning enn en annen. Hver representasjonsform har sine egne måter å vise informasjonen på. Derfor er det også viktig å bruke alle representasjonsformene når man skal instruere elevene, slik at de lærer om de forskjellige egenskapene til hver representasjon. I figur 2.1.1 under kan man se Bossé et al. (2011a) sin kategorisering av alle oversettelsesretningene i fem vanskelighetsgrader, med egenskaper og navn til representasjonene og oversettelsene.

Tabellen inkluderer en beskrivelse av hver representasjon og oversettelse ved hjelp av begrepene faktahull (FG), forvirrende fakta (C), Egenskapstetthet (D), navn på oversettelsen gitt av (Janvier, 1987) og om oversettelsen krever lokal eller global tolkning. Disse begrepene blir forklart nærmere lengre nede.

Student Ability to Perform Particular Translations	Translations Coded with Fact Gaps, Confounding Facts, Attribute Density, Proximity, Translation Actions, and Transitional Representations	
Generally Able to Perform These	table (FG=low, C=low, D=low) → graph (FG=low, C=low, D=high); local, plotting	symbolic (FG=low, C=low, D=high) → table (FG=low, C=low, D=low); local, computing
	graph (FG=low, C=low, D=high) → table (FG=low, C=low, D=low); local, reading off	verbal (FG=low, C=high, D=low) → table (FG=low, C=low, D=low); local, measuring
Generally Able to Perform This (Using a Transitional Representation)	symbolic (FG=low, C=low, D=high) → graph (FG=high, C=high, D=high); global, sketching <=> symbolic (FG=low, C=low, D=high) → table (FG=low→low, C=low→low, D=low) → graph (FG=low, C=low, D=high); local, computing; local, plotting. Process employing transitional representation	
Less Able to Perform These	table (FG=high, C=high, D=low) → symbolic (FG=low, C=high, D=high); global, fitting	graph (FG=low, C=high, D=high) → symbolic (FG=low, C=high, D=high); global, curve fitting
Less Able to Perform These (Using a Transitional Representations)	verbal (FG=high, C=high, D=low) → graph (FG=high, C=high, D=high); global, sketching <=> verbal (FG=low, C=high, D=low) → table (FG=low→high, C=low→low, D=low) → graph (FG=low, C=high, D=high); local, measuring; local, plotting. Process employing transitional representation	
	verbal (FG=high, C=high, D=low) → symbolic (FG=low, C=high, D=high); global, modeling <=> verbal (FG=low, C=high, D=low) → table (FG=low→high, C=low→high, D=low) → symbolic (FG=low, C=high, D=high); local, measuring; global, fitting. Process employing transitional representation	
Rarely Able to Perform These	graph (FG=low, C=high, D=high) → verbal (FG=high, C=high, D=low); global, interpretation	symbolic (FG=low, C=low, D=high) → verbal (FG=high, C=high, D=low); global, parameter recognition
	table (FG=high, C=high, D=low) → verbal (FG=high, C=high, D=low); global, reading	

Figur 2.1.1: Rangering av vanskelighetsgrad for oversettelser mellom representasjoner (Bossé et al., 2011a, s. 127).

Bossé et al. (2011a) introduserte begrepene faktahull (fact gaps) og forvirrende fakta (confounding facts) for å beskrive egenskaper til representasjoner som kan gjøre noen oversettelser vanskeligere enn andre.

Faktahull er manglende informasjon i representasjoner i forhold til den informasjonen du ser etter. Hvis nullpunktene til x og y ikke er vist i tabellen, og det er det du vil finne ut av, er dette et faktahull. I dette tilfellet vil man kunne omdanne tabellen ved å utvide den til å inneholde nullpunktene til x og y, og dermed bli kvitt faktahullet. Det vil ofte være tilfellet ved andre faktahull at en enkel omdanning blir kvitt faktahullet (Bossé et al., 2011a, s. 122). Utfordringen for mange elever her, vil nok ligge i at de ikke er vant til å ha et slikt faktahull i oppgavene de blir tildelt, og vet derfor ikke hva de skal gjøre når de møter en slik oppgave. (Bossé et al., 2011a, s. 122).

Forvirrende fakta kan på flere måter oppfattes som det motsatte av faktahull, ettersom det ofte kommer av at det er mer informasjon i representasjonen enn det man trenger for å gjøre oversettelsen sin, som gjør at man blir forvirret. Dette er ofte tilfellet når elever skal oversette fra Vs. I tekstoppgaver kan det ofte være unødvendig lange tekster og beskrivelser i forhold til den informasjonen som er nødvendig for å gjennomføre oversettelsen. Det fører til at eleven ikke forstår hva som er relevant og ikke, noe som gjør oversettelsen vanskeligere. Det kan også være forvirrende fordi informasjonen er i en annen rekkefølge enn det man er vant til eller som man skal oversette til. Dersom tabellen ikke er sortert med x-verdiene i kronologisk rekkefølge som mange ofte er vant til, kan det være et forvirrende element som gjør det vanskeligere for elever å gjennomføre oversettelsen (Bossé et al., 2011a, s. 22-23).

Dersom undervisningen kun tilbyr flere erfaringer med de samme oversettelsene og koblingene, og ikke på kunnskapshullene som elevene har med å forstå hele bildet, mener Adu-Gyamfi et al. (2017, s. 935) dette vil ha mindre positive resultater. De mener derfor at man i tillegg til de vanlige oppgavene, kan gi oppgaver hvor elevene er nødt til å reversere tankegangen deres, være fleksible i fremgangsmåtene deres og generalisere løsninger til mer komplisere varianter.

2.2. Feil i oversettelser

Oversettelsesprosessen har vært sett på som en svart boks mellom start- og sluttrepresentasjonen. Oversettelsesbekreftelses-modellen til Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 160) forsøker å forklare hvilke bekreftelser man gjør, bevisst eller ubevisst, for å sørge for at man har oversatt riktig. Det er da tre typer bekreftelser man gjør: *implementasjonsbekreftelse, atributtbekreftelse og ekvivalensbekreftelse*.

Implementeringsbekreftelse er å bekrefte at den matematiske algoritmen man har brukt for å bevege seg fra start- til sluttrepresentasjonen er blitt utført korrekt. Denne algoritmen kan være så enkel som å plotte inn punkter i grafen fra en tabell, men det må uansett bekreftes for å unngå feil (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 161).

Selv om elevene klarer å utføre en algoritme for å bevege seg fra start- til sluttrepresentasjonen, og deretter bekrefte at de har gjort riktig, vil ikke dette alltid si at de har forstått egenskapene til start- eller sluttrepresentasjonen. Derfor trenger man også **attributtbekreftelse.** Her ser man om de definerende ideene eller egenskapene til startrepresentasjonen er til stede i sluttrepresentasjonen. Dette krever at elevene har kunnskap nok til å tolke og eventuelt manipulere representasjonene for å finne ut hvilke egenskaper som bør videreføres i oversettelsesprosessen (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 162).

Til slutt må man bekrefte at både start- og sluttrepresentasjonen gir den samme informasjonen eller inneholder de samme matematiske ideene. Dette kalles **ekvivalensbekreftelse**, og er forskjellig fra atributtbekreftelse fordi man verifiserer at også de matematiske egenskapene som ikke er spesifikt gitt i startrepresentasjonen er blitt korrekt overført til sluttrepresentasjonen (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 163).

Adu-Gyamfi et al. (2012) beskriver også tre typer feil man kan gjøre når man oversetter fra en representasjon til en annen, og som er sterkt knyttet til de ulike bekreftelsestypene beskrevet over henholdsvis: implementeringsfeil, tolkningsfeil og bevaringsfeil.

Implementeringsfeil skjer når man utfører et steg i algebraen feil. Det kan typisk være slurvefeil som å glemme å sette minustegn foran negative tall, eller blande rekkefølgen for x og y i koordinater. Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 167) så i sin studie at det var ingen implementeringsfeil i oversettelsene tabell → graf og graf → tabell, og flere implementeringsfeil når man gikk fra enten tabell eller graf til symbolsk representasjon. Ettersom plotting og avlesning av punkter har få steg, som oftest bare ett, mens å oversette til symbol fra graf og tabell har ofte flere steg, har Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 167-168) en hypotese om at jo flere steg det er i oversettelsesprosessen, desto større er sjansen for å gjøre en implementeringsfeil.

Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 163-164) forklarer at **tolkningsfeil** er når eleven tildeler, karakteriserer eller gir eksempler på gale egenskaper til start- eller sluttrepresentasjonen. Eleven forstår ikke hvilke egenskaper representasjonene har godt nok til å utføre oversettelsen riktig. Dette kan skje hvor som helst i oversettelsesprosessen, men skjer ofte i starten av oppgaveløsningen (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 166). Det kan også innebære at eleven går innom en tredje representasjonsform for å lettere oversette til sluttrepresentasjonen, men noen ganger kan derimot å benytte seg av denne overgangsrepresentasjonen være selve tolkningsfeilen (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 163-164). Et eksempel på en tolkningsfeil kan være når eleven skal oversette funksjonen «$y = 2x + 3$» til en graf, og tegner en graf med 3 i stigningstall og konstantledd i $y = 2$. Eleven har da blandet egenskapene til konstantledd og stigningstall, og har med det tildelt gale egenskaper til sluttrepresentasjonen som gjør at funksjonen og grafen ikke har semantisk kongruens.

Når en elev gjør en **bevaringsfeil**, har den klart å beholde semantisk kongruens mellom star- og sluttrepresentasjonen for noen av egenskapene, men ikke alle. Dette kan ofte være egenskaper som ikke var spesifikt gitt i startrepresentasjonen, men som er viktig å ha med i sluttrepresentasjonen (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 164). Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 166) forklarer videre at en bevaringsfeil forekommer når minst en nøkkelegenskap i sluttrepresentasjonen ikke er til stede, og at denne feiltypen ofte skjer på slutten av løsningsprosessen. Dersom jeg skulle forklart bevaringsfeil med en enkel setning ville det vært «eleven forstår mye, men har oversett noe». Jeg vurderer bevaringsfeil som en noe mer ubevisst feil, i den forstand at eleven ikke tar hensyn til eller overser en viktig egenskap til en av representasjonene, istedenfor at eleven tar et bevisst valg i tildelingen av egenskaper til representasjonene som den tror er rett, men som er galt.

Forskjellen mellom tolkningsfeil og bevaringsfeil kan være utfordrende å forstå, og kan også være vanskelig å skille i praksis. Dette bunner delvis i at det ikke finnes mange studier som har brukt oversettelsesbekreftelsesmodellen og funnet bevaringsfeil. For å oppklare, vil jeg derfor vise et eksempel fra Castro et al. (2022, s. 599-602) hvor de ga elevene uttrykket «$5 + x + y$» og fire svaralternativ, hvor det mest valgte alternativet var: «Et oddetall pluss en persons alder (i år), pluss en annen persons alder (i år)». En elev svarte dette: “Because the symbolic statement gives us 5 which would be the odd number, plus x which would be an age that we don’t know, plus y that would be the other age that we don’t know.” (Castro et al., 2022, s. 602). Dette tyder på eleven har gjort en bevaringsfeil, ettersom eleven har bevart semantisk kongruens for noen av egenskapene (syntaktisk struktur, ett oddetall og to ukjente), men ikke alle (generalisert deler av uttrykket). Man kan se at uttrykket grovt sett kan la seg oversette til setningen fra svaralternativet, ettersom 5 er et oddetall, «+ x» oversettes til «pluss en annen persons alder» og «+ y» oversettes til «pluss en annen persons alder». Om man derimot hadde gjort en ekvivalensbekreftelse ved å oversette setningen tilbake til uttrykket, ville man kanskje sett at «et oddetall» ikke lar seg oversette til «5», ettersom det da kan være et hvilket som helst oddetall.

Modellen til Adu-Gyamfi et al. (2012) ble laget med hensyn til G, T og F som representasjonsformer, men Adu-Gyamfi et al. (2015, s. 25) har senere vist at modellen kan brukes på oversettelser fra V, og etterspurte også artikler som tok for seg oversettelser til V. Castro et al. (2022) har også nylig brukt modellen til å se på oversettelser til og fra V, og jeg anser den derfor som en passende modell til min studie.

Egenskapstetthet (*attribute density)* er et begrep som brukes av Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 168) for å beskrive hvor mye eller lite overflødig informasjon en representasjon inneholder. I f.eks. en tabell er egenskapstettheten lav fordi konstantleddet ikke er gitt, eller man må finne det blant mange andre x og y-par. Det kan også hende at stigningen til grafen blir vanskelig å tolke hvis parene ikke står i kronologisk rekkefølge. Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 168) forklarer videre at representasjonsformene G og Vs derimot, har høyere egenskapstetthet, ettersom nøkkelegenskapene er mer tilgjengelig og kan hentes ut direkte, eller ved å gjøre små behandlinger av representasjonen. I en lineær funksjon vil man enkelt kunne se stigningstall og konstantledd med en gang, eller kunne finne ut av det fort med enkle algebraiske steg. Ved å se på en graf i et koordinatsystem som er riktig skalert vil man også enkelt kunne se konstantledd og hvilken stigning grafen har.

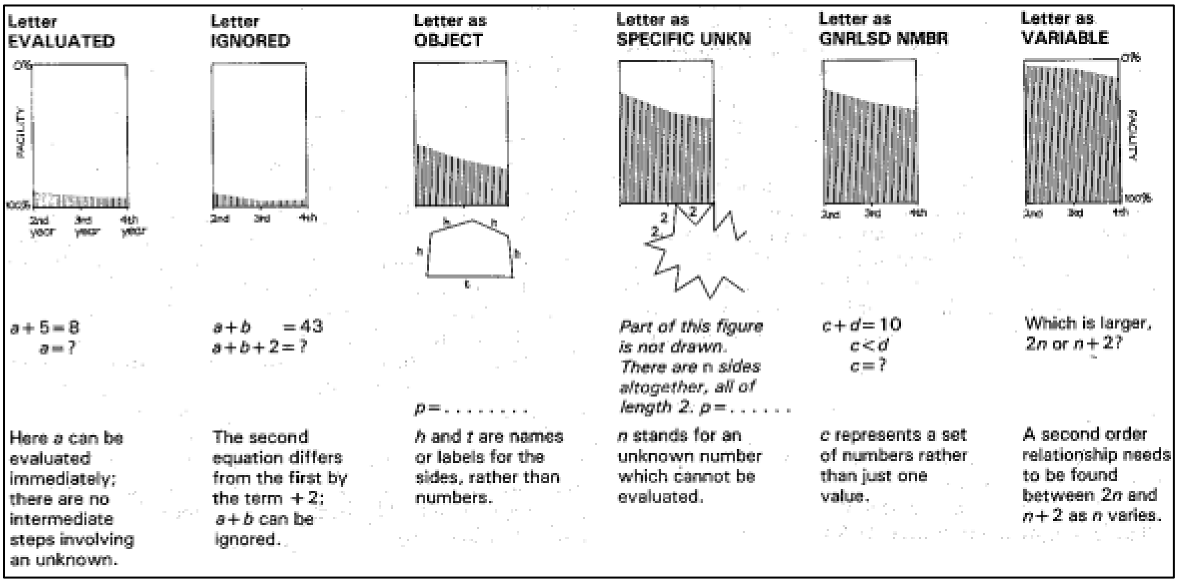
Bossé et al. (2011a, s. 123) har sortert representasjonene fra lav til høy egenskapstetthet slik: T → Vs → G → F. Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 168) så at elevene gjorde flere tolkningsfeil i oversettelsen fra T til F og G, og forklarte dette med at det var vanskeligere å oversette fra representasjoner med lav egenskapstetthet til de med høy egenskapstetthet, fordi elevene må sortere gjennom overflødig informasjon.

Å bevege seg fra representasjoner med høy egenskapstetthet til de med lavere tetthet, kan derimot også føre til flere feil ifølge Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 168-169). Dette er fordi elevene ikke vet hvordan de skal utarte den høye tettheten av informasjonen de fikk fra startrepresentasjonen til å være mindre tett i sluttrepresentasjonen. Denne prosessen innebærer at de må legge inn «mindre relevant» informasjon blant den mest relevante informasjonen. Eksempler på denne prosessen er å legge inn flere x og y-par i tabellen i tillegg til der x = 0, eller å bestemme hvilket x- og y-intervall grafen skal vises i.

Clement (1982, s. 18-20) beskriver to typer reverseringsfeil i oversettelsen Vs → F, hvor elevens svar representerer det motsatte av det gitt i startrepresentasjonen: Ordrekkefølge-matching (word order matching) og statisk sammenligning. Ordrekkefølge-matching er en syntaktisk strategi hvor eleven antar at rekkefølgen av nøkkelopplysningene i tekstoppgaven vil være den samme i funksjonen. Et eksempel på dette kan være ved student-professor problemet (se oppg. 6 i oppgaveheftet), hvor en vanlig feil er å svare 6S = P. I dette tilfellet antar elevene ofte at antall studenter kommer først i funksjonen, fordi det kommer først i oppgaveteksten. Ved statisk sammenligning forklarer Clement (1982, s. 19-20) at eleven ser semantisk på funksjonen, og forstår dermed forholdet mellom de to enhetene, men prøver deretter å vise et statisk forhold mellom f.eks. antall studenter og professorer ved å behandle koeffisientene som en spesifikk mengde, og bokstavene som forkortelser for navnet på gruppene.

2.3. Bokstaver som variabler

Når man har en ligning med en x-variabel, kan man manipulere ligningen med algebraiske metoder for å finne ut hva x er. Dersom man har en funksjon med to variabler derimot, som f.eks. i professor-student problemet, krever det at man har en dypere forståelse for hva en variabel er (Clement, 1982, s. 22). En manglende forståelse for konseptet med variabler er en vanlig grunn til feil i oversettelser til og fra V (Castro et al., 2022, s. 596). Küchemann (1978, s. 24) beskriver 6 nivåer som omfatter forskjellige måter bokstaver kan brukes på i algebraisk tenkning, med stigende krav til forståelse: bokstav evaluert, bokstav ignorert, bokstav som objekt, bokstav som spesifikk ukjent, bokstav som generalisert nummer og bokstav som variabel. Figur 2.3.1 under viser en oversikt og en enkel forklaring for disse begrepene.



Figur 2.3.1: Oversikt over nivåer av forståelse for bokstaver i matematikk. Hentet fra Küchemann (1978, s. 24).

I arbeid med lineære funksjoner vil bokstavene stå for tallverdier som kan variere, og Küchemann (1978, s. 26) beskriver at dette krever en høyere forståelse hos elevene. Dersom elevene ikke har god nok forståelse til å se på bokstavene som variabler, kan de feiltolke bokstavene som objekter eller spesifikke ukjente. F.eks. ved funksjonen «$y = 3x + 5$», kan elevene tolke x som en spesifikk ukjent som man er nødt til å finne ut hva er, som vil føre til at man finner en løsning for y. Elever kan også få funksjoner som bruker bokstaver som er forkortelser for noe, f.eks. «$P = 10l$», der «P» er penger man får totalt, «l» er antall lodd man selger, og 10 representerer prisen for et lodd i kroner. Slike oppgaver er spesielt utsatt for å tolke bokstaver som objekt. Dersom man tolker bokstaven l som et objekt, kan eleven tenke at «$10l$» betyr 10 lodd, istedenfor at det betyr 10 kr. multiplisert med *antall* lodd man selger.

2.4. Oversettelser til og fra verbal representasjon

I dette kapittelet presenterer jeg funn fra tidligere forskning på temaet om oversettelser til og fra verbal representasjon, med fokus på elevenes feil og vanskeligheter.

2.4.1. Oversettelser til verbal representasjon

I forhold til andre oversettelsesretninger, er det få studier som tar for seg oversettelser til Vs, som man kan anta er fordi lærere ikke vier mye oppmerksomhet til disse oversettelsene (Bossé et al., 2011a, s. 117). En av de viktigste faktorene til elevers feil i oversettelser er hvor mye vekt det legges på temaet i undervisningen (Bossé et al., 2011a, s. 117), og dette kan derfor være en stor grunn til at elever har vanskeligheter med oversettelser til Vs. Molina (2014, s. 563-565) mener også grunnen til at denne oversettelsesretningen er lite forsket på, er fordi den får mindre fokus i skolen enn andre retninger. Hun mener videre at relevansen i å forske på denne oversettelsesretningen ligger i å fremme læringen av algebra, og å undersøke elevers forståelse av algebra.

