Språkbruk og matematisk korrekthet

En kvalitativ studie av ungdomsskoleelevers språkbruk i kooperative samarbeid

Helena Gilje

Masteroppgave i GLU 5-10 med fordypning i matematikk ved NLA Høgskolen Bergen

Våren 2023

Sammendrag

Tidligere forskning, samt læreplan for matematikk, legger stor vekt på viktigheten av å kunne uttrykke seg på en faglig og presis måte, og hvordan dette henger sammen med forståelse. Formålet med masterstudiet har vært å få innsikt i de språklige kjennetegnene som gjør seg gjeldene når elever arbeider kooperativ sammen. Dette ble gjort gjennom problemstillingen:

> Hvilke språklige kjennetegn synliggjøres når ungdomsskoleelever samarbeider kooperativt om å løse matematiske oppgaver?

Videoobservasjon ble brukt som forskningsmetode hvor fire elever arbeidet sammen i et kooperativ gruppearbeid. Videoen ble så transkribert og analysert opp mot et rammeverk basert på teoriene fra Robinson (2020) og Adler og Ronda (2015). De to teoriene ble endret noe for å tilpasses hverandre og masteroppgaven min. Deltagerne i denne studien bestod av én elev fra 9. klasse og tre elever fra 10. klasse.

Studien viser at elevene i stor grad bruker hverdagsspråket som hovedmåte å kommunisere på, men at de også i stor grad tar i bruk visuelle hjelpemidler. Når løsningene blir mer abstrakte, øker i midlertidig elevenes bruk av et presist matematisk språk. Et annet funn viser at elever som arbeider i grupper ofte danner et gruppesinn. Dette gjør det mulig å utvikle en felles forståelse hvor behovet for å forklare resonnementene som ligger til grunn for handlingene deres ofte ikke eksisterer.

Abstract:

Previous research, as well as the mathematics curriculum, places great emphasis on the importance of being able to express oneself using a technical language in a precise and professional manner, and how this is connected to ones understanding of mathematics. The purpose of this master thesis has been to gain insight into the linguistic characteristics that are present when students work cooperatively. This was done through the research question:

> Which linguistic characteristics are made visible when high school students work cooperatively to solve mathematical tasks?

Video observation was used as research method and consist of four students working cooperatively in groups. The video was then transcribed and analyzed using a framework that integrate the theories of Robinson (2020) and Alder and Ronda (2015). These theories were adapted to better suit each other and my master thesis. The participants in this study consisted of one student from ninth grade and three students from tenth grade.

The findings in this study suggests that the students primarily communicate using their everyday language. At the same time the students relied heavily on visual aids. As the solutions got more abstract, the students' utilization of precise and academic language increased. Furthermore, the study suggests that students who engage in group work often cultivate a form of group mind. This facilitates the development of a shared understanding where the need to explain their reasoning behind their action don't always exist.

Forord

Denne oppgaven markerer slutten på mitt femårige masterløp. Å tenke at denne oppgaven nå er ferdig, er nesten uvirkelig. Arbeidet med den har vært spennende, samtidig som det ofte har vært svært krevende. Jeg sitter igjen med flere viktige refleksjoner som jeg tror kommer til å prege min egen undervisningspraksis.

Jeg vil rette en takk til alle som har hjulpet meg på veien mot ferdig oppgave. Takk til gjengen på lesesalen i Sandviken for de gode pausene. Det hadde vært lite som hadde blitt gjort uten ett fast sted å komme til. Jeg vil også rette en stor takk til NLA sitt kakebudsjett knyttet til boklanseringer. Dette har flere ganger vært den ledende motivatoren bak turen til lesesalen.

Takk til lærere og elever som gjorde det mulig for meg å gjennomføre studien. Takk for deres deltagelse og villighet til å stille deres tid til disposisjon. Uten deres frivillighet hadde ikke denne oppgaven vært mulig.

Jeg vil også takke Eunike for korrekturlesing. Takk for alt pirk og for at du ser skrivefeil jeg ikke legger merke til. Det settes stor pris på.

Sist, men ikke minst, vil jeg rette den største takken til Christian Salvesen som har vært veilederen min gjennom dette året. Takk for alle gode tips, rettledning og generell hjelp med å få ferdig et så godt produkt som mulig.

Helena Gilje

Helena-98@live.no

Innholdsliste

1. Innledning

1.1. Bakgrunn for studien

Både som elev på skole og gjennom lærerutdanningen har språk i matematikk fascinert meg, da særlig knyttet til hvordan elever kommuniserer sine kunnskaper til hverandre og sammenhengen mellom forståelse og korrekt språkbruk. Som elev selv fikk jeg ofte høre at språket mitt var for muntlig, og at jeg i større grad burde legge vekt på å bruke de korrekte begrepene som lærebøkene la opp til. Gjentatte ganger har jeg lest artikler som hevder at en persons matematiske forståelse kan tolkes ut fra språket personen bruker. Samtidig har jeg erfart at det ikke alltid er en korrelasjon mellom elevenes uttalte vokabular og elevenes forståelse.