Adu-Gyamfi et al. (2015) konkluderte bl.a. i sin studie med at det trengs flere studier på oversettelser til V. En forskergruppe bestående av Cañadas, Castro, Molina og Rodríguez-Domingo i Spania har utført flere studier på oversettelser til V. Flesteparten av studiene disse forskerne har gjennomført har i hovedsak tatt for seg symbolske representasjoner som kan sees på som nært beslektet lineære funksjoner. Fordi det matematiske temaet de har fokusert på ligger nærme mitt, har jeg gått ut ifra at funnene deres i stor grad vil kunne være overførbar, og har derfor vurdert artiklene som relevante for det denne studien vil se på. De har i flere av disse studiene pekt på vanskeligheten med å oversette til V, og har fokusert mest på oversettelsen F $\rightarrow$ V (Castro et al., 2022, s. 605; Millán & Molina, 2016, s. 66; Molina, 2014, s. 573). Adu-Gyamfi et al. (2019, s. 401) fant også ut i sin studie at oversettelsen F $\rightarrow$ V var den vanskeligste oversettelsesretningen. I studien til Kar (2016) ble det funnet at oversettelsen fra G $\rightarrow$ Vs er vanskelig for flere, som stemmer overens med funnene til Gagatsis og Shiakalli (2004, s. 653), som antyder at oversettelsen G $\rightarrow$ V var en av de vanskeligste oversettelsesretningene. Bossé et al. (2011a, s. 127) klassifiserer oversettelsene G, T, F $\rightarrow$ Vs som de tre vanskeligste oversettelsesretningene. Dette mener Bossé kan være et resultat av at V har et høyere antall forvirrende fakta og faktahull, samtidig som de har lav egenskapstetthet. Målet for oversetteren kan da virke fjernt og utydelig, og det kan være utfordrende å vite når oversettelsesprosessen er ferdig og man har fått et korrekt svar. Bossé et al. (2011a, s. 127) spekulerer derfor i om sluttrepresentasjonens egenskaper spiller en større rolle enn startrepresentasjonens egenskaper i de vanskeligste oversettelsene.

Bossé et al. (2011a, s. 118) mener en grunn til at elever synes oversettelser til Vs er vanskelig er fordi lærere ikke tror elevene klarer disse oversettelsene, og derfor ikke fokuserer på det i undervisningen. Det forklares derimot videre at å legge hele dette ansvaret på lærerne ikke forklarer det godt nok. Flere studier (Prozio, 1999; Schoenfeld, Smith & Arcavi, 1993, sitert i Bossé, 2011a, s. 118) viser at lærere forventer at elever generelt klarer oversettelsene V $\rightarrow$ T, F $\rightarrow$ G, F $\rightarrow$ T, T $\rightarrow$ G, G $\rightarrow$ T, har litt vanskeligheter med V $\rightarrow$ F, T $\rightarrow$ F, G $\rightarrow$ F og sjeldent klarer F $\rightarrow$ V, T $\rightarrow$ V og G $\rightarrow$ V. I Bossé et al. (2011b, s. 11) sin studie, mener derimot lærerne at elevene generelt klarer å verbalt beskrive egenskaper til G, T og F, altså oversettelsene til Vb. Man kan derfor si at elever generelt klarer oversettelsene til Vb, men ikke til Vs.

Cañadas et al. (2018, s. 22) mener at formuleringen av et problem i oversettelser til Vs krever at elevene gjør personlige tolkninger av spesifikke situasjoner, og deretter formulerer dem som matematiske problemer ved hjelp av symboler. Det forklares videre at å formulere et problem krever avanserte tankeprosedyrer og refleksjoner rundt den helhetlige strukturen til problemet og dets formål, blant annet å tenke på elementene i problemet, de matematiske aspektene som er involvert, forholdene mellom disse aspektene som gjør det mulig å formulere et problem, måter å løse problemet på og løsningens mulighet til å være sammenfattet (Cañadas et al., 2018, s. 22). Molina (2014, s. 566) påpeker også at når elever lager en problembasert situasjon i oversettelser til Vs, er de nødt til å vite hva som utgjør et problem og reflektere over hvor virkelighetsnær situasjonen deres er.

På den andre siden har flere studier vist at oversettelser til Vs er innenfor rekkevidden til de fleste elever (Bal, 2021, s. 491; Rodríguez-Domingo et al., 2012, 2015). Cañadas et al. (2018, s. 22-23) mener at oversettelse til Vs er noe elever burde gjøre mer av, fordi det vil føre til at elevene vil føle større variasjon, og at de ikke gjør de samme målløse operasjonene som de er vant til i andre matematiske oversettelser de vanligvis utfører. Nitsch et al. (2015, s. 674) fant ut i sin studie at det ikke var noen faktorer i de forskjellige oversettelsesretningene som skilte seg ut som viktigere enn andre når det kom til kompetansebygging i temaet funksjoner. Dette tilsier at lærere kan inkludere alle oversettelsesretningene i matematikkundervisningen sin for å øke kompetansen til elevene.

Flere studier (Bal, 2021, s. 491-492; Bossé et al., 2011b, s. 17; Cañadas et al., 2018, s. 34) viser at elever klarer oversettelser til Vs fra G, T og F når det gjelder enkle lineære funksjoner, men ikke funksjoner av høyere grad. Det er også blitt oppdaget at elevene hadde vanskeligheter med oversettelsen F → V når funksjonen inneholdt mer enn en variabel, en eksponent, produktet til to variabler, koeffisient høyere enn 1 eller når oppgaven gjaldt ligningssystem (Cañadas et al., 2018, s. 34; Molina, 2014, s. 574). Rodríguez-Domingo og Molina (2013, s. 114) hadde lignende funn, og så også at elevene hadde større vanskeligheter når bokstavene som brukes i oppgaven tilsvarer initialene til mengdene det brukes i oppgaven, f.eks. i student-professor problemet (Clement, 1982, s. 17). Disse funnene om hvilke typer oppgaver elevene har vanskeligheter med, tilsier at oppgavene hvor flere av disse karakteristikkene ikke er til stede vil kunne være mulig å løse. Etter hvert som man jobber med disse oppgavene i matematikkundervisningen, vil man kunne anta at elevene klarer oppgaver i økende vanskelighetsgrad.

Å trene på å oversette til Vs vil også kunne hjelpe elevene når de oversetter fra Vs. Når elevene løser en tekstoppgave vil de måtte se på løsningen sin og oversette den tilbake til V for å bekrefte at de har gjort riktig (Cañadas et al., 2018, s. 22; Molina, 2014, s. 564), altså det Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 163) kaller ekvivalensbekreftelse.

Flere studier peker på at elever kan oversette mellom ulike representasjoner, uten å ha en forståelse for de matematiske ideene som ligger i representasjonene de oversetter mellom (Adu-Gyamfi & Bossé, 2014, s. 167; Cañadas et al., 2018, s. 23; Clement, 1982, s. 16). Clement (1982, s. 22) påpeker at elever ofte bruker prøve-feile metoden, og at dette ofte kan gi riktig svar, men at elevene da ikke forstår det matematiske innholdet. Dette viser relevansen i å øve på oversettelser til Vs, fordi det kan hjelpe elevene å få en mer helhetlig forståelse av matematikken.

En ting som er viktig å forstå i resultatene på forskningen i denne oversettelsesretningen er at elevene i studiene ofte har hatt ingen eller svært lite trening i å oversette algebraiske uttrykk til Vs før testene som er gjort, i motsetning til Vs → F, som elevene har gjort flere ganger i sin tidligere undervisning. Når elevene i disse studiene blir testet, må de derfor kun bruke sin kunnskap og erfaring om representasjonsformene og det matematiske temaet til å utføre oversettelsen. Det kan derfor tenkes at dersom lærere hadde inkludert denne oversettelsesretningen mer i undervisningen, slik Cañadas et al. (2018, s. 22-23) og Molina (2014, s. 576) etterlyser, kunne resultatene vært enda bedre, og elevenes forståelse for det matematiske temaet vært forbedret.

2.4.2. Oversettelser fra verbal representasjon

I Vs → F må elevene lese og tolke teksten, hente ut og forkorte nøkkelinformasjonen og til slutt skille mellom relevant og ikke-relevant informasjon. Deretter må eleven omformulere den språkkodede informasjonen til symboler i algebraen. Dette innebærer at man tenker på matematiske operasjoner, symbolers betydning og hvordan bokstaver brukes i funksjoner for å representere variabler (Adu-Gyamfi et al., 2015, s. 19-20). Adu-Gyamfi et al. (2015, s. 24) så at flere av feilene elevene gjorde var tolkningsrelaterte aktiviteter gjort i egenskapsdelen av oversettelsesbekreftelsesmodellen. Dette mener de belyser et behov om å fokusere mer på hvordan elevene tolker representasjonene i undervisningen, istedenfor å bare be elevene oversette dem til andre representasjonsformer.

Læreplanen i matematikk vektlegger at faget skal være relevant for elevene som deltakere i samfunnet. Det står blant annet i fagets relevans og sentrale verdier at elevene skal forberedes til et samfunn og arbeidsliv i endring og utvikling, å se sammenhenger i samfunnet og naturen og å kritisk vurdere argumenter (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Det er da naturlig at elevene trenger erfaring med å se matematikken representert med eksempler fra samfunnet i den virkelige verden for å kunne bli forberedt på disse kravene. Dette vil ofte komme til syne i matematikkundervisningen gjennom tekstoppgaver hvor elevene har en situasjon som skal oversettes til en graf, tabell eller matematiske symboler og tall.

Ifølge Koedinger og Nathan (2004, s. 129-130) er det en vanlig oppfatning blant lærere, lærebokforfattere, utdanningsforskere og befolkningen generelt at tekstoppgaver er noe som er vanskelig for elever. Dette kan vi bl.a. se eksempel på i Bossé et al. (2011a, s. 127) sin klassifisering av hvilke oversettelsesretninger som er vanskeligst, hvor de fem vanskeligste alle inneholder V som start- eller sluttrepresentasjon (se figur 2.1.1). Koedinger og Nathan (2004, s. 134) mener en forklaring for hvorfor tekstoppgaver er vanskelig, er at elevene bruker en «oversett og løs»-metode. Da oversetter man først teksten til symbolsk form, og så løser man problemet i symbolsk form. Dette vil naturligvis føre til at tekstoppgaver er vanskeligere enn tilsvarende symboloppgaver, fordi symboloppgaver bare blir en del av å løse tekstoppgaver. Denne «oversett og løs»-metoden har en lang tradisjon for å være den ledende måten å løse tekstoppgaver på.

I én studie (Baranes et al., 1989, sitert i Koedinger & Nathan, 2004, s. 135) ble det brukt forskjellige spesielle omstendigheter som viste at barn fra USA gjorde det bedre i tekstoppgaver enn symboloppgaver når tekstoppgavene handlet om penger og multipler av 25, fordi det kunne relateres til en kvart dollar (quarter). Videre ble det spekulert i om en situasjonell kontekst kunne gjøre tekstoppgaver lettere enn symboloppgaver, og at grunnen til dette fenomenet kunne være at elevenes kunnskap fra den virkelige verdenen ble aktivert.

3. Metode

Mine metodiske valg vil bli presentert i dette kapittelet. Jeg vil gi forklaringer på studien design, og begrunne hvorfor jeg har tatt disse valgene med bakgrunn i forskning. Studiens forskningsutvalg, innsamlingsmetoder og oppgaver som ble gitt til elevene vil bli gjort rede for og begrunnet, samt hvordan jeg gjennomførte analysen av datamaterialet. Jeg vil også diskutere studiens reliabilitet og validitet ved å se på styrker og svakheter, og til slutt presentere de etiske betraktningene som er tatt før, under og etter studiens gjennomføring.

3.1. Forskningsdesign

Til denne studien vil jeg bruke et case-studium for å besvare problemstillingen min. Yin (2018, s. 4) forklarer at case-studium er relevant når man vil finne ut hvordan eller hvorfor et fenomen fungerer, som i mitt tilfelle vil være elevers feil i matematiske oversettelser. Casen vil være 3 10. klassinger som samarbeider om å løse oppgaver hvor de må oversette til og fra V innenfor det matematiske temaet lineære funksjoner. Jeg vil nærmere beskrive elevutvalg, innsamlingsmetoder og oppgavene elevene utførte i de neste delkapitlene.

For å finne svar på hvilke feil elever gjorde i oversettelser til og fra V, var det naturlig for meg å bruke en kvalitativ tilnærming til prosjektet. Kvantitative metoder egner seg mer for å måle hvor ofte eller i hvor stor grad noe inntreffer (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 89-95), men i denne studien er jeg mer opptatt av den enkeltes forståelse av et tema, fremfor et tall på hvor mange feil elever gjør, og jeg valgte derfor en kvalitativ metode. Studien bygger også på Vygotskys syn om at læring skjer i fellesskap ved å la elevene jobbe i grupper. Dette er i tråd med kjerneelementet «representasjon og kommunikasjon» som bl.a. sier at «elevene må få mulighet til å bruke matematiske representasjoner i ulike sammenhenger gjennom egne erfaringer og matematiske samtaler» (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Dette kjerneelementet sto sentralt i beslutningen om å la elevene jobbe i grupper på 3, ettersom det da blir lagt mer til rette for matematiske samtaler som både vil komme elevene og mitt datamateriale til nytte. Flere av oppgavene jeg vil presentere i kapittel 3.4 vil også kreve at elevene bruker egne erfaringer i løsningen.

En studie av denne typen, hvor man skal se på feil elever gjør i matematikk, kan muligens sees på med et positivistisk syn, ettersom svar på matematiske oppgaver som oftest enten kan tolkes som korrekt eller galt. 2+2 vil alltid være 4. Samtidig vil elevenes besvarelser alltid kunne tolkes på forskjellige måter av forskeren, spesielt ved åpne oppgaver som man finner i denne studien (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 46-50), og jeg vil derfor ha et konstruktivistisk syn på denne studien. Den konstruktivistiske tilnærmingen til forskning legger vekt på at den sosiale verdenen, og individene i den, vil være i konstant endring som følge av samhandlingen mellom disse. Forskeren kan derfor ikke formidle akkurat det som faktisk skjer, men den kan presentere sin gjengivelse av de virkelige hendelsene den observerte (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 49). Forskeren ser deretter sin gjengivelse av virkeligheten i sammenheng med andre forskeres gjengivelse av virkeligheten, som kan føre til ny kunnskap om hvordan den virkelige verden egentlig er.

I en induktiv tilnærming vil man gå ut ifra empirien for å lage en teori om fenomenet man har samlet data om, mens i en deduktiv tilnærming vil man begynne med en teori, og sjekke om dette stemmer ved å samle inn data fra den virkelige verden (Tjora, 2021, s. 20). Denne studien vil ha en deduktiv tilnærming, ettersom jeg vil gi elevene oppgaver som er hentet fra eller lagd med utgangspunkt i forskning, Adu-Gyamfi et al. (2012) sin modell til å klassifisere feilene, og til slutt se dem i lys av tidligere forskning på temaet. Samtidig er oversettelser til Vs et område som ikke er viet mye oppmerksomhet til i forskning på representasjoner, og dersom studien generer funn som ikke omtales av nåværende forskning, vil en induktiv tilnærming bli brukt for å teoretisere dette. Jeg vil så godt det lar seg gjøre gå inn i datainnsamlingen uten noen fordommer som kan påvirke resultatene eller mine tolkninger, selv om dette er et ideal som ikke vil være praktisk mulig i de aller fleste tilfeller (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 101-103).

3.2. Utvalg

Studiens utvalg består av 11 elever fra en skole på Vestlandet, og noen av dem hadde jeg kjennskap til før gjennom å ha vært praksislæreren deres i til sammen 6 uker tidligere i studieløpet mitt. Det er liten grunn til å tro at dette påvirker studien negativt i verken en etisk, metodisk eller faglig kontekst, ettersom elevenes oppgaveløsningsprosess ikke vil kunne forstyrres mye av at en bekjent observerer dem fremfor en totalt fremmed. En fordel med dette derimot, kan være at elevene har følt seg mer komfortable i oppgaveløsningen og intervjuet fordi de kjente meg fra før. Studien ble utført på akkurat denne skolen fordi det var den første skolen jeg fikk tillatelse til å spørre elever om deltakelse i studien, og det var derfor ingen metodiske begrunnelser for å velge akkurat denne skolen. Jeg var ikke interessert i en spesifikk elevgruppe, men heller et noe variert utvalg av elever på 10. trinn. Alle elevene var fra samme skole, men gruppene inneholdt elever fra forskjellige klasser på samme trinn. En av gruppene inneholdt elever fra forskjellige klasser, mens de tre andre bestod av elever som gikk i samme klasse, og har dermed hatt identisk matematisk bakgrunn på ungdomsskolen.

Elevene ble valgt ut ved at jeg fikk gå rundt i klassene og presentere meg selv, kort om hva prosjektet mitt handlet om, og hva det ville innebære for dem å være med. De elevene som kunne tenke seg å være med rekte så opp en hånd, og de fikk utdelt et informasjonsskriv med samtykkeskjema som de måtte ta med hjem for å få signert (med unntak av én elev som hadde fylt 16 år og kunne samtykke selv).

En lærer på trinnet til klassene som ble spurt om å være med, hjalp til med å dele elevene inn i grupper på tre. Dette ble gjort for å sikre at jeg fikk elever som var motiverte for å gjøre en innsats i studien, og at gruppene besto av elever som klarte å jobbe hensiktsmessig sammen. Jeg valgte grupper på tre, fordi jeg ville ha flere elever som kunne snakke sammen og komme med ideer, men ikke så mange at noen ble utelatt eller følte at de ikke trengte å bidra. Det ble ikke samlet inn noen spesifikke opplysninger om elevene i forbindelse med denne utvelgelsen. Jeg hadde håpet å få inn 12 elever som kunne delta, men ettersom kun 11 elever leverte inn samtykkeskjema, ble en gruppe bestående av 2 elever.

Læreren forklarte også at elevene ikke enda hadde hatt om lineære funksjoner inneværende skoleår på tidspunktet datainnsamlingen foregikk, men at noen av elevene hadde vært gjennom temaet funksjonslære. De fleste elevene oppga i intervjuet at de hadde om funksjoner sist i enten 8. eller 9. trinn. Denne elevgruppens forkunnskaper i temaet lineære funksjoner kan derfor antas å være noe begrenset.

3.3. Innsamlingsmetoder

Videoobservasjon

For å utforske problemstillingen min observerte jeg 3 grupper på 3 elever og 1 gruppe på 2 elever i arbeid med oppgaver knyttet til lineære funksjoner. Tjora (2021, s. 62)mener man bør velge observasjon som datagenereringsmetode hvis man er interessert i hva folk gjør. Ettersom jeg vil finne ut hvilke feil elever gjør, passer observasjon bra for min studie. For å få en grundig innhenting av empiri, vil jeg ta video av gruppene, slik at jeg kan gå tilbake og se hvor de satt fast, hvor de synes det var lett og hvor de lærte noen nytt. Videokameraene vil være rettet mot bordet og arkene elevene skriver på, slik at jeg kan se hva de skriver og tegner. Ved å bruke video, vil jeg også kunne beholde situasjonen slik den var til seinere, uten at mine tolkninger i eventuelle notater hadde vært forskjellige fra faktiske observasjoner. Video som datainnsamlingsmetode gjør også at jeg får en mer komplett og detaljert gjengivelse av situasjonen. Jeg får muligheten til å få med meg små detaljer som jeg ikke hadde klart ved vanlig observasjon eller ved bare lydopptak (Tjora, 2021, s. 117-121). Problemer som kan oppstå når jeg tar video av både oppgaveløsningen og intervjuene er at lyden kan være for dårlig i noen tilfeller, at kameraet ikke klarer å fokusere skikkelig eller at hendene til elevene står i veien for det de peker på, slik at jeg ikke får sett ordentlig hva de holder på med. Min rolle som observatør var kun å være i rommet for å besvare eventuelle spørsmål elevene måtte ha til oppgavene, for å forstyrre elevene minst mulig. Denne forskerrollen kalles fullstendig observatør (Gold, 1958, sitert i Postholm & Jacobsen, 2018, s. 115). I en slik rolle, hvor jeg bare ser og hører på, kan man som forsker føle at man tar mye plass i situasjonen, men som regel glemmer de som blir observert at observatøren ser på, ettersom de holder på med andre ting hvor jeg som observatør ikke har en relevant rolle (Tjora, 2021, s. 83).

Videointervju

Yin (2018, s. 126) presiserer viktigheten av å bruke flere datainnsamlingsmetoder, og Postholm og Jacobsen (2018, s. 114-115) forklarer at intervju komplementerer observasjon som datainnsamlingsmetode. Jeg har derfor valgt å bruke intervju i denne sammenhengen for å supplere observasjonen ved å høre elevenes tanker om å jobbe med oppgaver som jeg antok de ikke hadde mye erfaring med. Intervjuene ble gjort en og en for at elevene skulle føle seg trygg til å si det de mente, og for at jeg skulle høre hver elevs mening om det jeg lurte på. Jeg valgte et videointervju der jeg filmet ned mot oppgavearket de nettopp hadde løst, fremfor å filme ansiktene deres. Elevenes reaksjoner og uttrykk var ikke relevant for det jeg ville finne ut av, og jeg synes derfor det ikke rettferdiggjorde å ha med ansiktet deres i datamaterialet mitt. I likhet med videoobservasjonen, kunne elevene føle seg mindre nervøs ved å vite at det ikke var de selv som ble filmet, men det de pekte på og skrev.

3.4. Oppgaveheftet

Jeg prøvde å hente oppgaver fra litteraturen der jeg kunne for å kunne bedre sammenligne mine funn med tidligere forskning, men dette viste seg å være svært vanskelig, ettersom de fleste av oppgavene knyttet til oversettelse til og fra Vs enten var innenfor feil matematisk tema, eller på feil nivå for elever på 10. trinn. Jeg valgte derfor å lage oppgavene som inneholdt oversettelsen F → Vs selv, ettersom jeg da fikk skreddersydd innholdet til teoriene jeg fant i forskjellige forskningsartikler, og nivået til elever på 10. trinn. Det ble først lagd et utkast til oppgaver som jeg testet uformelt på to venner med nylig tilbakelagt erfaring med 2P-Y-matematikk på videregående, som var et nivå jeg anså som ikke betraktelig høyere enn matematikken på 10. trinn, og derfor akseptabelt for en testrunde. Her fikk jeg også øvd på min rolle som observatør. Etterpå gjorde jeg nødvendige justeringer og endringer i oppgaveheftet, til det endelige oppgaveheftet som blir presentert nedenfor.

Alle oppgavene inneholder funksjoner i første grad, ettersom forskning viser at det er disse oppgavene elevene klarer best i oversettelser til V (Bal, 2021, s. 492; Bossé et al., 2011b, s. 17; Cañadas et al., 2018, s. 34; Molina, 2014, s. 574).

Oppgave 1:

$y = x + 10$
Lag en problembasert tekstoppgave der denne funksjonen kan være et svar.

Denne oppgaven er laget med utgangspunkt funn fra flere studier (Cañadas et al., 2018, s. 34; Molina, 2014, s. 574) om at elever har mindre problemer med å oversette lineære funksjoner med 2 eller mindre i koeffisient og additiv struktur. Jeg valgte å la koeffisienten være 1 for å se om elevene ble forvirret av at det ikke var et tall foran x-en.

Oppgave 2:

$y = 20x + 50$
Lag en problembasert tekstoppgave der denne funksjonen kan være et svar.

Det er en enkel lineær funksjon, som Bossé et al. (2011a, s. 117) mener er det eneste elever generelt takler i denne oversettelsesretningen, og som (Molina, 2014) og (Bal, 2021) fant ut elevene slet mindre med. Den har derimot en høyere koeffisient, som av Cañadas et al. (2018, s. 34) og Molina (2014, s. 574) blir pekt på som noe som gjør oppgavene vanskeligere.

Oppgave 3:

$L = 150t$
Lag en problembasert tekstoppgave der denne funksjonen kan være et svar.

Denne oppgaven laget jeg for at elevene skulle ha et godt grunnlag for å lage en situasjon som involverer penger. (Koedinger & Nathan, 2004) mener tekstoppgaver som involverer penger er lettere enn samme oppgave uten en tilhørende situasjon. Jeg har satt navnet L til y-verdien for å assosieres med lønn, og navnet t til x-verdien for å assosieres med timer. Funksjonen kan da f.eks. representere lønnen din i kroner etter å ha jobbet t antall timer. Jeg vil ikke si dette i oppgaven, men heller gi det som et hint etter hvert hvis elevene sitter fast.

Oppgaven har multiplikativ struktur og høy koeffisient, som kan være en utfordring (Cañadas et al., 2018, s. 34; Molina et al., 2017, s. 574). Funksjonen har ingen konstantledd, som muligens kan være et forvirrende element for noen elever, og som da vil gjøre oppgaven vanskeligere.

Oppgave 4:

$y = -1{,}2x + 60$

Lag en problembasert tekstoppgave der denne funksjonen kan være et svar.

Denne oppgaven har jeg laget selv, men er sterkt inspirert av en oppgave fra (Sproesser et al., 2022, s. 10) hvor man skal lage en funksjon for vann som renner ut av et akvarium. Utfordringen i denne oppgaven vil nok ligge i at den inneholder subtraksjon istedenfor addisjon, men den har derimot ikke en multiplikativ struktur, som kunne gjort den vanskeligere (Cañadas et al., 2018, s. 34; Molina et al., 2017, s. 574). Oppgaven har også desimaltall, som noen elever kan slite med (Lortie-Forgues et al., 2015, s. 202). Samtidig har den lav koeffisient, som skal gjøre oppgaven lettere ifølge Cañadas et al. (2018, s. 34).

Oppgave 5:

Kristoffers bestefar gir ham penger i bursdagsgave. Kristoffer sier at han skal oppbevare pengene på et trygt sted og legge til en del av ukelønnen sin hver uke. Kristoffers søster, Maria, spør Kristoffer hvor mye han har tenkt å spare hver uke. Kristoffer smiler lurt og sier: «Jeg skal spare det samme beløpet fra ukelønnen min hver uke. Etter 5 uker vil jeg ha 1750 kr., og etter 8 uker vil jeg ha 1900 kr. Nå kan du svare på spørsmålet ditt selv!»

- *a) Fra informasjonen Kristoffer ga til Maria, hvordan kan du vite at situasjonen kan representeres med en linje?*
- *b) Lag en graf som representerer denne situasjonen.*
- *c) Lag en funksjon for linjen som representerer denne situasjonen.*
- *d) Hva representerer skjæringspunktet i y-aksen? Hva sier skjæringspunktet i y-aksen deg? Svar med fulle setninger.*
- *e) Hva representerer retningen på grafen? Hva sier retningen på grafen deg om denne situasjonen?*

f) *Hvis Kristoffer sparte 80 kroner fra ukelønnen sin hver uke, hvilken del av grafen ville endret seg? Beskriv endringen.*

Oppgaven er hentet fra Tripathi (2008, s. 442-443). Jeg har oversatt oppgaven fra engelsk, og gitt karakterene i historien norske navn og endret valuta fra dollar til norske kroner. Ettersom tallene Tripathi brukte var i dollar, valgte jeg også multiplisere dem med 10 når jeg gjorde valutaen om til kroner. Dette gjorde jeg for at elevene enklere skulle kunne relatere oppgaven til sin virkelige verden. Det kan argumenteres for at oppgaven ble vanskeligere når jeg gjorde tallene større, men samtidig er forholdene mellom tallene de samme, og ettersom tallene fortsatt er «runde», anså jeg oppgaven som ikke være merkverdig vanskeligere for elevene å løse av den grunn.

Oppgaveteksten har lav egenskapstetthet, inneholder mye forvirrende fakta (flere navn, dialog mellom søsknene, hvor Kristoffer oppbevarer pengene) og har i tillegg flere faktahull (konstantledd ikke oppgitt, stigningstall ikke oppgitt, ikke spesifisert at det er en rett linje).

Til oppgaveløsningen fikk elevene utdelt et A4 ruteark med 0,5 mm. kvadratiske ruter og en linjal på 15 cm. for at de skulle klare å tegne grafen nøyaktig

Denne oppgaven inneholder oversettelsene Vs → G (oppgave b) og delvis a)), Vs → F (oppgave c)) og G → Vb (oppgave d), e) og f)). Oppgave 5 d, e og f inneholder kun enkle oversettelser fra deler av grafen til Vb, og ble tatt med for å få et innblikk i hvordan elevene forstår og tolker funksjoner og grafer, samt for å se om elevene hadde mindre vanskeligheter med G → Vb enn G → Vs. Denne typen oppgaver er også eksempler på spørsmål Bossé et al. (2014, s. 26) mener bør stilles til elever som sliter med oversettelser, for at de skal øve seg i å analysere og tolke representasjonene, samt å sjekke ekvivalens.

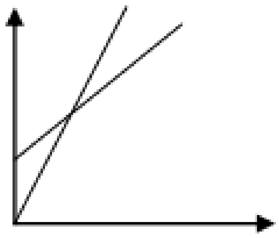
Oppgave 6:

På en skole er det seks ganger så mange studenter som professorer. Lag en funksjon som viser forholdet mellom antall studenter og professorer. Bruk S for antall studenter og P for antall professorer.

Denne oppgaven er hentet fra Clement (1982), og er nevnt i flere artikler om oversettelser mellom representasjoner (Adu-Gyamfi et al., 2015; Bossé et al., 2014; Bossé et al., 2011a; Kar, 2016; Rodríguez-Domingo & Molina, 2013). Den vanlige feilen elever gjør her er å skrive $6S = P$, istedenfor $S = 6P$. Dette er en reverseringsfeil som kalles «word order matching» av Clement (1982, s. 18-20), men kan i mange tilfeller kategoriseres som en tolkningsfeil i Adu-

Gyamfis modell fordi elevene ikke tolker bokstavene som variabler som viser et forhold, men som navn på en gruppe.

Oppgave 7:



Lag en situasjon hvor denne grafen kan si noe om hva som skjer

Denne oppgaven er hentet fra Kar (2016, s. 648), men jeg har derimot valgt å endre oppgaveformuleringen fra å be elevene om å lage en oppgave til å lage en situasjon. Dette ble gjort for å gjøre oppgaven mer åpen og mindre avansert. Denne grafen inneholder to linjer, som kan gjøre den potensielt vanskeligere enn de andre oppgavene, ettersom Cañadas et al. (2018, s. 34) og Molina (2014, s. 574) oppdaget at elever hadde større vanskeligheter når flere funksjoner var involvert i oversettelsen F → Vs. Kar (2016, s. 649) fant hovedsakelig 5 forskjellige feil i svarene til sin studie: ikke vise til linearitet, ikke vise til startpunkt til linje, ikke-kompatibel historie, ikke inkludere spørsmål (ikke relevant til min oppgaveformulering) og logisk feil. I studien til Kar (2016, ble disse oppgavene gitt til lærerstudenter, og med bakgrunn i at elevene i min studie har relativt begrensede erfaringer med lineære funksjoner, har jeg valgt å ikke stille krav om at elevene spesifikt viser til linearitet, og heller godta svar hvor situasjonen kan representere et lineært forhold.

Oppgaven er åpen, og det er lite forvirrende fakta. I motsetning til vanlige grafer, er det her flere faktahull, ettersom det ikke er noen verdier eller navn på linjer. Det kan derimot tenkes at dette vil kunne gi elevene en fordel, ettersom egenskapstettheten er lavere enn en vanlig graf, og dermed nærmere egenskapstettheten til den verbale situasjonen elevene skal lage.

Oppgave 1-4 ble ordnet i det jeg forutså ville være stigende vanskelighetsgrad med bakgrunn i funn fra tidligere forskning (Cañadas et al., 2018; Molina, 2014), for å gi elevene bedre mulighet til å løse alle oppgavene ved at de fikk en enklere start. På oppgave 1-4 og 7 var jeg innom flere formuleringer til hvordan jeg skulle få frem at de skulle lage en Vs, og landet på at de nåværende formuleringene var dem som mest tydelig fikk frem at elevene skulle oversette funksjonen til en verbal situasjon med samme matematisk innhold. Det oppgave 1-4 ikke tar hensyn til er avgrensing av funksjonen. Det kan være mer utfordrende å komme på en praktisk situasjon til oppgave 1-4 som ikke er begrenset til positive x- og y-verdier, men ettersom dette ville gjort oppgavene unødvendig kompliserte og vanskelige å løse, valgte jeg å la være å ta hensyn til dette.

3.5. Analyse av datamaterialet

Etter jeg hadde samlet inn datamaterialet satt jeg meg ned for å transkribere. Dette var fordi mye av grunnen til elevenes feil i oversettelsesprosessen ble ytret høyt i samtale med de andre på gruppen og i intervjuet, og jeg var derfor nødt til å transkribere det de hadde sagt. Jeg valgte å ikke bruke et program for å transkribere for å passe på at alt ble transkribert riktig, samt at jeg kunne gå gjennom datamaterialet i sin helhet og bli bedre kjent med det. Når jeg transkriberte, passet jeg på at jeg fikk med meg alt som ble sagt og ytret, og tok heller med for mye detaljer enn for lite. Dette ble gjort for å sikre at jeg fikk med meg mest mulig fra datamaterialet (Tjora, 2021, s. 185). Jeg valgte å ta med disse detaljene i utdragene fra transkripsjonen i denne oppgaven, fordi jeg mener det i større grad kan gi troverdighet til det jeg presenterer ved at funnene i mindre grad blir preget av min tolkning av det elevene ytrer. Datamaterialet var stort, og det tok lang tid å gå gjennom alt, men jeg tror mengden data har gitt meg en fordel i sammenligningen av funnene mine med tidligere funn.

Jeg fulgte Tjora (2021) sine råd når det kom til koding. Han påpeker at man ikke skal besvare spørsmålet «hva snakker informanten om» når man skal lage kodene, men heller det mer spesifikke «hva sier informanten». På denne måten får man mer detaljerte koder, som gjør at man sparer tid ved å ikke måtte gå tilbake til datamaterialet hele tiden, samt at man sørger for at man får med seg alt man trenger fra datamaterialet. Jeg brukte et dataprogram for å kode, slik at jeg lettere kunne holde styr på kodene.

3.6. Reliabilitet og validitet

Reliabilitet

Jeg valgte å observere grupper på 3 elever samarbeide om å løse noen oppgaver. Jeg kunne f.eks. observert elevene jobbe en og en, eller gitt ut et oppgavehefte elevene skulle løse alene og samle inn svarene i etterkant, som muligens ville vært en mer kvantitativ tilnærming. Dette valget begrenser muligens antall svar jeg får per oppgave, men det gjør samtidig at jeg får et bedre utgangspunkt til å analysere svarene, ettersom elevenes samtaler i løsningsprosessen bidrar til et rikt datamateriale.

Et element som Tjora (2021, s. 263) mener bidrar til studiens reliabilitet er relevante koblinger mellom empiri, analyse og teori. I analysen vil det presenteres flere utdrag fra elevenes besvarelser, samtaler under oppgaveløsningen og intervjuutdrag som vil styrke båndet mellom analysen og empirien. Utdragene blir valgt ut med bakgrunn i at de kan knyttes til eksisterende teori på temaet, eller at et fenomen oppstår som ikke er nevnt i forskningen ellers og som jeg derfor mener bør belyses. Oversettelser mellom representasjoner, og feilene som gjøres her, er et tema som er gjort mye forskning på, og studiens reliabilitet styrkes derfor av en sterk kobling mellom empiri, analyse og teori.

Validitet

Ettersom studien involverte 4 grupper på 3 elever, vil resultatene ikke være generaliserbare nok til å si hvilke feil 10. klassinger generelt gjør i arbeid med denne typen oppgaver. Den vil derimot vise hvilke feil disse 10. klassinger gjør, og gir derfor en innsikt i utfordringer elever i 10. trinn kan ha i oversettelser til og fra representasjoner i arbeid med lineære funksjoner. Dette bygger på en antagelse om at andre elever vil kunne gjøre de samme feilene elevene i denne studien gjorde i arbeidet med disse oppgavene. Det kan også antas at andre oppgaver på lignende form vil kunne utløse de samme type feilene hos andre elever. At denne studien involverer 4 grupper, vil kunne gjøre at datamaterialet blir rikere og gir et større grunnlag for å hevde at andre elever i den norske skolen vil kunne gjøre de samme feilene som blir presentert i denne studien.

Jeg hadde håpet å ha elever i studien som hadde hatt undervisning i temaet lineære funksjoner på 10. trinn, for å se hvordan kompetansen til elever på 10. trinn var når de gikk ut fra grunnskolen, men dette viste seg å være svært utfordrende i praksis. Kun noen av elevene i studien hadde vært borti funksjoner på 10. trinn, og det kan derfor antas at elevene ville gjort mindre feil om nyligere hadde erfaringer med funksjoner fra matematikkundervisningen.

3.7. Forskningsetikk

Jeg fikk gå rundt i klassene og kort presentere hva prosjektet handlet om og hva det ville innebære for dem å være med. Jeg forklarte dem at dette ikke på noen som helst måte ville påvirke deres vurderinger i skolesammenheng, og at om de valgte å gjøre dette ville det kun hjelpe meg og forskningsfeltet. Jeg forklarte dem også hva det i praksis ville bety for dem å være med i prosjektet, at det ville være helt anonymt og at de kunne når som helst trekke seg etter å ha sagt ja til å være med. De som kunne tenke seg å være med rakk da opp hånden og fikk utdelt et informasjonsskriv med utdypende informasjon og samtykkeerklæring som de måtte ta med hjem for å få signatur fra foreldrene på, med mindre de hadde fylt 16 og kunne samtykke selv (SIKT, u.å.). Jeg søkte om godkjenning for prosjektet fra NSD fordi jeg skulle samle inn personopplysninger i form av navn, samt at elever skulle observeres og intervjues med videoopptak. Denne studien, og informasjonsskrivet elevene fikk utdelt, er derfor godkjent av NSD til å være innenfor gjeldende personvernregler (se vedlegg).

Under datainnsamlingen var kamera ikke vendt mot elevene, men mot bordet. Jeg så ikke på det som nødvendig å filme ansiktet deres, da dette kan oppfattes som ubehagelig for noen elever. Det ville i tillegg gjort datamaterialet enda mer sensitivt med tanke på personvern, og jeg tok beslutningen om at det ikke var verdt å filme ansiktet deres for å kunne analysere ansiktsuttrykk og lignende på en grundigere måte. Jeg filmet derfor ned mot bordet i både oppgaveløsningen og intervjudelen for å kunne se hva de skrev eller pekte på mens de snakket om det. Dersom det for eksempel hadde vært relevant for studien å se reaksjonene til elevene, og dermed ansiktsuttrykket deres, kunne det vært forsvarlig å ta med ansiktene i filmingen, men dette har ingen relevans for hvilke feil elevene gjør, og derfor ikke for studien min heller.

Før elevene begynte med oppgaveløsningen, hadde jeg tildelt et elevnummer til hver av deltakerne for å sikre anonymiteten deres. Jeg lagde en koblingsnøkkel som ble lagret på en separat OneDrive konto i en kryptert mappe for å kunne selv skille mellom elevene. Å anonymisere tidlig lot meg ta anonyme notater mens elevene arbeidet med oppgavene. For ordens skyld ble elevene i gruppe 1 tildelt elevnummer 1-3, elevene på gruppe 2 tildelt elevnummer 4-6, gruppe ble tildelt elevnummer 7-9 og gruppe 4 besto av elev 10 og 11.

Det elektroniske datamaterialet i form av videoopptak ble gjort med et kamera og en mikrofon lånt av NLA Høyskolen, og ble lagret i OneDrive. Ikke-elektronisk datamateriale, i form av samtykkeerklæringer og oppgaveark ble oppbevart i en låst skuff hjemme hos meg.

4. Analyse

I dette kapittelet vil jeg se på resultatene fra elevenes oppgaveløsning med fokus på de gale svarene, supplert med intervjuene av elevene i etterkant der det er relevant. Resultatene deles inn i fire kapitler, basert på de forskjellige oversettelsesretningene som var tilrettelagt i oppgaveheftet.

I tabellen under kan man se de kvantitative resultatene fra elevenes besvarelser.

	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 3	Gruppe 4	**Totalt**	**Feilprosent**
F → Vs Oppgave 1-4	1 BF 1 IB	3 TF 1 IB	3 TF 1 U	3 TF	**9 TF 1 BF 2 IB 1 U**	**75%**
Vs → G Oppgave 5 b)	1 BF	1 TF	1 TF	1 TF 1 IF**	**3 TF 1 BF 1 IF****	**100%**
Vs → F Oppgave 5 c) og 6		2 TF		1 TF*	**2 TF 1 TF***	**37,5%**
G → Vs Oppgave 7		1 TF	1 BF		**1 TF 1 BF**	**50%**
G → Vb Oppgave 5 d), e) og f)	1U	1 TF 1 TF*		2 TF*	**1 TF 3 TF* 1 U**	**33,3%**
Totalt	**2 BF 1 IB 1 U**	**8 TF 1 TF* 1 IB**	**4 TF 1 BF 1 U**	**4 TF 3 TF* 1 IF****	**16 TF 4 TF* 3 BF 1 IF** 2 IB 2 U**	

Tabell 4.1: oversikt over feiltyper gjort av gruppene i de forskjellige oversettelsesretningene. Oppgave 5 a) er ikke inkludert, da det ikke innebar en fullverdig oversettelse. BF = bevaringsfeil, TF = tolkningsfeil, IF = implementeringsfeil, IB = ikke besvart, U = uspesifisert.

** Feil som konsekvens av en tidligere feil i en tilknyttet oppgave (telles med i feilprosent). ** Implementeringsfeilen kom etter at elevene gjorde tolkningsfeilen (telles ikke med i feilprosent).*

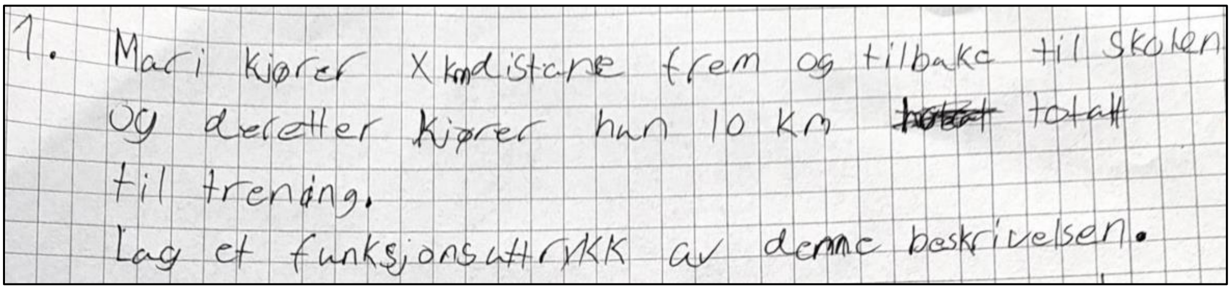
Pga. ordgrensen i denne oppgaven hadde jeg ikke mulighet til å presentere alle feilene elevene gjorde i analysekapittelet, og jeg har derfor tatt noen valg for å begrense oppgaven. Besvarelser hvor det var stor usikkerhet om det var gjort en feil eller ikke, ble ikke presentert i analysen, og er vist som uspesifisert i oversikten i tabell 4.1. Fordi problemstillingen min fokuserer på feiltyper, vil jeg kun fokusere på gale svar, og oppgaver hvor elevene svarte korrekt er derfor også utelatt fra analysekapittelet.

4.1. Oversettelse fra funksjon til verbal situasjon

I dette kapittelet presenterer jeg feil og andre funn fra elevenes oppgaveløsning og svarark i oppgave 1-4, supplert med relevante deler av intervjuene. Jeg presenterer funnene gruppevis, og starter med oppgave 1-3, ettersom flere av gruppene hadde samme løsningsmetode på disse oppgavene. Deretter tar jeg gruppevis for meg oppgave 4, ettersom denne oppgaven viste seg å være spesielt utfordrende for elevene.

Oppgave 1: gruppe 1

Den første oppgaven ga flere ulike type svar fra de forskjellige gruppene. Gruppe 1 skjønte hva oppgaven ville de skulle gjøre relativt kjapt, og kom på en situasjon som handlet om Mari som kjører x distanse frem og tilbake til skolen, pluss 10 km. til trening (se figur 4.1.1). Problemet med denne situasjonen er at Maris distanse frem og tilbake til skolen ikke vil variere, slik x-variabelen skal gjøre. Fra funksjonen «$y = x + 10$» har de oversatt x til distansen frem og tilbake til skolen, «+ 10» har de oversatt til kjørelengden totalt til trening, og y-en vil da være den totale kjørelengden til Mari. De har dermed klart å lage en situasjon som får med seg mange viktige elementer fra funksjonen, men har oversett det faktum at x-verdien ikke faktisk vil variere, og som følge av dette vil heller ikke y-verdien være variabel. Dette har jeg kodet som en bevaringsfeil, ettersom den semantiske kongruensen er bevart mellom start-sluttrepresentasjonen på flere viktige punkter, men ikke for det faktum at x og y skal representere varierende tallverdier i den verbale situasjonen. Dette er en nøkkelegenskap som ikke er spesifikt gitt i startrepresentasjonen, men som er underforstått ettersom det er en lineær funksjon.


1. Mari kjører X km distanse frem og tilbake til skolen og deretter kjører hun 10 km ~~totalt~~ totalt til trening.
Lag et funksjonsuttrykk av denne beskrivelsen.

Figur 4.1.1: gruppe 1, oppgave 1

Oppgave 1-3: gruppe 2

Gruppe 2 gjorde samme feilen i oppgave 1-3, og dette er blitt kodet som tolkningsfeil. Jeg vil forklare hvorfor i avsnittene under.

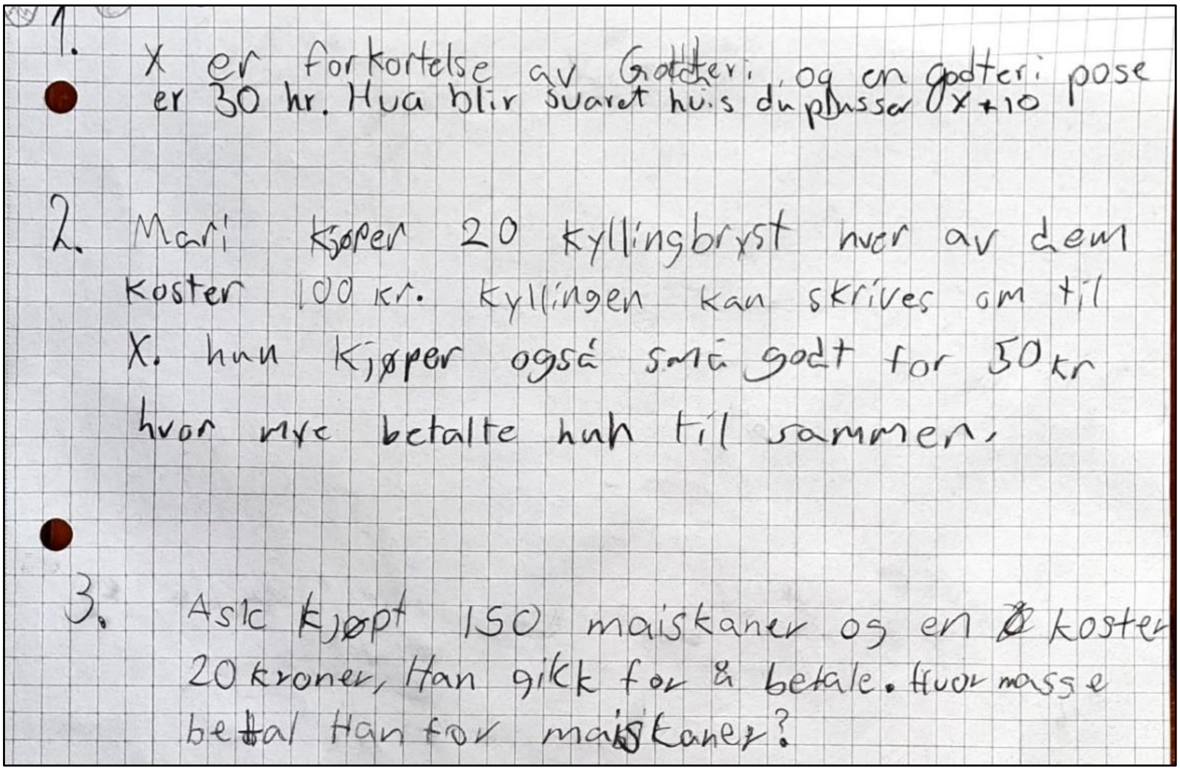
I gruppe 2 tok elev 4 styringen fra starten av, og var selvsikker nok til at de to andre fulgte etter, selv om løsningene eleven foreslo ikke alltid var korrekt. Dette kan vi se hint av i dette utdraget fra helt i starten av oppgaveløsningen til gruppe 2:

977. **Elev 4:** […] Så den vil at vi skal lage en tekstoppgave. Så, vil det si at vi skriver bare sånn, ja, en godteripose er lik x, og den er verdt så mye. Så pluss 10 er den lik y, som er noe annet, som da blir, noe.

978. **Elev 5:** ja

979. **Elev 6:** ja. Det kan gå…

Elev 4 foreslår i tredje setning i utsagn 977 at de skal bestemme en verdi på en godteripose (x), deretter plusser de på 10, og da er det lik y. Dette forslaget ble bygget videre på før de kom frem til deres skriftlige svar (se figur 4.1.2.). Her er x en forkortelse for en godteripose, og denne godteriposen er verdt 30 kr. Oppgaven de lager kan tyde på at elevene tolker x som et navn eller forkortelse for en ting. Denne feilen kan muligens ha opphav i at man har satt mye navn på variabler tidlig i algebraundervisning. F.eks. «2a + b er 2 appelsiner pluss 1 banan». Denne måten å tolke bokstavene på kaller Küchemann (1978, s. 26) for «bokstav som objekt». Det kan virke som elevene ikke skjønner at x er en variabel tallverdi, og ikke bare en forkortelse for navnet på en ting, og at de derfor føler at de må gi en ekstra verdi til x-en, som vi ser eksempel på i hver av besvarelsene på oppgave 1-3 i figur 4.1.2.



Figur 4.1.2: gruppe 2, oppgave 1-3

Når gruppe 2 begynte på oppgave 2 og elev 4 ville løse oppgaven på samme måte som oppgave 1, ante elev 5 at det var noe som ikke stemte, og sa ifra:

1003. **Elev 4:** [sukker og sier noe utydelig]… skal vi bare skrive at x enda er godteripose?

[…]

1006. **Elev 5:** vi må jo liksom tenke, at om vi hadde fått denne oppgaven, hadde vi klart å løse den? Etter vi har skrevet liksom oppgaven, for å se om det gir mening.

1007. **Elev 4:** mhm

1008. **Elev 5:** men det kan vi jo gjøre til slutt sikkert

1009. **Elev 4:** det kan vi nok

1010. **Elev 5:** etter vi har laget, siden det er flere [peker på oppgavearket], oppgaver om det

Elev 5 kommer i utsagn 1006 med et forslag om å sjekke om løsningen på oppgaven de lager blir funksjonen i oppgaven, men foreslår deretter at de kan gjøre det etter de har løst oppgave 1-4, ettersom de var like. Dette ville vært en attributtbekreftelse, ettersom de ville sjekket om en av definerende egenskapene til startrepresentasjonen (svar på en tekstoppgave) er til stede i sluttrepresentasjonen. De gjorde derimot ikke den foreslåtte attributtbekreftelsen når de var ferdig med oppgavene, noe som kan ha vært en medvirkende faktor til at de gjorde den samme feilen på oppgave 1-3, og holdt på å gjøre den samme feilen på oppgave 4, før de ga opp. Denne gruppen klarte ikke å komme på en situasjon til oppgave 4, og hoppet over den, men de klarte heller ikke å komme på noe til situasjonen i tide når de var ferdig med de andre oppgavene. Denne feilen som gruppe 2 har gjort i hver av oppgavene 1-3 har jeg kodet som tolkningsfeil, ettersom elevene tildeler gale egenskaper til x og y ved å gi variablene en fast verdi, som gjør at de ikke vil variere slik de skal gjøre i en lineær funksjon. Gruppe 1 gjorde også en feil hvor variablene ikke faktisk variere, som jeg kodet som en bevaringsfeil. Grunnen til at gruppe 2 sine besvarelser ikke blir kodet som en bevaringsfeil, er at elevene i gruppe 2 velger å tolke variablene som «bokstav som objekt» fordi de tror det er den korrekte løsningsmetoden, som fører til svært lite semantisk kongruens mellom start- og sluttrepresentasjonen. Gruppe 1 virker derimot å ha forstått egenskapene til variablene og har bevart semantisk kongruens for flere andre viktige egenskaper, men har oversett en detalj i sluttrepresentasjonen som vil gjøre at variablene ikke vil variere.

Rett etter dette forslaget fra elev 5, fortsatte elev 4 med samme løsningsmetode de brukte i oppgave 1, og ettersom jeg da skjønte at de ville gjøre det samme på alle oppgavene, valgte jeg å bryte inn for å forklare oppgaven bedre for at jeg skulle få se andre løsningsmetoder på disse oppgavene.

1021. **Elev 6:** ja, okay. Så 20x, hva vil vi x skal være?

1022. [liten pause]

1023. **Meg:** så hvis dere tenker at den situasjonen dere lager. Sånn som du sier

1024. **Elev 5:** mhm

1025. **Meg:** det skal, da skal svaret fra den oppgaven dere lager, [peker på funksjonen i oppgave 2 på oppgavearket] være den funksjonen

[…]

1037. **Elev 6:** åja, jeg trodde vi skulle løse den [peker mot oppgavearket]

1038. **Elev 5:** åja, nei, nei

1039. **Elev 4:** Mari kjøper 20 kylling

1040. **Elev 5:** hehe, ja!

1041. **Elev 4:** kylling er lik x. [skriver] Mari. Kjøper 20. kylling. Bryst. Hver. Hver av dem. Koster. Hvor mye vil vi at de skal koste?

1042. **Elev 5:** [navn på elev 6]?

1043. **Elev 6:** ehm, vi kan si, 100

Vi kan se fra utdraget over at hverken mitt eller elev 5 sitt innspill gjorde at gruppen endret fremgangsmåten sin til oppgave 2, og jeg valgte derfor å ikke veilede dem mer på dette for å se om gruppen fant ut av det selv etter hvert. I figur 4.1.2 kan vi se at oppgave 3 også har samme form som oppgave 1 og 2, ved å gi en egen verdi til t, som her tilsvarer x-verdien, for deretter å formulere oppgaven som hvor mye personen må betale ved den gitte prisen og mengden.

I utsagn 1037, og i besvarelsene til gruppe 2 kan vi se tegn på at elevene forbinder funksjoner med noe som skal løses, som f.eks. i en ligning. Under kan vi se et tydeligere eksempel på dette:

988. **Elev 4:** Elev 4: ehm, og en godteripose er… 30 kroner?

[…]

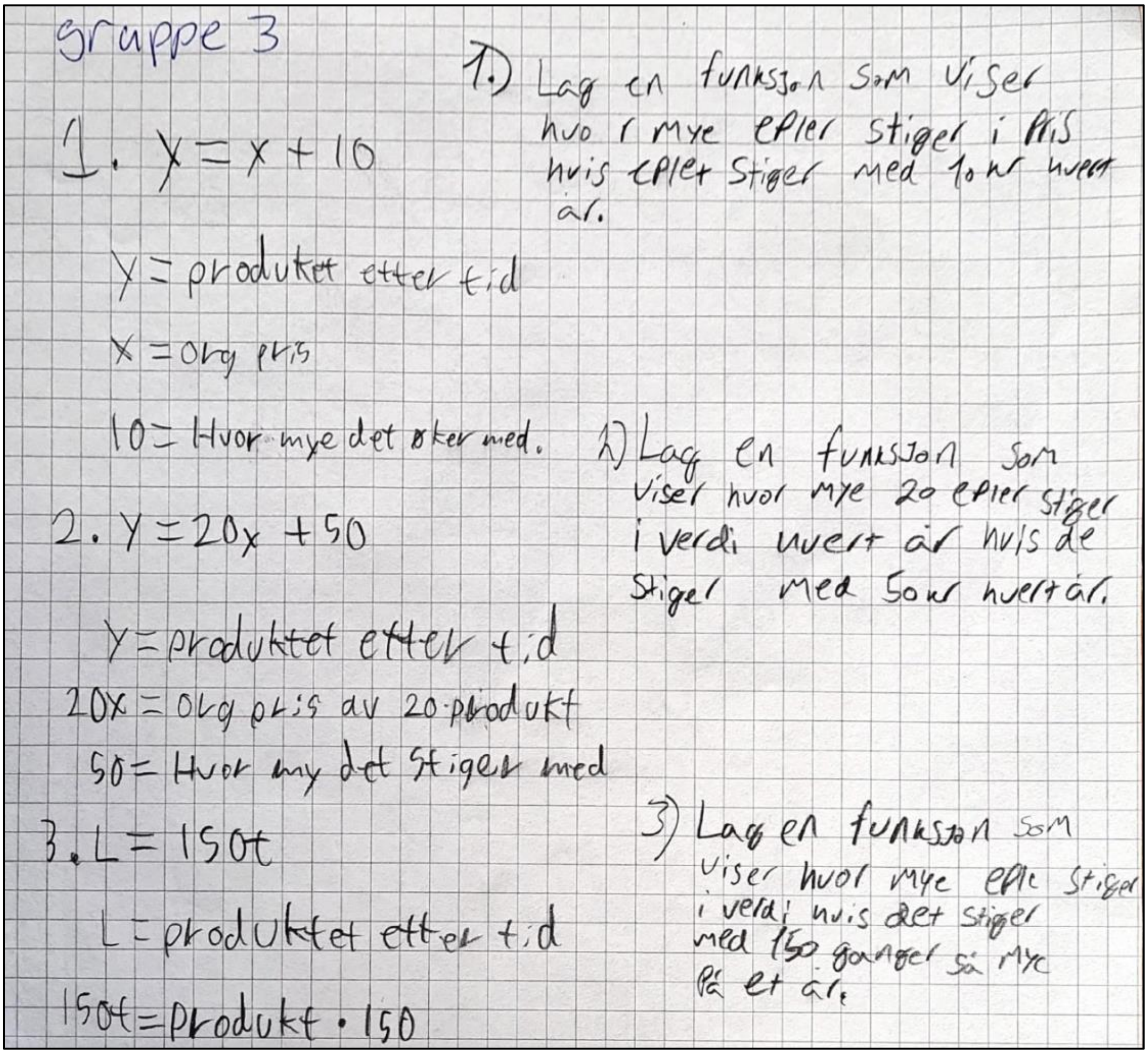
991. **Elev 4:** 30 kroner. [lavt] lag en tekstoppgave… okay, så da må vi bare skrive da. Så hvis du plusser på 10, så er y… vi lager jo tekstoppgaven, så skal vi, da tror ikke jeg vi skal finne svaret for hvor mye y er?

På slutten av utsagn 991 ser vi at elev 4 sier at den tror ikke de skal finne svaret på hva y er, de skal bare lage oppgaven. Dette tyder på at eleven forvirrer konseptene ligning og funksjon fordi man i en ligning skal finne ut hvilken verdi bokstavene har.

I tillegg til elev 4 og 6, brukte også elev 8, 10 og 11 ordet ligning noen ganger når de egentlig snakket om en funksjon. Clement (1982, s. 21-22) peker på at elever ofte sliter med å forstå konseptet variabler, og at overgangen fra ligninger hvor man har en ukjent, til funksjoner med to variabler kan være vanskelig. I ligninger, som f.eks. «$2x = 6$», har man en bokstav x, som man ved hjelp av algebraisk manipulasjon kan finne en bestemt tallverdi på. I funksjoner derimot, har man to varierende, ubestemte tallverdier som man ikke skal finne en løsning på, men som kan representere et forhold.

Jeg mener disse dataene kan tyde på at elever blander konseptene funksjoner og ligninger, og at det dermed kan oppstå vanskeligheter når de løser funksjoner, fordi de har lyst til å finne en løsning på funksjonen. Dette minner om begrepet til Collis (1975, sitert i Küchemann, 1978, s. 26), «acceptance of lack of closure», hvor elevene må akseptere at de ikke kan komme frem til et endelig svar med ett tall, og at svaret i den forstand vil være ufullstendig.

Oppgave 1-3: gruppe 3


gruppe 3

1. y = x + 10

y = produket etter tid

x = org pris

10 = Hvor mye det øker med.

2. y = 20x + 50

y = produktet etter tid

20x = org pris av 20 produkt

50 = Hvor my det stiger med

3. L = 150t

L = produktet etter tid

150t = produkt · 150

1.) Lag en funksjon som viser hvor mye epler stiger i pris hvis eplet stiger med 10 kr hvert år.

2) Lag en funksjon som viser hvor mye 20 epler stiger i verdi hvert år hvis de stiger med 50 kr hvert år.

3) Lag en funksjon som viser hvor mye eple stiger i verdi hvis det stiger med 150 ganger så mye på et år.

Figur 4.1.3: gruppe 3, oppgave 1-3

Vi kan se fra svararket til gruppe 3 (figur 4.1.3) at elevene har valgt ganske lik fremgangsmåte på oppgave 1, 2 og 3. I oppgave 1 har de tenkt at y vil være eplene etter en viss tid, x er originalprisen og 10 vil være hvor mange kroner eplene stiger med. Elevene kan muligens ha assosiert addisjonen av et konstantledd i oppgave 1 og 2 med en økning i noe, og derfor tenkt at situasjonen kan være en prisstigning på et produkt. Dette kan tyde på at elevene ser på funksjonen syntaktisk, istedenfor semantisk, det Clement (1982, s. 18-19) kaller «word-order matching». Når elevene bruker denne fremgangsmåten, antar de at rekkefølgen på nøkkelegenskaper i startrepresentasjonen vil kunne direkte overføres til sluttrepresentasjonen. Dette uttrykket bruker Clement (1982) for å beskrive feil elever gjør når de oversetter Vs → F, men ut ifra disse dataene mener jeg det er grunn til å tro at det samme konseptet kan oppstå også i oversettelsen F → Vs. I tilfellet til gruppe 3 kan det virke som at elevene kommer på en situasjon hvor epler stiger i pris, og leser funksjonen fra venstre til høyre, som gjør at «x» oversettes til epler og «+ 10» oversettes til stiger i pris. De forstår da ikke at funksjonen også kan være «$10 + x$» uten at funksjonens matematiske ideer endres. Denne forvekslingen fører til at x, og dermed også y, ikke vil variere.

Dersom elevene hadde sagt at konstantleddet var originalpris og x representerte f.eks. en prisstigning på 1 krone etter x år, ville situasjonen deres kunne passet til funksjonen. En lignende omrokkering kunne også blitt gjort i oppgave 2 for å få en rett løsning. Dette er en tildeling av gale egenskaper til startrepresentasjonen, ettersom de har forvekslet egenskapene til konstantleddet og stigningstallet, som bl.a. fører til at x og y ikke vil være variabel. Med bakgrunn i dette, har jeg kodet feilene gruppe 3 gjorde i oppgave 1 og 2 som tolkningsfeil.

Gruppe 3 sitt svar på oppgave 3 innebar også at variablene ikke faktisk ville variere. Nederst på oppgavearket har de skrevet «150t = produkt * 150». De har dermed definert t (x-variabelen) som produktet (eplene), og ut ifra oppgaveteksten deres mener de nok originalprisen på produktet, noe som gjør at t ikke lenger vil være en variabel, ettersom den opprinnelige prisen er fast. Da vil heller ikke L (y-verdien) variere. Også her virker det som elevene tolker variablene som «bokstav som objekt». Her tildeler elevene gale egenskaper til variablene i sluttrepresentasjonen ved å definere t som noe som ikke vil variere, og det er derfor blitt kodet som en tolkningsfeil. En forskjell i besvarelsen deres til oppgave 3 derimot, er at de har skrevet at epler stiger med 150 ganger så mye i pris.

1514. **Elev 8:** [avbryter] fordi, her [peker på oppgave 2 på svararket deres] har vi bare sagt at det stiger med 50, vi kan bare skrive at den stiger med 150, GANGER så mye, på en måte

1515. **Elev 7:** ganger t

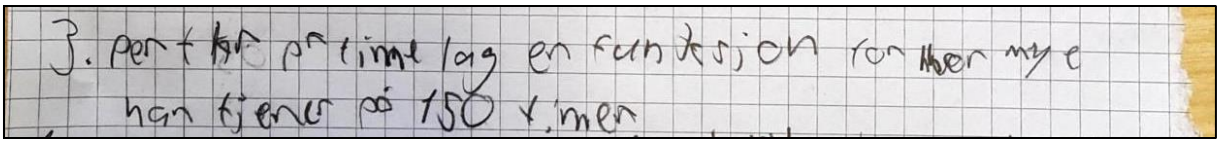
1516. **Elev 9:** [nølende] du kan det

1517. **Elev 8:** bare gjør det, for det er jo

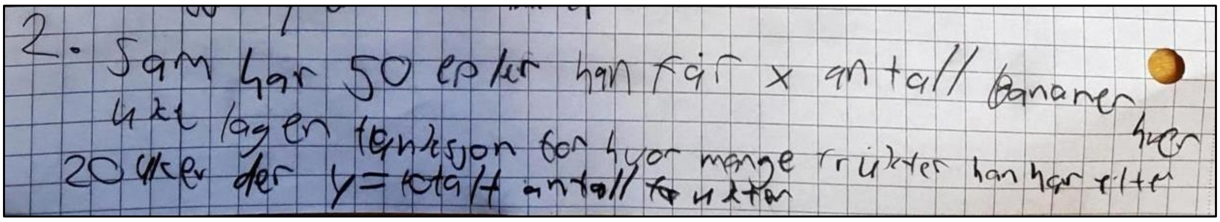
1518. **Elev 7:** ja, siden. Okay, L er det samme som. Nei, okay, L, hva er L da? Det kan være, etter tiden?

Det vi ser fra utdraget over er hvordan elevene i gruppe 3 kom frem til svaret sitt på oppgave 3. Ettersom de har sagt at prisstigningen er 150 ganger så mye, ville svaret på oppgaven slik de har tenkt den vært noe som «$L = 150^t$». Dette ville ført til at epler fikk en voldsom og urealistisk prisvekst. Det kan derfor virke som elevene har blandet potens og multiplikasjon, noe flere studier (Castro et al., 2022, s. 605; Rodríguez-Domingo & Molina, 2013, s. 115) også har sett er en vanlig feil i oversettelser til V. Dette er enda en tildeling av gal egenskap til sluttrepresentasjonen, som også er en tolkningsfeil. Den kommer derimot etter en annen tolkningsfeil beskrevet over, og jeg anser det derfor ikke som en av grunnene til at elevene ikke klarte å løse denne oppgaven, og har heller ikke tatt den med i oversikten over antall feil.

Oppgave 2 og 3: gruppe 4



Figur 4.1.4: gruppe 4, oppgave 3



Figur 4.1.5: Gruppe 4, oppgave 2

Gruppe 4 synes oppgave 1 var for vanskelig, og når de så at oppgave 1-4 hadde lik form, valgte de å hoppe over dem. Når de senere gikk tilbake til disse oppgavene, var både oppgave 1 og 2 for vanskelig, og når de følte det samme på oppgave 3, ga jeg dem et hint til en mulig løsning, ved å si at L kunne representere lønn, og t representere timer. Denne gruppen begynte derfor med oppgave 3, og gikk deretter tilbake til oppgave 1, 2 og til slutt 4. Som vi ser i figur 4.1.4 og 4.1.5 lagde gruppe 4 en oppgavetekst til oppgave 2 og 3 som kan gi mening rent matematisk. Jeg har derimot valgt å kode dem som tolkningsfeil med bakgrunn i hvordan de kom frem til svaret i oppgave 3:

2773. **Elev 11:** så, for å få lønn, så må han jobbe 150 timer

2774. **Elev 10:** vent, vent, vent, vent. Hvis han. La oss si at han tjener…

2775. **Elev 11:** 2 kroner

2776. **Elev 10:** 20 kroner per time. Ja. [skriver] Per, tjener, 20 kroner, per

2777. **Elev 11:** per time

2778. **Elev 10:** [skriver] per time

2779. **Elev 11:** han må jobbe 150 timer. Og så får han, en, viss lønn

2780. **Elev 10:** ehm. Ja. Hvor mange, hvor mye har han. Vent litt. Lager. Tjener 20 kroner per time. [skriver] lag, en, funksjon. vent

2781. **Elev 11:** lag en funksjon

2782. **Elev 10:** vent litt. Hvis vi bare tar. Hvis vi bare liksom. Per tjener. [skriver] t, kroner, per time. Lag. Lag en funksjon

2783. **Elev 11:** 150 timer

2784. **Elev 10:** [skriver] for, hvor, mye, han, tjener. På 150 timer

Det kan se ut som elevene legger mer fokus på at t skal være en ukjent, istedenfor at den hovedsakelig skal være en variabel, og at de tenker det skal være opp til den som skal løse oppgaven å finne ut av hva t-en kan være, og dermed hvor mye Per tjener. En slik tolkning av variabelen t er et eksempel på å tolke variabler som «bokstav som spesifikk ukjent». Vi ser at de diskuterer hvilken verdi de skal gi til t, som vil være timelønnen, men går deretter over til at timelønnen er ukjent, og at Per må jobbe 150 timer for å få lønn.

I oppgave 2 kommer elevene frem til en oppgave med lignende form som oppgave 3, hvor tid, som man vanligvis kanskje ville tenkt var variabelen, istedenfor er koeffisienten, og det kan også her virke som at de ikke helt forstår egenskapene til variablene i lineære funksjoner. Med bakgrunn i at det i kjerneelementene for matematikk står at «elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene» (Utdanningsdirektoratet, 2020b), legger jeg også her mer vekt på forarbeidet til løsningen en selve løsningen. Det virker som elevene har tolket viktige egenskaper feil og brukt gal løsningsmetode, men fortsatt har endt opp med et korrekt svar. Jeg har jeg derfor kodet feilen de gjør i oppgave 2 og 3 som tolkningsfeil, fordi elevene tildeler gale egenskaper til startrepresentasjonen ved å tolke variabelen som en spesifikk, men ukjent verdi i form av timelønnen til Per, istedenfor en variabel verdi.

Også i gruppe 4 sin besvarelse til oppgave 2 og 3 kan det argumenteres for at elevene forvirrer egenskaper fra ligninger inn i funksjoner. Gruppen lager en oppgave hvor det ut ifra utdrag fra løsningsprosessen kan virke som at leseren er nødt til å finne ut av hva x-verdien er. Elevene diskuterer først hvilken verdi de skal gi til t, men velger deretter å la den være ukjent, og for meg kan dette virke som at de vil at leseren skal finne ut av dette på egenhånd. Selv om det i disse oppgavene ikke vil være mulig å finne en løsning til x, mener jeg det kan være grunn til å tro at elev 10 og 11 også blander konseptene ligninger og funksjoner. Denne mistanken forsterkes også ved at både elev 10 og 11 ved noen anledninger brukte ordet ligning når de snakket om funksjoner, som vi ser under, når de skal begynne på oppgave 1:

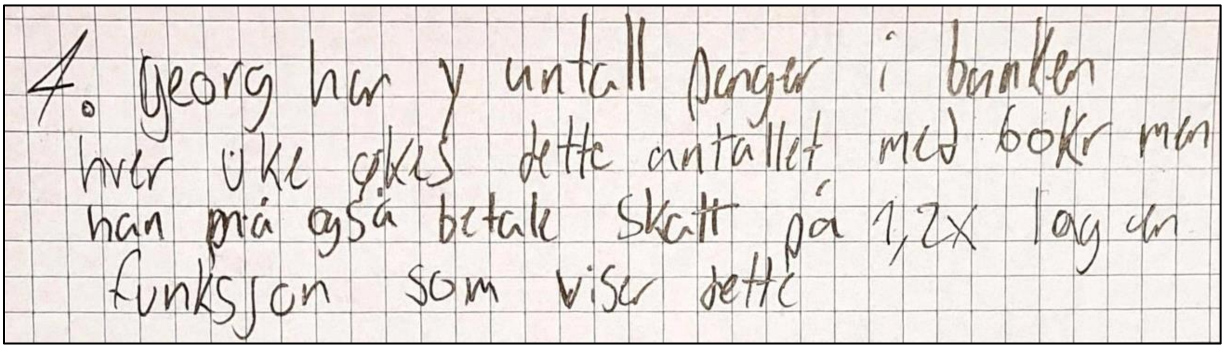
2422: **Elev 11:** vi kan lage noe som, gjør at det blir den ligningen

[…]

2425: **Elev 11:** det skal vi egentlig gjøre på alle

2426: **Elev 10:** skal vi lage en ligning liksom?

Oppgave 4: gruppe 4:



4. Georg har y antall penger i banken hver uke økes dette antallet med 60kr men han må også betale skatt på 1,2x lag en funksjon som viser dette

Figur 4.1.6: gruppe 4, oppgave 4

Som vi ser i figur 4.1.6, har gruppe 4 ikke forstått viktige egenskaper til hverken lineære funksjoner, konstantledd eller stigningstall. Situasjonens overordnede tema om noen som har 60 kroner og deretter må betale noe, er noe som kan passe til funksjonen gitt i oppgaven. Elevene har derimot tolket konstantleddet som noe som gjentar seg flere ganger ved å si at antall penger i banken økes med 60 kroner hver uke, og det kommer heller ikke tydelig frem hva x-verdien representerer. Svaret på oppgaven gruppe 4 har laget vil derfor ikke være en lineær funksjon som den gitt i oppgave 4. Gruppen tildeler dermed flere gale egenskaper til sluttrepresentasjonen, og besvarelsen blir kodet som tolkningsfeil.

Alle elevene pekte på oppgave 4 som vanskelig i intervjuet i etterkant, og 9 av 11 av elevene pekte ut den oppgaven som den vanskeligste. De fleste pekte på at det var den negative koeffisienten som gjorde at oppgaven var vanskeligere enn resten, og to elever sa at desimaltallet også gjorde den vanskeligere. Alle gruppene valgte å hoppe over oppgave 4 for å komme tilbake til den senere. Gruppe 1 og 2 fullførte ikke oppgaven, og jeg har derfor ikke tatt deres arbeid med i analysen. Kun 2 av de 4 gruppene klarte å komme frem til en løsning på oppgave 4, hvorav en av dem var korrekt.

Til spørsmålet «var det noen av disse type oppgavene du ikke hadde gjort før?» i intervjuet i etterkant svarte 9 av 11 av elevene at det var uvant å lage en tekstoppgave, og de to resterende var mer usikker på hvilke oppgaver de hadde gjort og ikke.

2288: **Elev 7:** […] det var jo litt uvant, siden vi pleier å få tekstoppgaven, og så må vi, gjøre den da

2289: **Meg:** mhm

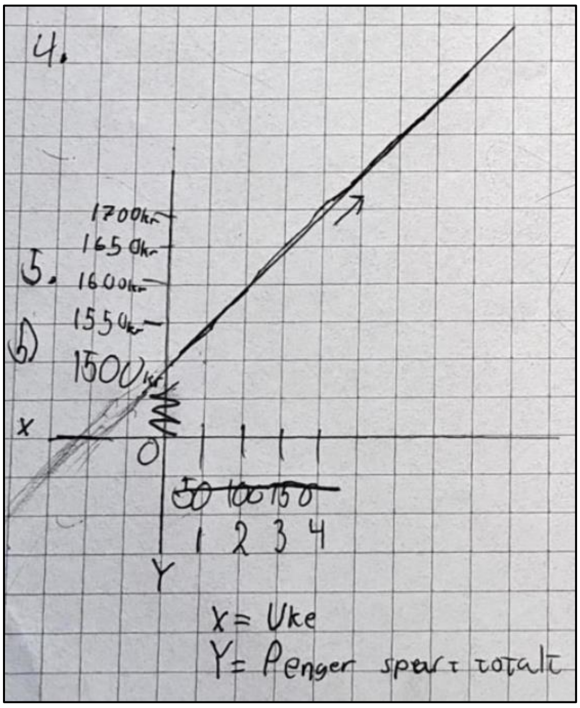
2290: **Elev 7:** ehm, men, jeg føler at, når vi får en sånn oppgave som dette her, så føler jeg at vi liksom må tenke mer, og tenke. Jeg føler at forstår litt mer da om oppgaven, fordi vi da må reversere den på en måte. Så jeg synes det var nice.

Intervjuutdraget over viser elev 7 sine refleksjoner rundt hva som gjorde oppgave 1-4 uvant å løse, og at oppgavene krevde at de måtte reversere tankegangen sin, som gjorde at eleven følte den forsto mer.

4.2. Oversettelse fra verbal situasjon til graf

I dette kapittelet presenterer jeg feil og andre relevante funn fra elevens oppgaveløsning og svarark til oppgave 5 b). Oppgave 5 a) innebar ikke nødvendigvis å formelt oversette til en graf, men den krevde minimum at elevene reflekterte over hvordan denne situasjonen ville sett ut i en graf. Alle elevene svarte derimot korrekt på denne oppgaven, og det er derfor ikke presentert funn fra oppgave 5 a).

Oppgave 5 b): Gruppe 1



Figur 4.2.1: gruppe 1, oppgave 5 b)

Gruppe 1 begynte grafen et stykke nede på y-aksen på 1500, men hadde ikke riktig skalert avstand fra 1500 og ned til origo. De tegnet også grafen sin bakover til den traff x-aksen i andre kvadrant, men dette var i forbindelse med et senere feilaktig løsningsforslag til oppgave 5 d) som de gikk vekk fra, og er derfor ikke en del av løsningen deres til oppgave 5 b). Vi kan også se på figur 4.2.1 at elevene begynte å plassere kroner som verdi langs x-aksen, hvor de begynte med 50 kroner, og hadde intervaller på 50 bortover. Selv om man ofte ser at kroner er langs y-aksen og tid er langs x-aksen, er det ikke feil å gjøre det motsatt. Gruppen valgte derimot senere å plassere uker langs x-aksen, og de begynte da med 1500 kr. på y-aksen. Spesielt elev 3 uttrykte usikkerhet rundt hvorvidt det ville være korrekt å begynne med 1500 som verdi på y-aksen.

453. **Elev 3:** for du får, akk. Eller, det blir jo på en måte helt rett for så vidt, hvis du starter med 1500. for da skal jo i teorien. Skal ikke i teorien da neste steget være da, typ 3000? eller? Fordi den skal, den er der opp på linje 2 sant?

454. **Elev 1:** ja, men 3000 skal jo egentlig. Vi kan skrive det, men det trenger ikke vi å bry oss om nå.

455. **Elev 3:** ja, men vi vet jo ikke hvor. Ja, men det har jo noe å si om hvor bratt denne her skal gå oppover [peker langs linjen de har laget]

456. **Elev 1:** ehm.

457. **Elev 3:** så i så fall må du skrive 1500, 1550, femten hundre og, eller så blir det 1600, sant?

458. **Elev 1:** ja

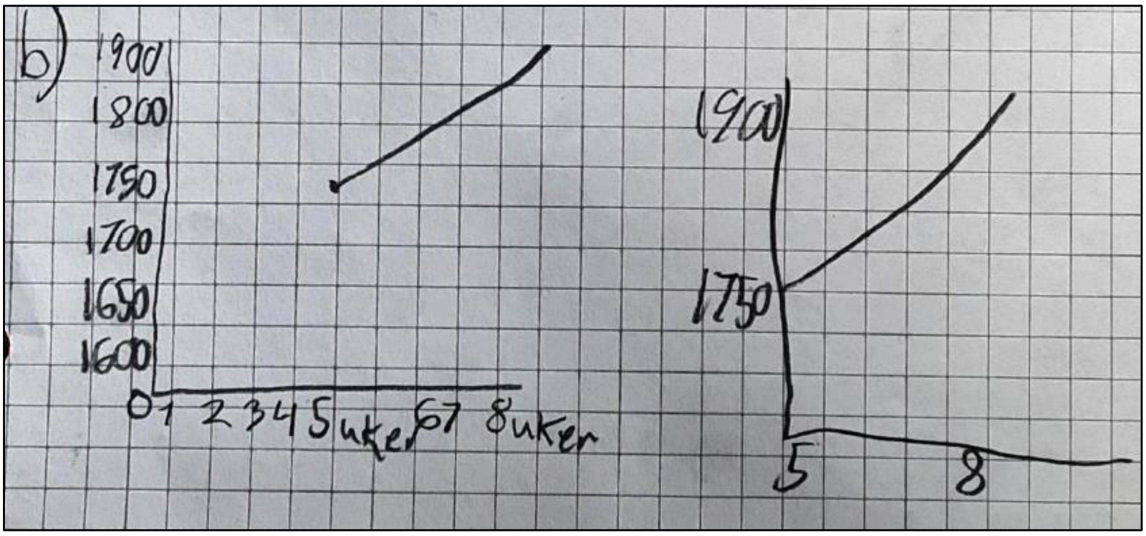
459 **Elev 3:** det du kan, eventuelt, gjøre, er å skrive, hver… Fordi hvis du hadde hatt en mye større [graf], det er det du skulle hatt.

I utsagn 453 påpeker elev 3 at det kan være rett å begynne med 1500, men at neste steg da bør være 3000, og forklarer videre i utsagn 455 at intervallet på y-aksen vil ha noe si for hvor bratt stigning linjen deres vil ha. Denne gruppen begynte å lage grafen ved å tegne et lite koordinatsystem, og deretter en linje på skrått oppover, før de hadde skrevet noen verdier på x- og y-aksen. I utsagn 459 ser elev 3 at de skulle ha tegnet en mye større graf for å vise situasjonen bedre, og rett etter dette spurte denne eleven meg om det ville være riktig å starte med 1500 på y-aksen. Ettersom gruppen på dette tidspunktet hadde brukt over halvparten av den tilgjengelige tiden, og fortsatt hadde resten av oppgave 5, oppgave 6, 7 og 4 igjen, valgte jeg å forklare til dem hvorfor det ikke ville være riktig skalert og hjelpe dem ved å tegne et sikksakk mønster mellom origo og 1500 for å vise at deler av y-aksen er komprimert, og som dermed gjør y-aksen på en måte riktig skalert. Dette gjorde jeg fordi jeg så hvilken feil de allerede hadde gjort og at de forsto at noe ikke stemte med deres foreløpige løsning. Jeg bestemte meg da for at datamaterialet ville være mer interessant om elevene fikk bruke tiden til å fullføre resten av oppgavene fremfor å streve videre oppgave 5 b). I denne analysen har jeg derimot valgt å ta med svaret de kom frem til før de spurte meg om hjelp.

I tillegg til den gale skaleringen av y-aksen, gir grafen ikke en fullverdig beskrivelse av situasjonen, ettersom tallene på x- og y-aksen kun viser hva som skjer frem t.o.m. den fjerde uken, og situasjonen i oppgaven beskriver hva som skjer t.om. uke 8. Dette er en egenskap ved startrepresentasjonen som ikke er blitt oversatt til sluttrepresentasjonen av gruppe 1. Ettersom elevene har bevart semantisk kongruens for grafens stigning, konstantledd og noen av x- og y-verdiene, men ikke har skalert y-aksen riktig (om man ser bort ifra min veiledning og hjelpetegning) eller inkludert de nødvendige x- og y-verdiene fra situasjonen, har jeg kodet gruppens besvarelse som en bevaringsfeil.

Oppgave 5 b): gruppe 2

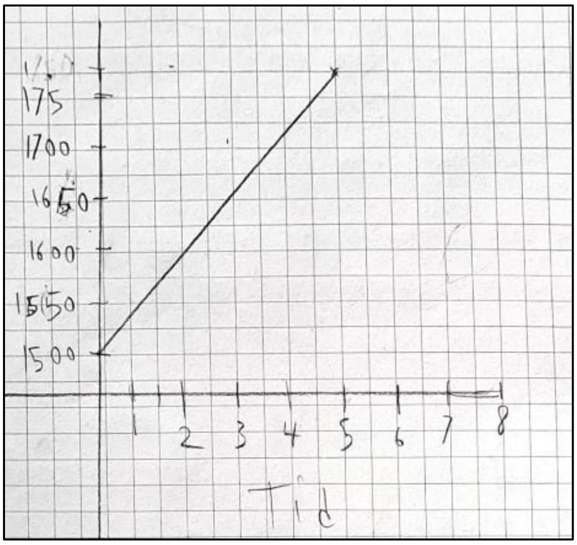
Grafen til gruppe 2 begynte midt på y-aksen med y-verdi 1750, og den eneste andre verdien de hadde skrevet på y-aksen var 1900. Til venstre på figur 4.2.2 ser vi gruppens første forsøk på en graf, hvor de begynner linjen midt i grafen, hvor x-verdien er 5.



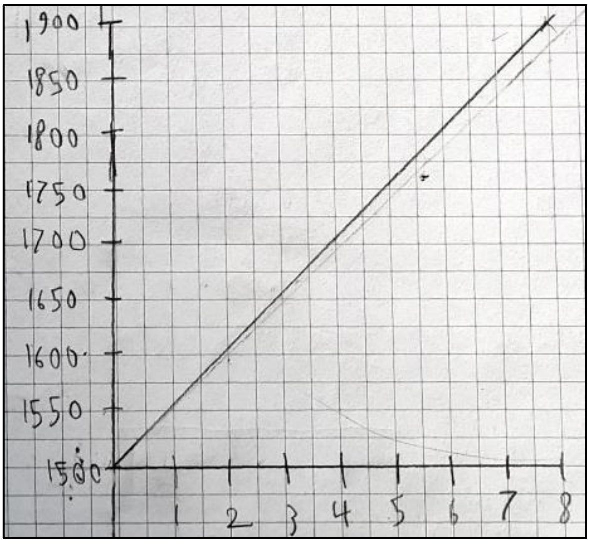
Figur 4.2.2: gruppe 2, oppgave 5 b). Elevene fikk ikke linjal før de var ferdig med oppgave 5 b), fordi jeg glemte å gi dem dette. Det er derfor hovedsakelig min feil at gruppe 2 ikke har tegnet nøyaktige grafer. Det er derimot ikke avgjørende for om elevens svar er korrekt eller ikke, ettersom de gjorde andre uavhengige feil, og det påvirker derfor ikke analysen ellers.

Gruppe 2 sitt endelige forsøk på en graf var svært mangelfullt, som man kan se til høyre på figur 4.2.2. Elevene har begynt med 5 som første verdi på x-aksen, og grafen skjærer y-aksen omtrent midt på, med verdi 1750. Grafen kan si noe om situasjonen til Kristoffer, som at han har 1750 kr. etter 5 uker, og 1900 kr. etter 8 uker (om man ser bort ifra unøyaktigheten, som var hovedsakelig min feil). Grafen viser derimot ikke når Kristoffer fikk pengene, eller hvor mye han fikk, ettersom de har plassert x-verdien 5 i origo. Gruppen har dermed ikke oversatt flere viktige elementer fra start- til sluttrepresentasjonen, og har samtidig tildelt flere gale egenskaper til de delene av sluttrepresentasjonen de har oversatt. Gruppens svar er derfor kodet som tolkningsfeil.

Oppgave 5 b): gruppe 3



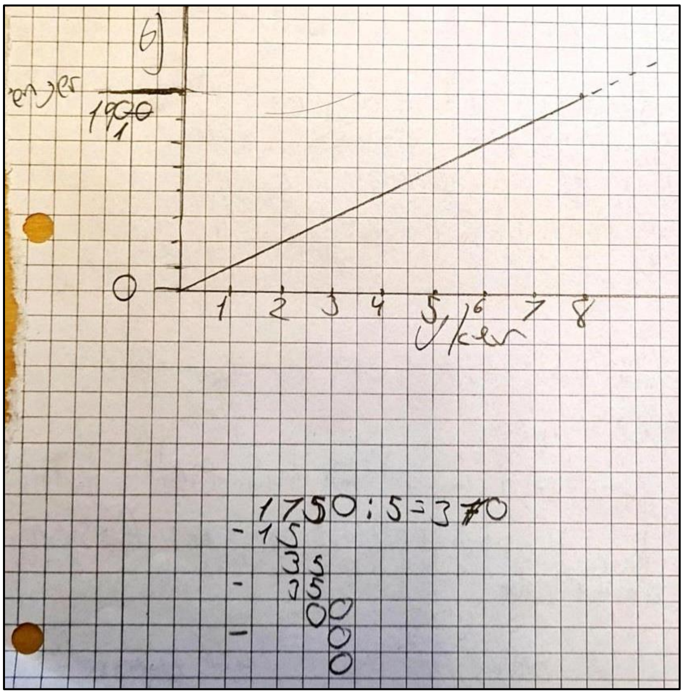
Figur 4.2.3: gruppe 3, første forsøk til 5 b)



Figur 4.2.4: gruppe 3, svar til 5 b)

Over ser vi hvordan elevene i gruppe 3 valgte å løse oppgave 5 b). I figur 4.2.3 ser vi gruppe 3 sitt første forsøk som de gikk vekk fra fordi punktet som skulle være i (5, 1750) ble tegnet på feil sted. Å tegne grafen nøyaktig viste seg også å være en utfordring på andre forsøk, men også her ble feilen rettet opp ved at de visket ut linjen og tegnet på nytt. Dette viser at elevene evnet å utføre implementeringsbekreftelse ved å sjekke om linjen ble tegnet riktig. Vi kan se i det første forsøket til gruppe 3 i figur 4.2.3 at de har et lite mellomrom mellom x-aksen og skjæringspunktet i y-aksen, og at de i den endelige grafen i figur 4.2.4 velger å flytte skjæringspunktet ned til origo. Dette kan tyde på at de var usikre på hvordan de skulle skalere grafen. Ingen av grafene til gruppe 3 er derimot en korrekt oversettelse, ettersom skaleringen og linjen i grafen er feil på den første grafen, og skaleringen og skjæringspunktet i y-aksen er feil på den endelige grafen. Å plassere skjæringspunktet i y-aksen med verdi 1500 i origo er en feiltildeling av en nøkkelegenskap til grafen, og denne besvarelsen er derfor kodet som en tolkningsfeil.

Oppgave 5 b): gruppe 4



Figur 4.2.4: gruppe 4, oppgave 5 b)

Grafen til gruppe 4 begynte også i origo, og mens gruppe 3 hadde skrevet 1500 som verdi, hadde gruppe 4 skrevet 0 som verdi i origo. Gruppe 4 hadde først gjort en tolkningsfeil ved å dele 1750 på 5 for å finne ut hvor mye Kristoffer fikk i uken. Dette er en tolkningsfeil fordi elevene tildeler en gal egenskap til en viktig del av startrepresentasjonen ved å ignorere den, nemlig at Kristoffer får 1500 i gave av bestefaren. Etter denne tolkningsfeilen, gjør de en implementeringsfeil som gjorde at de kom frem til 370 som svar. Implementeringsfeilen skjer når gruppe 4 tar i bruk divisjonsalgoritmen som vi kan se nede på figur 4.2.4. Når de skal subtrahere 15 fra 17 i algoritmen, får de 3 som svar, som gjør at de ender opp med galt svar fra divisjonsstykket deres. Dette er en enkel feil som kunne vært oppdaget dersom elevene hadde tatt seg tid til å gjøre en enkel implementeringsbekreftelse, for eksempel ved å multiplisere 370 med 5 for å se om det ble 1750. Denne implementeringsbekreftelsen hadde ikke direkte gjort at de hadde oppdaget tolkningsfeilen deres, men om de hadde multiplisert 350, det riktige svaret på deres divisjonsstykke, med både 5 og 8, ville de sannsynligvis ha sett at det var noe som ikke stemte, ettersom svarene ikke ville vært det samme.

Som vi ser i figur 4.2.4 valgte gruppe 4 å ikke skrive inn noen andre y-verdier enn 1900 på y-aksen som teknisk sett gjorde selve grafen korrekt i forhold til deres tolkning av situasjonen, ettersom intervallene da vil være 350, og ikke 370. Samtidig er grafen svært mangelfull og ikke korrekt i forhold til situasjonen som var beskrevet i oppgaven.

Flere av elevene oppga at de ikke hadde tegnet graf for hånd før, men at de hadde brukt GeoGebra til å tegne grafer tidligere. Det som gjorde denne grafen utfordrende å tegne og skalere, var nok sannsynligvis at det var et stort sprang fra x-aksen til første y-verdi dersom man valgte 50 som intervall mellom verdiene på y-aksen. Det er verdt å nevne at elevene fikk utdelt A4 ruteark med 0,5 mm. ruter og en linjal, som ga dem gode nok forutsetninger for å skalere grafen korrekt med 50 som intervall på y-aksen. Det hadde også vært mulig å bruke f.eks. 100 eller 250 som intervall på y-aksen for å få linjen nærmere y-aksen, noe kun gruppe 3 vurderte, men som de valgte å ikke gjøre.

Elev 7 forklarte også at det var gøyere å løse oppgave 5, fordi det var en tekst der man kunne jobbe ut ifra:

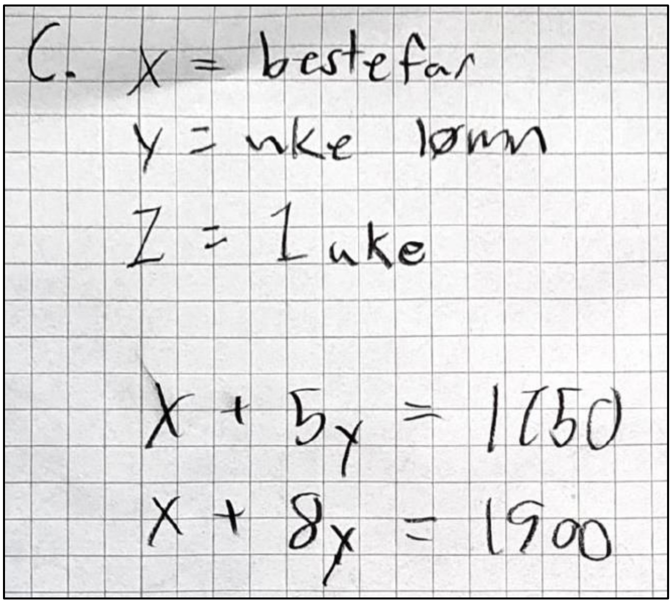
> **2280.** **Elev 7:** ehm… jeg syns 5 var, ikke vanskelig, jeg syns den var, litt gøy, for den hadde jo den teksten da, så du kunne liksom tenke deg litt… det er litt enklere å ha en sånn tekstoppgave med masse informasjon [peker på oppgave 5], enn en sånn oppgave [peker på oppgave 4] med lite informasjon, føler jeg

I den siste setningen i utsagn 2280, sier elev 7 at det føltes enklere å løse tekstoppgaver hvor man får masse informasjon, fremfor oppgaver hvor man får lite informasjon. Dette kan knyttes sterkt opp til Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 168-169) sin teori om at å oversette fra representasjoner med lav egenskapstetthet til de med høyere egenskapstetthet, som f.eks. Vs → F eller G, kan være enklere enn motsatt, ettersom elevene da ikke trenger å bestemme hvilken overflødig informasjon som skal komme frem i representasjonen med lav egenskapstetthet.

4.3. Oversettelse fra verbal situasjon til funksjon

Dette delkapittelet kaster et lys på elevenes feil og andre relevante funn fra deres løsningsprosses og svarark til oppgave 5 c) og 6. Først presenterer jeg gruppevis funnene knyttet til oppgave 5 c) og deretter til oppgave 6.

Oppgave 5 c): gruppe 2



Figur 4.3.1: gruppe 2, oppgave 5 c)

Gruppe 2 hadde en uvanlig løsning på oppgave 5 c), som man ser på figur 4.3.1. Elev 4 foreslo et ligningssystem, først med 3 ukjente, men gikk deretter over til 2 ukjente. De andre på gruppen hadde ingen motsigelser, og etter elev 4 testet den ved å finne ut hvor mye Kristoffer fikk i uken ved hjelp av ligningssystemet sitt, anså de oppgaven som godt løst og gikk videre. Dette kan sees på som en implementasjonsbekreftelse, ettersom eleven sjekker at de algebraiske metodene den har valgt til å løse oppgaven vil fungere. Det er derimot ikke de rette algebraiske metodene for å løse denne oppgaven. Elev 4 burde kanskje i tillegg ha utført en atributtbekreftelse på oversettelsen sin, for å sjekke om det var de riktige egenskapene som ble oversatt.

Gruppen har ikke laget en funksjon for linjen som representerer denne situasjonen, slik oppgaven ber om, men et ligningssystem som kan brukes til å finne ut hvor mye Kristoffer fikk i gave av bestefaren. Dersom x representerer gaven fra bestefaren, og y representerer ukelønn, slik de har beskrevet over ligningssystemet, kan man finne ut at Kristoffer fikk 1500 i gave. Til tross for dette, har elevene tildelt gale egenskaper til sluttrepresentasjonen ettersom de har laget et ligningssystem istedenfor en funksjon, og det er derfor kodet som en tolkningsfeil. I gruppe 2 sin løsning på oppgave 5 c) ser vi et ganske tydelig eksempel på at elever blander konseptene funksjoner og ligninger, ettersom de bli bedt om å lage en funksjon, men lager likevel en ligning.

Oppgave 5 c): gruppe 4

I oppgave 5 c) klarte gruppe 4 å lage en funksjon som passet til deres tolkning av situasjonen, som ble gjort i oppgave 5 b). Funksjonen de lagde var «$370 * x = y$», og den passer derfor ikke til situasjonen som var beskrevet i oppgaveteksten. Denne feilen kommer som en konsekvens av tolkningsfeilen elevene gjorde i oppgave 5 b). Elevene viser her at de klarer en oversettelse på formen Vs → F, men de klarer derimot ikke å løse oppgaven.

Oppgave 6: gruppe 2

Overaskende nok var det bare én av de 4 gruppene som svarte feil på oppgave 6. Dette kan tyde på at elevene har god forståelse for forholdsregning.

> **1219. Elev 4: […]** Da kan jeg jo bare skrive. [skriver] S, P, studenter, professorer. Ehm, og da kan vi jo for eksempel bare skrive at S er lik P ganger 6.
>
> **1220. Elev 5:** ja
>
> **1221. Elev 4:** eller nei. P er lik S ganger 6. fordi det er 6 ganger
>
> **1222. Elev 5:** [bryter inn] så mange
>
> **1223. Elev 4:** så mange studenter som professorer

På slutten av utsagn 1219 foreslår elev 4 «$S = 6 * P$» som funksjon, men endret deretter mening og foreslo «$P = S * 6$» istedenfor i utsagn 1221. Elev 5 uttrykker videre enighet om at det var den rette løsningen, og gruppen brukte dermed ganske kort tid på å løse oppgave 6, noe som kan tyde på at de ikke tok seg tid til å bekrefte om oversettelsen var gjort riktig. Dette er et eksempel på det Clement (1982, s. 18-19) kaller reverseringsfeil, og mer spesifikt kan det være snakk om «word order matching», hvor elevene antar at rekkefølgen på nøkkelelementer i startrepresentasjonen vil kunne direkte overføres til sluttrepresentasjonen. Et problem med å kategorisere dette som «word order matching», er at setningen i oppgaven direkte oversatt vil være «6S = P», mens denne gruppen foreslår noe som har samme matematiske mening, men i en annen rekkefølge, og det er derfor ikke direkte oversatt. Svaret til gruppen virker heller ikke å passe helt med det Clement (1982, s. 18-20) kaller «static comparison», ettersom det ikke tegn til at elevene forstår det faktiske forholdet mellom antallet studenter og professorer før de skriver feil funksjon. I Adu-Gyamfis modell derimot, vil dette være en tolkningsfeil ettersom elevene tildeler gale egenskaper til sluttrepresentasjonen ved å vise feil forhold mellom antall studenter og professorer.

Det var noen flere elever som foreslo P = 6S i begynnelsen av løsningsprosessen, men de bevegde seg fort vekk fra dette. Elev 2 oppga i intervjuet at oppgave 6 var enkel fordi «svaret sto jo på en måte rett ut», som kunne tyde på at eleven gjorde en reverseringsfeil i sine egne mentale prosesser, men etter nærmere utspørring ga eleven også da korrekt svar.

4.4. Oversettelse fra graf til verbal representasjon

I dette delkapittelet ser jeg først på elevenes feil i oversettelsen G → Vs ved å se på løsningsprosessen deres i oppgave 7, supplert med utdrag fra intervjuene i etterkant. Deretter ser jeg på elevenes oversettelse fra G → Vb ved å se på elevenes besvarelser på oppgave 5 d), e) og f). Gruppe 4 sine svar på oppgave 5 d), e) og f) stemte i forhold til deres tolkning av oppgave 5, men ikke til hvordan oppgaven faktisk var, og svarene deres er derfor kodet som en konsekvens av tidligere tolkningsfeil. Jeg har derfor også valgt å ikke presentere gruppe 4 sine svar på disse oppgavene i dette kapittelet.

Oppgave 7: gruppe 2

På gruppe 2 tenkte elevene først at situasjonen til oppgave 7 kunne vært våpenoppbygging til Russland og USA, men gikk deretter over til at det kunne være to personer som begynte i jobb på forskjellige tidspunkt. Under kan man se elev 4 sin forklaring på situasjonen de har kommet på:

> **1260. Elev 4:** så, dette [peker nede på grafen ved x-aksen] er på en måte, når de begynte å jobbe. Som vil si at han [peker langs den linjen som begynner øverst] begynte å jobbe lengre, bak i tid. han begynte å jobbe før den andre. Og, dette er [peker på y-aksen] lønn, eller hvor mye de tjener. Som vil si at, selv om han begynte mye senere, så fikk han en bedre, på en måte jobb av det. Så han [peker langs linjen som begynner i origo] gikk like langt opp, som han.

Situasjonen elev 4 forklarer, kan i seg selv tenkes å være en god forklaring til grafen i oppgave 7. Det kan for eksempel være to personer med forskjellig jobb, hvor den ene har begynt å jobbe rett etter videregående, mens den andre har tatt en utdanning og fått en bedre betalt jobb senere. Jeg antar det er noe lignende gruppe 2 har tenkt på, men de forklarer ikke godt nok hva x-aksen representerer. I løsningsprosessen forklarer de at y-aksen er lønn og at hele x-aksen representerer når de begynte i jobb. Elevene misforstår dermed egenskapene til x-aksen, ettersom «når de begynte i jobb» ikke er en tallverdi som kan variere langs x-aksen. Det blir på et tidspunkt påpekt av elev 4 at man ikke kan skrive «når de begynte i jobb» som tall på x-aksen. Elev 5 foreslår da at x-aksen kan være alder. Alder på x-aksen hadde passet bra til denne situasjonen, men elev 4 valgte å ikke høre på elev 5, og skrev heller «når de begynte i jobb» langs hele x-aksen. Ettersom det som representerer x-aksen i situasjonen deres ikke kan inneholde tallverdier, har elevene tildelt gale egenskaper til startrepresentasjonen (grafen). Jeg har derfor kodet dette som en tolkningsfeil.

Oppgave 7: gruppe 3

Gruppe 3 lagde også her en situasjon som handlet om prisstigning på epler:

2119. **Elev 8:** ja, altså, pris på epler er på en måte her da [peker på y-aksen], og dette her er på en måte uker, eller tid [peker langs x-aksen] på, hvor lang tid det tar på

2120. **Elev 7:** ja, det kan være år, eller uker

2121. **Elev 8:** ja. Uansett da, og her er grønne epler, hvor mye de begynner på, som vil si at den kan fortelle oss at grønne epler begynner på en høyere pris enn det røde epler gjør, men røde epler stiger, i pris mye fortere enn det de grønne gjør

Elevene har her klart å få med seg flere viktige elementer fra grafen i oppgave 7 inn i situasjonen deres, som hva x- og y-aksen representerer, at det er noe som øker og at den ene tingen øker raskere og fra et lavere punkt enn den andre. Man kan se at en situasjon som dette kan gjenspeiles i grafen. Det er derimot en viktig ting de ikke har tatt hensyn til, nemlig at det ikke gir mening at røde epler begynner på 0 i pris, ettersom eplene da blir gitt bort. Molina (2014, s. 566) peker på at oversettelse til Vs krever at elevene reflekterer over hvor virkelighetsnær situasjonen er, og dette er en del av oppgaven denne gruppen har oversett. Gruppe 3 har dermed bevart semantisk kongruens mellom grafen og deres situasjon på flere viktige punkter, men har oversett en viktig del av sluttrepresentasjonen ved at situasjonen ikke gjenspeiler den virkelige verden godt nok. Av den grunn har jeg kodet dette som en bevaringsfeil.

Oppgave 5 d): gruppe 2

Gruppe 2 sin graf skar y-aksen i 1750, og de hadde skrevet uke 5 i origo. Deres forklaring til skjæringspunktet i y-aksen var at de fikk vite at han fikk 1750 på 5 uker, og siden 1750 var det tallet de fikk vite først, valgte de å starte grafen der. Det var ellers ingen refleksjon rundt hva skjæringspunktet i y-aksen sa dem om situasjonen beskrevet i oppgaven. Her gir gruppen eksempel på gale egenskaper til startrepresentasjonen, ettersom 1750 ikke var det første antallet kroner Kristoffer hadde i denne situasjonen, selv om det var det første tallet som sto i oppgaveteksten. 1500 kr. var det Kristoffer fikk i gave, og det vil derfor være herfra situasjonen og grafen skal begynne. Gruppens svar på oppgave 5 d) ble derfor kodet som en tolkningsfeil.

Oppgave 5 f): gruppe 2 og 3

På oppgave 5 f) var både gruppe 2 og 3 sin umiddelbare tanke at dersom Kristoffer sparte 80 kroner i uken, ville det eneste som endret seg på grafen være tallene på y-aksen. Dette vil være en svært forenklet måte å tolke oppgaven på. Selv om det teknisk sett er riktig at man kan viske ut og endre tallene på y-aksen ved en slik endring, viser det en begrenset forståelse for egenskapene til grafen, ettersom å kun endre tallene på y-aksen i denne situasjonen ikke vil vise forskjellen mellom 50 og 80 kroner like godt visuelt som å endre linjen i grafen med samme skalering ellers. Et annet poeng til denne løsningsmetoden er at dersom elevene skulle gjort dette i Geogebra, som flere av elevene oppga i intervjuet var der de pleide å tegne grafer, ville metoden med å kun endre tallene på y-aksen ikke fungere. Gruppe 3 kom etter hvert frem til at det som ville endret seg var at linjen på grafen ville pekt mer oppover. Gruppe 2 sitt svar er en svært forenklet måte å tolke oppgaven på, og viser ikke god forståelse for hvordan man arbeider med grafer. Ettersom det ikke er et ordentlig svar på det oppgaven spør etter, anser jeg det som en tildeling av gale egenskaper til sluttrepresentasjonen, og jeg har derfor kodet gruppe 2 sitt svar på oppgave 5 d) som en tolkningsfeil.

5. Diskusjon

I dette kapittelet ser jeg på funnene fra denne studien i lys av forskningslitteratur som ble presentert i kapittel 2. I hvert delkapittel vil jeg blant annet se på hvordan feilene til disse elevene sammenlignes med andre elevers feil fra tidligere studier.

Det var lite tegn til implementeringsfeil i denne studien, noe som sannsynligvis har bakgrunn i at det ikke krevdes mye utregninger i oppgavene som var gitt. Oppgave 5 hadde kanskje størst sannsynlighet for implementeringsfeil, ettersom elevene var nødt til å regne ut hvor mye Kristoffer fikk i uken og hvor mye han fikk av bestefaren. Dette klarte gruppe 1-3 uten særlige problemer, mens gruppe 4 gjorde en tolkningsfeil ved å dividere 1750 på 5 for å finne ukelønnen til Kristoffer. Under denne utregningen gjorde de også en implementeringsfeil ved å utføre en feil i divisjonsalgoritmen de brukte, og kom dermed frem til 370 som svar istedenfor 350.

5.1. Oversettelse fra funksjon til verbal situasjon

Oppgave 1 var tenkt som en enklere start på det jeg så for meg kunne være en vanskelig type oppgave for elevene, med en oversettelsesretning jeg antok de ikke hadde jobbet mye med før. Med utgangspunkt i funn fra flere studier (Cañadas et al., 2018, s. 34; Molina, 2014, s. 374), valgte jeg ut egenskaper til funksjonen som skulle gjøre den enklere å løse, som lav koeffisient og additiv struktur. Til tross for dette var det kun 1 av 4 grupper som klarte å løse oppgaven. En mulig forklaring til hvorfor denne oppgaven var utfordrende, kan være så enkelt som at det var den første oppgaven av denne typen elevene hadde løst. Elevene hadde ikke løst denne typen oppgaver før, og elevene hadde dermed ingen passende heuristikk de kunne trekke frem for å løse oppgaven. De måtte da bruke sin tidligere erfaring med å lese og løse tekstoppgaver hvor man oversetter til funksjoner, og reversere tankeprosessene sine for å kunne brukes på disse oppgavene, noe Adu-Gyamfi et al. (2017, s. 935) etterlyser mer av. Denne forklaringen på hvorfor elevene slet med oppgave 1, forsterkes av at flere av elevene stadig så tilbake på oppgavene de nettopp hadde løst etter hvert som de kom videre. Dette kan vi bl.a. se når elev 4 sier i linje 1003: «[…] skal vi bare skrive at x enda er godteripose?» når de starter på oppgave 2, og ved at alle gruppe 3 sine besvarelser på oppgave 1-4 og 7 handlet om prisendring på epler.

At elevene må reversere tankegangen er noe Adu-Gyamfi et al. (2017, s. 935) etterlyser mer av i undervisningen. Denne studien har vist at noen (25%) elever klarer å oversette til Vs uten noe tidligere erfaring, og man kan anta at flere av elevene hadde klart oppgavene om de hadde jobbet med disse oppgavene i matematikkundervisningen sin. Derfor mener jeg funnene i denne studien kan tilsi at lærere bør begynne å introdusere oppgaver med oversettelse til Vs i sin undervisning.

Eventuelle variasjoner i vanskelighetsgraden mellom oppgave 1, 2 og 3 anser jeg ikke som betydelige for elevene i denne studien, selv om tidligere forskning antydet at det kunne være variasjoner i vanskelighetsgrad i.h.t om funksjonen hadde additiv eller multiplikativ struktur og om koeffisienten var høyere enn 1 (Cañadas et al., 2018, s. 34; Molina, 2014, s. 574). Elevene som gjorde feil på oppgave 1-3, virket i stor grad å gjøre den samme type feilen på disse oppgavene, og feilene virket ikke å være direkte knyttet til størrelsen på tallene eller strukturen på funksjonen. Feilene var i større grad knyttet til elevenes forståelse av konseptet lineære funksjoner, og hvordan lineære funksjoner kan representere virkelige situasjoner. Dette ser vi bl.a. eksempel på hos gruppe 2, ved at de ga en verdi til x, og formulerte oppgaven som om man skulle løst en slags ligning. Dette vil ikke nødvendigvis si at de nevnte faktorene ikke påvirker vanskelighetsgraden til slike oppgaver, men elevene i denne studien viste derimot ikke noen tegn på å gjøre flere feil på noen av oppgave 1-3. Jeg mener dette kan være fordi oppgavene var nye, og dermed utfordrende for elevene, og det å forstå oppgaven og hvordan de skulle oversette fra F til Vs var et større hinder for disse elevene enn de forskjellige variasjonene som var i funksjonene.

Oppgave 4 derimot, pekte seg ut som en vanskelig oppgave for elevene i denne studien. Elevene oppga selv at dette var den vanskeligste oppgaven, og kun én av gruppene klarte å produsere et korrekt svar. Den negative koeffisienten i oppgave 4 virket å gjøre oppgaven betydelig vanskeligere enn oppgave 1-3. Elevene måtte gå fra å snakke om en økning i noe til noe som synker i et jevnt tempo fra en verdi på 60.

Det var noen eksempler på at elevene reflekterte over hvor virkelighetsnær situasjonen deres var, slik Molina (2014, s. 566) mener oversettelser til Vs krever, spesielt i gruppe 1 og 3, hvor de ved noen få anledninger i løsningsprosessen tenkte over om det de hadde kommet frem til så langt ville gi mening i den virkelige verden. Et eksempel på dette er når gruppe 1 skal løse oppgave 4, og elev 3 foreslår i linje 792 at 60 kan representere lønn en person får. Eleven er da rask med å påpeke at 60 kroner som lønn er ganske lite, men tilpasser situasjonen til at det kan være et lite barn som får litt penger for å gjøre husarbeid. Elevene i gruppe 1 reflekterte derimot ikke godt nok over hvor virkelighetsnær situasjonen deres var i oppgave 1, som sannsynligvis var en stor grunn til at de gjorde en bevaringsfeil i denne oppgaven.

Vs er en representasjonsform med lav egenskapstetthet og mye forvirrende fakta og faktahull, og (Bossé et al., 2011a, s. 127) mener dette kan være grunner til at den er vanskeligere å oversette til fordi elevene må selv finne på overflødig informasjon å ta med rundt nøkkelegenskapene i Vs som vil gjøre egenskapstettheten lavere. I oversettelsene til Vs, er denne overflødige informasjonen den virkelighetsnære situasjonen som kan representeres med f.eks. en funksjon. Cañadas et al. (2018, s. 33-34) mener også at den høyere presisjonen til F enn Vs gjør oversettelsen utfordrende for elever. Oversettelser til Vs blir derfor vanskelige ikke bare fordi elevene må gjøre egenskapstettheten lavere ved å finne på overflødig informasjon som plasseres rundt de matematiske ideene, men fordi elevene også må reflektere over hvorvidt denne overflødige informasjonen kan være troverdig i den virkelige verden.

Denne studien har vist at flere elever sliter med å oversette fra F → Vs som følge av tolkningsfeil. Totalt 12/16 (75%) av oppgavene som inneholdt oversettelse fra F → Vs var gale eller ikke besvarte, i motsetning til 3/8 (37,5%) gale svar i oversettelsen Vs → F. Dette er en tydelig forskjell, med dobbelt så stor feilprosent i oversettelsene til Vs i forhold til fra Vs, og er dermed i tråd med funn fra flere tidligere studier som har hevdet at oversettelser til V er blant de vanskeligste for elever (Adu-Gyamfi et al., 2019; Bossé et al., 2011a; Castro et al., 2022; Gagatsis & Shiakalli, 2004; Millán & Molina, 2016).

På den andre siden, hadde et flertall av elevene i denne studien ikke enda hatt om temaet lineære funksjoner i 10. trinn, og resten hadde nettopp begynt på temaet i sin matematikkundervisning. Elevene pekte også på oppgavene som krevde oversettelse til verbale situasjoner som uvant, som tyder på at de ikke har gjort slike oppgaver i undervisningen. Mangel på undervisning har blitt pekt på som en av de viktigste faktorene for mangel på forståelse (Bossé et al., 2011a, s. 117). Dette kan tilsi at dersom man jobber med disse oversettelsesretningene i matematikkundervisningen, vil flere av elevene kunne håndtere oversettelsene til Vs. Dersom elevene får øve på å oversette mellom ulike representasjoner, og mestrer dette, vil det kunne forbedre deres representasjonsfleksibilitet, som vil kunne gjøre dem til bedre problemløsere (Adu-Gyamfi et al., 2019, s. 396; Bossé et al., 2019, s. 39). Å oversette mellom flere representasjoner vil kreve mer av elevene kognitivt, men det vil også føre til en bedre forståelse (Nitsch et al., 2015, s. 659). Disse faktorene samlet sett kan tilsi at matematikklærere kan øke elevenes utbytte ved å ta med flere oversettelsesretninger i sin matematikkundervisning, også de som innebærer oversettelser til V.

Det var også flere eksempler hvor det så ut som elevene blandet konseptene funksjon og ligning. I ligninger er x en bestemt ukjent verdi som man må løse ligningen for å finne, mens i funksjoner er x en varierende tallverdi, og er derfor ikke begrenset til én tallverdi. I tillegg er elevene vant med at ligningene er noe de skal finne en løsning på ved å finne ut hva x er. De kan derimot ikke finne en løsning på en funksjon, ettersom bokstavene i funksjonen representerer variable tallverdier. Å forstå denne forskjellen mellom ligninger og funksjoner omtaler Küchemann (1978, s. 26) som «acceptance of lack of closure», altså å akseptere at man ikke får den avslutningen man er vant til gjennom ligninger ved å finne ut hvilken verdi bokstavene har. Selv om blanding av ligninger og funksjoner er et tema som det muligens trengs mer forskning på, kan funnene i denne studien tyde på at lærere bør gjøre det tydeligere for elever hva som er forskjellen mellom ligninger og funksjoner når man går gjennom hvert av temaene. Lærere bør i tillegg være oppmerksom på om elever opplever denne forvirringen. Dersom elevene får mer trening i å tolke egenskapene til representasjonene i oversettelser mellom representasjoner, slik Adu-Gyamfi et al. (2015, s. 24) etterlyser mer av, kan tolkningsfeil som å blande funksjoner og ligninger kunne oppstå sjeldnere.

5.2. Oversettelse fra verbal situasjon til graf

Oppgave 5 hadde lav egenskapstetthet, ettersom det var en lang tekst med masse forskjellig informasjon som ikke kunne umiddelbart hjelpe dem til å forstå situasjonen, og i tillegg flere forvirrende fakta, som hvordan Kristoffer fikk pengene sine, hva han skulle gjøre med dem, navnene på de forskjellige personene og en liten dialog mellom Kristoffer og søsteren. Disse forvirrende faktaene gir ingen informasjon som er nyttig for å lage en graf som representerer situasjonen, men gir derimot en situasjonell kontekst som kan gjøre oppgaven mer spennende for elevene å løse.

Den eneste implementasjonsfeilen i studien kom i denne oversettelsesretningen, og kom av at elevene ikke utførte divisjonsalgoritmen korrekt. Feilen kom også etter elevene gjorde en tolkningsfeil i samme oppgave. Adu-Gyamfi (2012, s. 166) så også at implementasjonsfeil ofte skjedde etter elevene gjorde en tolkningsfeil. At dette var den eneste implementasjonsfeilen som ble registrert i denne studien, kom sannsynligvis av at de fleste oppgavene ikke krevde mye utregning, og at det derfor ikke var mange feil i algoritmiske prosedyrer elevene kunne gjøre.

Elevene i denne studien hadde store vanskeligheter med oversettelsen Vs → G, ettersom ingen av gruppene klarte å løse oppgave 5 b). Tre av gruppene gjorde tolkningsfeil, hvor to av dem var knyttet til skalering av aksene og plassering av linjen, og en av dem oppsto fordi elevene ikke klarte å hente ut all informasjonen fra teksten. Gruppe 1 gjorde en bevaringsfeil i oppgave 5 b), noe Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 169) mener lettere kan oppstå i oversettelser til Grafer, fordi representasjonsformen er lettere mottagelig for visuelle ujevnheter eller mangler. Som vi så eksempel på i grafen til gruppe 1, kan dette føre til at en graf som på flere måter har semantisk kongruens med startrepresentasjonen, ikke gir en fullverdig gjengivelse av situasjonen pga. mangler i skalering og verdier på aksene.

Elevene var ikke vant til å tegne grafer for hånd. Det kan tenkes at dette var en av hovedårsakene til at gruppe 1 og 3 gjorde feil, ettersom disse gruppene manglet presisjon og skalering for at grafene deres skulle være korrekte, noe GeoGebra vanligvis ville gjort for dem. Jeg mener elever bør utvikle en god nok forståelse for grafer som et matematisk konsept og visualiseringsverktøy til å ikke kun måtte stole på digitale verktøy som GeoGebra, i det minste for lineære funksjoner som man finner i denne studien. Dette kan innebære å tegne grafer for hånd, men det kan også innebære å bruke GeoGebra med et større fokus på hvordan den tegner grafen for oss, slik at elevene får en bedre forståelse for egenskapene til grafen.

5.3. Oversettelse fra verbal situasjon til funksjon

Vi har sett at elevene i denne studien håndterte oversettelsen fra Vs → F bra sammenlignet med de andre oversettelsesretningene. Feilprosenten på denne oversettelsesretningen var nest lavest (37,5%), etter G → Vb (25%). Denne oversettelsesretningen er elevene sannsynligvis vant med å utføre i matematikkundervisningen sin, ettersom det er vanlig å jobbe med tekstoppgaver i skolen som oversettes til andre representasjoner. Alle feilene i Vs → F var tolkningsfeil. Adu-Gyamfi et al. (2015, s. 24) så også at elevene gjorde mange tolkningsfeil i oversettelsen Vs → F, og anbefalte derfor at undervisningen bør fokusere mer på at elevene skal tolke representasjoner og deretter representere de samme matematiske ideene i en annen representasjonsform. Dette tror jeg vil hjelpe elevene å forstå at å løse denne typen oppgaver ikke bare handler om å prøve å finne riktig svar, men om å oversette matematiske ideer fra en form til en annen for å se de representerte ideene i et annet lys.

Oppgave 5 c) ga ikke store utfordringer for elevene, utenom gruppe 2, som lagde et ligningssett istedenfor en funksjon. Selv om gruppe 4 ikke lagde en riktig funksjon til situasjonen fordi de hadde gjort en tolkningsfeil i 5 b), klarte de å lage en funksjon til sin tolkning av situasjonen, som viser at de evner å utføre denne oversettelsesretningen.

3 av 4 grupper klarte oppgave 6, som var noe overraskende, ettersom andre studier (Adu-Gyamfi et al., 2015; Clement, 1982) har vist at denne oppgaven er utfordrende for mange elever. Den gruppen som gjorde feil, gjorde heller ikke den mest vanlige feilen, «word order matching» (Clement, 1982, s. 17), hvor de skriver $6S = P$ istedenfor $P = 6S$. Til tross for at 4 grupper på 3 elever ikke gir et godt grunnlag for å generalisere resultatene og si noe om hvordan elever i den norske skolen generelt svarer på denne oppgaven, var det overraskende for meg hvor lite utfordrende denne oppgaven var for elevene i denne studien.

Elev 7 forklarte i intervjuet i etterkant at oppgave 5 var lettere fordi det var lettere å gå fra en tekstoppgave med masse informasjon enn fra en funksjon med lite informasjon. Altså synes eleven at det var lettere å gå fra V med lav egenskapstetthet til F som har høy egenskapstetthet, enn motsatt. Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 168-169) forklarer at å oversette fra representasjoner med lav egenskapstetthet til de med høy kan være vanskeligere fordi elevene må sortere gjennom unødvendig informasjon for å finne nøkkelegenskapene til representasjonene. Det forklares derimot videre, noe motsigende, at noen oversettelser fra representasjoner med høy til lav egenskapstetthet også kan være vanskeligere fordi elevene må finne overflødig informasjon til å ta med i sluttrepresentasjonen. I studien til Adu-Gyamfi et al. (2012) var fokuset på representasjonsformene T, F og G, og den verbale representasjonen ble derfor ikke tatt særlig hensyn til. Med bakgrunn i at elevene i denne studien hadde betydelig større vanskeligheter med oversettelsene F → Vs enn motsatt, vil jeg påstå at den lave egenskapstettheten til Vs er en del av det som gjør at den er vanskeligere å oversette til enn fra. Når elevene oversetter fra Vs til F, må de skille den nyttige informasjonen fra den overflødige, som kan være utfordrende for mange. Ved F → Vs derimot, må elevene finne på overflødig informasjon som skal være en del av situasjonen. Dette krever at elevene bruker kreativiteten sin til å komme på en slags historie, og som Molina (2014, s. 566) påpeker, må de også reflektere over om denne historien kan finne sted i den virkelige verden.

5.4. Oversettelse fra graf til verbal representasjon

Oppgave 5 d), e) og f) hadde ønsket effekt ved at den gjorde at elevene måtte reflektere rundt grafen de hadde laget, og at jeg da fikk høre mer av hvordan elevene tolket situasjonen og deres forståelse for grafer. Til tross for at det ble gjort noen feil på disse oppgavene, var flere av disse feilene korrekt i forhold til elevenes gale tolkning av oppgaven. Denne oversettelsesretningen var også den med lavest feilprosent. Dette viser at elevene i denne studien generelt taklet oversettelsen G → Vb, som er i tråd med Bossé et al. (2011b, s. 11) sine funn om at elever kan håndtere oversettelser til Vb bedre enn oversettelser til Vs. Ettersom elever takler oversettelsene til Vb, kan det tenkes at lærere kan begynne med dette som en introduksjon for oversettelser til Vs. Dette vil gi dem trening i å tolke representasjonene, og kan hjelpe flere elever til å forstå og mestre oversettelser til Vs senere.

I oversettelsen G → Vs i oppgave 7 oppsto det også en bevaringsfeil som følge av at situasjonen elevene lagde ikke stemte godt nok overens med den virkelige verden. To av de tre bevaringsfeilene i denne studien oppsto dermed i oversettelser til Vs og som følge av at elevenes situasjon ikke var virkelighetsnær nok. Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 164) forklarer at bevaringsfeil ofte oppstår når elevene ikke bevarer semantisk kongruens for egenskaper som ikke var spesifikt gitt i startrepresentasjonen, men som er viktig å ha med, som for eksempel at situasjonen skal være virkelighetsnær. Ettersom G og F alene sjeldent vil gi informasjon om egenskaper som relateres til den virkelige verden i den grad Vs gjør, vil det i oversettelser til Vs ofte kreve at elevene representerer egenskaper i sluttrepresentasjonen som ikke var spesifikt gitt i startrepresentasjonen. Jeg vil derfor argumentere for at oversettelser til Vs er spesielt utsatt for bevaringsfeil, fordi elevene gjennom ekvivalensbekreftelsen også blir nødt til å verifisere at situasjonen de har laget er virkelighetsnær nok, noe denne studien har vist kan være utfordrende for noen elever.

I oppgavene hvor elevene skulle lage en situasjon selv, lagde elevene situasjoner som handlet om penger i totalt 13 av 18 besvarte oppgaver. Dette kan støtte oppunder Koedinger og Nathan (2004) sin teori om at tekstoppgaver er lettere når de involverer penger, ettersom elevene synes det er lettere å komme på Vs som handler om penger. Det kan derimot bety at elevene simpelthen er mest vant til å få tekstoppgaver som involverer penger, og at det dermed ofte var det første de kom på. Uansett vil det være mest hensiktsmessig å gi elevene oppgaver med varierte situasjoner, ettersom kjerneelementene i matematikk bl.a. sier «Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers» (Utdanningsdirektoratet, 2020b), og dette vil også gjelde for andre ting enn penger, som f.eks. alder, plantevekst, blodsukker eller som gruppe 2 først tenkte til oppgave 7: våpenoppbygging mellom to land.

Et metodisk valg som ble tatt av meg under oppgaveløsningen på noen av oppgavene, spesielt til oppgave 7 og oppgave 5 a), d), e) og f), var at elevene kunne svare på oppgaven muntlig for å slippe å skrive ned svaret. Dette valget ble først tatt under oppgaveløsningen til gruppe 1, fordi jeg etter hvert så at gruppen ville få begrenset tid til å løse alle oppgavene, og ble deretter videreført til de andre gruppene for å ytterligere forsikre meg om at elevene fikk fullføre alle oppgavene. Dette valget har i etterkant gjort det vanskeligere å presentere et konkret svar skrevet av elevene i noen av oppgavene, men intervjuutdrag fra løsningsprosessen har derimot vist hva elevene har tenkt og/eller kommet frem til på en måte som har latt meg analysere og diskutere nødvendige aspekter innenfor formålet til denne studien.

6. Avslutning

I dette kapittelet vil jeg oppsummere de viktigste funnene fra studien, og se på hvilke konsekvenser dette kan ha for undervisningen. Deretter vil jeg kaste et blikk på veien videre for forskningen på dette området. Problemstillingen i denne oppgaven var: «H*vilke feil gjør elever på 10. trinn i oversettelser til og fra verbale representasjoner?»*.

6.1. Oppsummering og didaktiske implikasjoner

Et overveldende flertall av feilene i denne studien var tolkningsfeil, som kommer av at elevene ikke tolket egenskapene til representasjonene godt nok før eller under oversettelsesprosessen. Mer spesifikt har vi sett at elevene ofte feiltolker hvilke egenskaper bokstavene har som variabler og sliter med skalering av grafer. Disse funnene støtter derfor oppunder Adu-Gyamfi et al. (2015, s. 24) sin anbefaling om at undervisningen bør fokusere på å utvikle elevenes forståelse for representasjonene og hva det innebærer å oversette mellom disse, fremfor å fokusere på selve løsningen.

Det ble også gjort noen få bevaringsfeil. Disse feilene kommer ikke nødvendigvis av en lavere forståelse hos elevene, men kan bl.a. komme av at elevene ikke tar seg tid til å utføre en ekvivalensbekreftelse på slutten av oversettelsen. 2/3 av bevaringsfeilene i denne studien kom som følge av at elevene hadde oversett detaljer i situasjonen de laget, som gjorde at situasjonen deres ikke var virkelighetsnær nok. Med bakgrunn i disse funnene, Molina (2014, s. 566) som mener at man må reflektere over virkelighetsnærhet og Adu-Gyamfi et al. (2012, s. 168) sin teori om egenskapstetthet, har jeg argumentert for at oversettelser til Vs er spesielt utsatte for bevaringsfeil.

Det ble kun gjort en implementasjonsfeil i denne studien, og denne kom etter elevene gjorde en tolkningsfeil i oppgave 5 b). Dette kan forklares ved at flere av oppgavene gitt i denne studien ikke krevde mye utregning, og var derfor ikke spesielt utsatt for implementasjonsfeil.

Et utilsiktet og meget interessant funn fra denne studien, var at flere av elevene viste tegn på å blande konseptene funksjoner og ligninger. Alle oppgavene i denne studien omhandlet lineære funksjoner, men flere av elevene både snakket om, og løste oppgaver som ligninger. Dette er et merkverdig funn, ettersom det er en mulig misforståelse flere elever i skolen kan ha, og ved at lærere er bevisst på hva det er og hvordan det oppstår, kan det øke elevers forståelse for begge temaene.

Ved å ta i bruk flere representasjonsformer og oversettelsesretninger i undervisningen, vil elevene kunne utvikle sin representasjonsfleksibilitet, som kan forbedre deres evner til å løse fremtidige problemer. Denne studien har vist at elever uten erfaring med oversettelser til verbale situasjoner, og som også hadde begrenset erfaring med lineære funksjoner, også kan ha forutsetninger for å løse denne type oppgaver. Man kan anta at deres evne til å løse disse oppgavene vil bli bedre ved å øve på det i undervisningen, og jeg vil derfor oppfordre lærere til å inkludere oppgaver som innebærer oversettelser til verbale situasjoner i sin matematikkundervisning, selv om flere elever kan ha vanskeligheter med dem i begynnelsen. Jeg tror det vil gi en variasjon i matematikkundervisningen som kan være mer spennende for elevene, samt at det vil kunne øke forståelsen deres.

6.2. Videre forskning

Kun en implementasjonsfeil ble funnet i denne studien, og en sannsynligvis stor grunn til dette er at oppgavene som ble gitt til elevene ikke krevde mye utregning, og implementasjonsfeil innebærer ofte en feil utregning. I andre studier på oversettelser til og fra Vs kan det gis oppgaver som er mer mottagelig for implementasjonsfeil. Dette vil i større grad kunne hjelpe å avdekke hvor store vanskeligheter elever har med implementasjonsfeil. Dersom tolkningsfeil fortsatt hadde vært den dominerende feilen i en slik studie, slik det har vært i denne og andre studier (Adu-Gyamfi et al., 2015, s. 19; Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 164; Castro et al., 2022, s. 605) vil det kunne enda tydeligere vise at elever har et større behov for å øve på å tolke representasjoner før, under og etter oversettelser.

Ettersom elevene i denne studien hadde svært lite eller ingen erfaring med å oversette til Vs fra før, ville det vært interessant med en studie som sammenlignet resultater fra elever før og etter undervisning som innebærer oversettelser til Vs. Da vil man kunne se både hvor stort forbedringspotensial elevene har på dette området, og kunne se hvordan oversettelser til Vs sammenlignes med oversettelser fra Vs når elevene har fått undervisning i begge.

Denne studien har presentert funn hvor elevene viste tegn på å blande konseptene funksjoner og ligninger. Jeg har ikke lykkes i å finne studier som nevner eller fokuserer på dette problemet, og jeg vil derfor anbefale på det sterkeste at dette er noe som blir forsket mer på for å avdekke og forstå hvorfor denne mulige misforståelsen oppstår.

7. Referanser

Adu-Gyamfi, K. & Bossé, M. J. (2014). Processes and reasoning in representations of linear functions. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *12*(1), 167-192. https://doi.org/10.1007/s10763-013-9416-x

Adu-Gyamfi, K., Bossé, M. J. & Chandler, K. (2015). Situating Student Errors: Linguistic-to-Algebra Translation Errors. *International Journal for mathematics teaching and learning*, *16*. https://eric.ed.gov/?redir=http%3a%2f%2fwww.cimt.plymouth.ac.uk%2fjournal%2fbosse6.pdf

Adu-Gyamfi, K., Bossé, M. J. & Chandler, K. (2017). Student connections between algebraic and graphical polynomial representations in the context of a polynomial relation. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*(5), 915-938. https://doi.org/10.1007/s10763-016-9730-1

Adu-Gyamfi, K., Bossé, M. J. & Lynch-Davis, K. (2019). Three types of mathematical representational translations: Comparing empirical and theoretical results. *School Science and Mathematics*, *119*(7), 396-404. https://doi.org/10.1111/ssm.12360

Adu-Gyamfi, K., Bossé, M. J. & Stiff, L. V. (2012). Lost in translation: Examining Translation Errors Associated With Mathematical Representations. *School Science and Mathematics*, *112*(3), 159-170. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2011.00129.x

Bal, A. P. (2021). Examination of Semantic Structures Used by Teacher Candidates to Transform Algebraic Expressions into Verbal Problems. *Education Quarterly Reviews*, *4*(3), 484-494. https://doi.org/10.31014/aior.1993.04.03.355

Bossé, M. J., Adu-Gyamfi, K. & Chandler, K. (2014). Students' Differentiated Translation Processes. *International Journal for Mathematics Teaching & Learning*, *15*. https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=eue&AN=95302019&site=ehost-live&scope=site&authtype=ip,sso&custid=ns153459

Bossé, M. J., Adu-Gyamfi, K. & Cheetham, M. (2011a). Assessing the Difficulty of Mathematical Translations: Synthesizing the Literature and Novel Findings. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *6*(3), 113-133. https://doi.org/10.29333/iejme/264

Bossé, M. J., Adu-Gyamfi, K. & Cheetham, M. (2011b). Translations Among Mathematical Representations: Teacher Beliefs and Practices. *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*, *12*. https://eric.ed.gov/?id=EJ940927

Bossé, M. J., Bayaga, A., Fountain, C. & Young, E. S. (2019). Mathematical Representational Code Switching. *International Journal for mathematics teaching and learning*, *20*, 33-61. https://www.cimt.org.uk/ijmtl/index.php/IJMTL/article/view/141

Cañadas, M. C., Molina, M. & del Río, A. (2018). Meanings given to algebraic symbolism in problem-posing. *Educational Studies in Mathematics*, *98*(1), 19-37. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9797-9

Castro, E., Cañadas, M. C., Molina, M. & Rodríguez-Domingo, S. (2022). Difficulties in semantically congruent translation of verbally and symbolically represented algebraic statements. *Educational Studies in Mathematics*, *109*(3), 593-609. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10088-3

Clement, J. (1982). Algebra Word Problem Solutions: Thought Processes Underlying a Common Misconception. *Journal for Research in Mathematics Education*, *13*(1), 16-30. https://doi.org/10.2307/748434

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*(1), 103-131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Gagatsis, A. & Shiakalli, M. (2004). Ability to Translate from One Representation of the Concept of Function to Another and Mathematical Problem Solving. *Educational Psychology*, *24*(5), 645-657. https://doi.org/10.1080/0144341042000262953

Janvier, C. (1987). Translation processes in mathematics education. I C. Janvier (Red.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (s. 27-32). Lawrence Erlbaum Associates.

Kar, T. (2016). Prospective middle school mathematics teachers' knowledge of linear graphs in context of problem-posing. *International Electronic Journal of Elementary Education*, *8*(4), 643-658. https://www.researchgate.net/publication/306193226_Prospective_middle_school_mathematics_teachers'_knowledge_of_linear_graphs_in_context_of_problem-posing

Koedinger, K. R. & Nathan, M. J. (2004). The Real Story Behind Story Problems: Effects of Representations on Quantitative Reasoning. *The journal of the learning sciences*, *13*(2), 129-164. https://doi.org/10.1207/s15327809jls1302_1

Küchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in School*, *7*, 23-26. https://www.researchgate.net/publication/281367139_Children's_understanding_of_numerical_variables

Lortie-Forgues, H., Tian, J. & Siegler, R. S. (2015). Why Is Learning Fraction and Decimal Arithmetic So Difficult? *Developmental Review*, *38*, 201-221. https://doi.org/10.1016/j.dr.2015.07.008

Millán, E. F. & Molina, M. (2016). Indagación en el conocimiento conceptual del simbolismo algebraico de estudiantes de secundaria mediante la invención de problema. *Enseñanza de las Ciencia*, *34*(1), 53-71. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1455

Molina, M. (2014). Traducción del simbolismo algebraico al lenguaje verbal: indagando en la comprensión de estudiantes de diferentes niveles educativos. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, *17*(3), 559-579. http://funes.uniandes.edu.co/6498/

Molina, M., Rodríguez-Domingo, S., Cañadas, M. C. & Castro, E. (2017). Secondary School Students' Errors in the Translation of Algebraic Statements. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*(6), 1137-1156. https://doi.org/10.1007/s10763-016-9739-5

Nitsch, R., Fredebohm, A., Bruder, R., Kelava, A., Naccarella, D., Leuders, T. & Wirtz, M. (2015). Students' competencies in working with functions in secondary mathematics education - Empirical examination of a competence structure model. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *13*(3), 657-682. https://doi.org/10.1007/s10763-013-9496-7

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelen Damm akademisk.

Rodríguez-Domingo, S. & Molina, M. (2013). De lo verbal a lo simbólico: un paso clave en el uso del álgebra como herramienta para la resolución de problemas y la modelización matemática. I L. e. a. Rico (Red.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (s. 111-118). http://hdl.handle.net/10481/33497

Rodríguez-Domingo, S., Molina, M., Cañadas, M. C. & Castro, E. (2012). Errors in algebraic statements translation during the creation of an algebraic domino. http://funes.uniandes.edu.co/1929/

Rodríguez-Domingo, S., Molina, M., Cañadas, M. C. & Castro, E. (2015). Errores en la traducción de enunciados algebraicos entre los sistemas de representación simbólico y verbal. *PNA: Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, *9*(4), 273-293. https://doi.org/10.30827/pna.v9i4.6099

SIKT. (u.å.). *Barnehage- og skoleforskning*. Hentet 27. april 2023 fra https://sikt.no/barnehage-og-skoleforskning

Sproesser, U., Vogel, M., Dörfler, T. & Eichler, A. (2022). Changing between representations of elementary functions: students' competencies and differences with a specific perspective on school track and gender. *International Journal of STEM Education*, *9*(1). https://doi.org/10.1186/s40594-022-00350-2

Tjora, A. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (4. utg.). Gyldendal.

Tripathi, P. N. (2008). Developing mathematical understanding through multiple representations. *Mathematics Teaching in the middle school*, *13*(8), 438-445. https://doi.org/10.5951/MTMS.13.8.0438

Utdanningsdirektoratet. (2020a). *Fagets relevans og sentrale verdier - Læreplan i matematikk 1–10 (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier?lang=nob

Utdanningsdirektoratet. (2020b). *Kjerneelementer - Læreplan i matematikk 1–10 (MAT01-05)* Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob&curriculum-resources=true

Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: design and methods* (6. utg.). SAGE publications.

8. Vedlegg

8.1. Vedlegg 1: oppgavehefte

1. $y = x + 10$

   Lag en problembasert tekstoppgave der denne funksjonen kan være et svar.

2. $y = 20x + 50$

   Lag en problembasert tekstoppgave der denne funksjonen kan være et svar.

3. $L = 150t$

   Lag en problembasert tekstoppgave der denne funksjonen kan være et svar.

4. $y = -1{,}2x + 60$

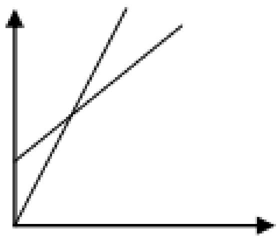
   Lag en problembasert tekstoppgave der denne funksjonen kan være et svar.

5. Kristoffers bestefar gir ham penger i bursdagsgave. Kristoffer sier at han skal oppbevare pengene på et trygt sted og legge til en del av ukelønnen sin hver uke. Kristoffers søster, Maria, spør Kristoffer hvor mye han har tenkt å spare hver uke. Kristoffer smiler lurt og sier: «Jeg skal spare det samme beløpet fra ukelønnen min hver uke. Etter 5 uker vil jeg ha 1750 kr., og etter 8 uker vil jeg ha 1900 kr. Nå kan du svare på spørsmålet ditt selv!»
   a) Fra informasjonen Kristoffer ga til Maria, hvordan kan du vite at situasjonen kan representeres med en linje?
   b) Lag en graf som representerer denne situasjonen.
   c) Lag en funksjon for linjen som representerer denne situasjonen.
   d) Hva representerer skjæringspunktet i y-aksen? Hva sier skjæringspunktet i y-aksen deg? Svar med fulle setninger.
   e) Hva representerer retningen på grafen? Hva sier retningen på grafen deg om denne situasjonen?
   f) Hvis Kristoffer sparte 80 kroner fra ukelønnen sin hver uke, hvilken del av grafen ville endret seg? Beskriv endringen.

6. På en skole er det seks ganger så mange studenter som professorer. Lag en funksjon som viser forholdet mellom antall studenter og professorer. Bruk S for antall studenter

og P for antall professorer.

7.



Lag en situasjon hvor denne grafen kan si noe om hva som skjer

8.2. Vedlegg 2: intervjuguide

1. Var det noen oppgaver du synes var vanskeligere enn andre?

   Hva gjorde denne/disse oppgavene vanskeligere?
2. Var det noen av disse type oppgavene du ikke hadde gjort før?

   Var det uvant å f.eks.: lage en funksjon? Lage en tekstoppgave?
3. Var det noen oppgaver du synes var gøyere enn andre?
4. Har du noe annet du vil tilføye?

8.3. Vedlegg 3: informasjonsskriv

Kan barnet ditt delta i forskningsprosjektet ”Feil i oversettelse mellom representasjoner”?

Med hjelp fra skoleledelsen og læreren i ditt barns klasse, skal jeg i forbindelse med mitt masterprosjekt gjøre en studie hvor formålet er å vite hvilke feil elever gjør når de oversetter mellom ulike representasjoner i lineære funksjoner, og dermed få et innblikk i hvilke typer oppgaver lærere bør gi. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva eventuell deltakelse vil innebære for barnet ditt.

Formål

Jeg er en student på NLA høyskolen, og skal skrive en masteroppgave om hvilke feil elever gjør når de oversetter mellom ulike representasjoner. En representasjon i matematikk vil si en måte å vise matematikken på. Eksempler på representasjoner kan være tabeller, grafer, tegn (som 123, $+, -, \times, \div\ \sqrt{25}, \pi, osv.$), hverdagsspråk (i f.eks. tekstoppgaver) eller en tallinje. Å oversette mellom disse vil si å bytte mellom de forskjellige representasjonene.

Grunnen til at jeg vil se på hvilke feil elevene gjør er ikke fordi jeg vil finne ut hvor dårlige de er i matte, men fordi jeg vil se hvilke type oppgaver de synes er vanskelig, slik at jeg og andre lærere kan rette fokuset i undervisningen og oppgaver til nye steder, hvor elevene får en mer helhetlig forståelse.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

NLA Høgskolen er ansvarlig for prosjektet. Prosjektet gjennomføres av meg som masterstudent ved skolen.

Hvorfor får du spørsmål om ditt barn kan delta?

Du får spørsmål om dette fordi jeg ville observere 10. klassinger, og skolen barnet ditt går på ligger i nærheten av der jeg bor.

Hva innebærer det for barnet ditt å delta?

De elevene som deltar i prosjektet vil bli tatt ut av undervisningen i 1 skoletime hver på et grupperom. Her vil de få noen oppgaver til lineære funksjoner som de skal løse i grupper på 3. Mens de løser oppgavene vil kamera filme mot bordet og arkene elevene skriver på og ikke ansiktene deres, slik at jeg kan se og høre hva de snakker om. Jeg vil være i rommet for å observere og svare på ting de måtte lure på, men de skal løse oppgavene på egenhånd.
Like etter, vil jeg intervjue en og en elev for å høre hva de syntes om oppgavene de fikk og hvordan det var å løse dem. Her vil jeg på samme måte filme mot bordet med arkene de har skrevet på, slik at jeg kan ta opp lyden og samtidig få med meg ting de peker på eller skriver/tegner. Opplysningene som samles inn vil altså bestå av videoopptak av oppgavejobbing og intervju, og jeg vil også samle inn notatene til elevene.
Hvor bra elevene gjør det på oppgavene vil ikke ha noe å si for karakterer eller vurderinger på skolen.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du samtykker i at barnet ditt kan delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle personopplysninger om barnet ditt vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg eller barnet ditt hvis du ikke vil at barnet ditt skal delta, eller hvis du senere velger å trekke barnet ditt fra forskningsprosjektet.

Ditt barns personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker opplysningene

Vi vil bare bruke opplysningene om barnet ditt til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Kun jeg, Håkon Willie Jacobsen og førstelektor Andreas Lorange, min veileder i masterprosjektet, vil ha tilgang til dataene som samles inn. Jeg vil gjennomføre følgende tiltak for at ingen uvedkommende skal få tilgang til personopplysningene:

På de notatene som samles inn, vil det bli påskrevet fiktive navn, og disse vil lagres i et låst skap i mitt hjem.

Skannede versjoner av notater og videoopptak vil bli lagret på et OneDrive-område kun Håkon Willie Jacobsen har tilgang til.

I publikasjoner knyttet til forskningsprosjektet vil følgende tiltak være gjennomført for å ivareta personvernet til de barna som deltar i forskningsprosjektet:

Hvis jeg tar med stillbilder fra videoopptakene, vil alt som kan være personidentifiserende være klippet bort.

Det vil ikke bli sagt hvilken skole studien er gjennomført på.

Transkripsjoner vil være anonymisert.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Datainnsamlingen avsluttes senest 31. desember 2022, men opplysningene lagres frem til 31. august 2023 for videre analyse og forskning. Da anonymiseres opplysningene og videoopptak slettes.

Dine rettigheter

Så lenge barnet ditt kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om barnet ditt, og å få utlevert en kopi av opplysningene,

å få rettet personopplysninger om barnet ditt,

å få slettet personopplysninger om barnet ditt, og

å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av personopplysninger til barnet ditt.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Jeg behandler opplysninger om barnet ditt basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NLA Høgskolen har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Håkon Willie Jacobsen (epost: hokkien99@gmail.com, tlf: 99 11 79 55)

NLAs personvernombud: Inger Johanne-Gamlem Njau (epost: personvernombud@nla.no, tlf: 55 54 07 49)

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS (epost: personverntjenester@sikt.no, tlf: 55 58 21 17)

Med vennlig hilsen

Håkon Willie Jacobsen

(Student ved NLA Høgskolen)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet ”Feil i oversettelse mellom representasjoner” og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til

- ☐ at barnet mitt kan filmes i forbindelse med oppgaveløsning.
- ☐ at barnet mitt kan filmes forbindelse med intervju
- ☐ at skriftlige notater blir samlet inn og scannet.
- ☐ at opplysninger om barnet mitt behandles frem til 31. august 2023.

Telefonnummer foresatte:

(Signert av foresatt til eleven, dato)

8.4. Vedlegg 4: Godkjenning fra NSD

Sikt

Meldeskjema / Oversettelse mellom representasjoner i funksjoner / Vurdering

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer	Vurderingstype	Dato
755711	Standard	17.06.2022

Prosjekttittel
Oversettelse mellom representasjoner i funksjoner

Behandlingsansvarlig institusjon
NLA Høgskolen AS

Prosjektansvarlig
Andreas Lorange

Student
Håkon Willie Jacobsen

Prosjektperiode
23.06.2022 - 31.08.2023

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 31.08.2023.

Meldeskjema

Kommentar
OM VURDERINGEN
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG
Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til den datoen som er oppgitt i meldeskjemaet.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen

formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke

behandles til nye, uforenlige formål

dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet

lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), og dataportabilitet (art. 20).

Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

Ved bruk av databehandler (spørreskjemaleverandør, skylagring eller videosamtale) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema

Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!