Det er tydelig både gjennom forskning og nye læreplaner at de muntlige sidene i matematikken blir mer og mer vektlagt. I læreplanen under fagets relevans står det blant annet at matematikk-faget skal «bidra til at elevene utvikler et presist språk for resonnering, kritisk tenkning og kommunikasjon gjennom abstraksjon og generalisering» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Viktigheten av å utvikle et godt og presist matematisk språk blir også nevnt i kjerneelementene for matematikkfaget og de grunnleggende ferdighetene. Hos Schleppegrell (2007) blir det poengtert at det matematiske språket er en spesialisering av hverdagsspråket. I dette ligger det at en del av ordene vi bruker i dagligtalen ofte vil ha en mer presis betydning i en matematisk setting (Krokmyrdal, 2017, s. 29). Det å lære seg det matematiske språket blir derfor ofte sammenlignet med å lære seg et fremmedspråk. Å lære seg å «skape mening gjennom å samtale i og om matematikk» som det står i læreplanen, er derfor noe elevene må få hjelp til å lære (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Å lære matematikk handler i stor grad om å tilgjengeliggjøre det korrekte språket slik at en kan ta del i matematiske samtaler. Dette krever ikke bare evnen til å kunne bruke fagspesifikke ord, men også å kunne tilpasse språkbruken til settingen en snakker inn i (Robinson, 2020). Forskere som Temple og Doerr (2012) er tydelige på at en trenger bevisste strategier for å hjelpe elevene til å gå fra et hverdagsspråk til et mer faglig presist språk. En del forskere viser til at samarbeidslæring eller læring i mindre grupper er en god måte å øke elevenes evne til å forstå det matematiske språket (Byrne & Prendeville, 2020; Francisco, 2013; Mills, 2014). Å arbeide i grupper blir derfor en elementær del av det å lære matematikk, da det innebærer muligheten til å hjelpe elevene med å utvikle språket sitt. Gjennom samtale får elevene trening i å sette ord på egne tanker, lytte til det andre har å si og så kunne ta i bruk disse ideene. På denne måten kan matematisk samtale bidra til elevenes læring, og samtidig øke elevenes forståelse (Botten & Torkildsen, 2015).

Under grunnleggende ferdigheter heter det at «utviklingen av muntlige ferdigheter i matematikk går fra å bruke hverdagsspråk til gradvis å bruke et mer presist matematisk språk» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Staten er derfor tydelig på at elevene skal kunne uttrykke seg på en korrekt måte, og at dette er en svært viktig del av det å lære bort matematikk (Dysthe, 2013). Spørsmålet er om det nødvendigvis alltid er en sammenheng mellom et individ sin bruk av et presist språk i matematikkfaget og dens forståelse av matematikken.

1.2. Mål for forskningen, problemstilling og avgrensninger

Denne oppgaven har som mål å undersøke hvordan elevenes språkbruk påvirker og henger sammen med elevenes forståelse. Siden det er vanskelig å si noe om elevenes indre matematiske forståelse, har jeg valgt å fokusere på forståelsen som kommer til uttrykk gjennom elevenes språkbruk i kooperative samarbeid. Hovedvekten vil derfor være på de språklige valgene elevene tar. Da det ikke er all kommunikasjon som vil kunne si noe om sammenhengen mellom elevenes konstruksjon av forståelse og elevenes språkbruk, har jeg valgt å fokusere på utsagnene som ut fra rammeverket til Adler og Ronda (2015) kan kategoriseres som meningsfylte utvekslinger. Dette gav opphav til følgende problemstilling:

> *Hvilke språklige kjennetegn synliggjøres når ungdomsskoleelever samarbeider kooperativt om å løse matematiske oppgaver?*

For å svare på dette spørsmålet vil jeg utføre en analyse av en enkelt case hvor jeg observerer fire elever som samarbeider om å løse en rekke oppgaver. Det er i denne settingen viktig å presisere at kooperative samarbeid også kan eksistere utenfor planlagte samarbeid. Jeg valgte likevel å fokusere på elever som arbeider kooperativt gjennom planlagte gruppearbeid da dette i større grad la til rette for at samarbeidet som oppstår vil være kooperativt. Målet mitt er ikke å komme med et svar på hvordan en som lærer kan arbeide for å forbedre elevenes språkbruk, men snarere prøve å gi et innblikk i hva jeg tror kan ligge til grunn for hvorfor noen elever bruker det språket de gjør. Ved å synliggjøre de språklige kjennetegnene kan jeg som fremtidig lærer få et innblikk i hva som må til for å kunne hjelpe elevene til å utvikle en forståelse for hvorfor en skal bruke et spesialisert språk tilpasset matematikken.

Da forskningsområdet er stort, har jeg valgt å kun fokusere på samarbeid som fungerer. Jeg vil derfor ikke bruke tid på å reflektere over hvilke faktorer som kan føre til et ufruktbart samarbeid.

1.3. Oppgavens oppbygning

Oppgaven er delt inn i fem deler. Innledningsvis har jeg gitt en oversikt over bakgrunn for valg av studie, samt hva som er målet med studien.

I kapittel 2 vil jeg presentere teorien som oppgaven bygger på, og som vil danne grunnlaget for drøfting av resultatene fra analysen. Teorikapittelet mitt vil omfatte både tidligere forskning, og teorier knyttet til språk som språk, forståelse og gruppearbeid. Jeg vil til slutt gi en beskrivelse av teoriene til Adler og Ronda (2015) og Robinson (2020) som danner grunnlaget for rammeverket mitt.

Kapittel 3 er metodekapittelet, og er en redegjøring av de valg jeg har tatt i arbeid med oppgaven. Her vil jeg gi en detaljert beskrivelse av etiske perspektiver som har påvirket oppgaven min, hvordan reliabiliteten og validiteten har blitt ivaretatt, hvordan informantene har blitt valgt ut, og en argumentering for valg av metode. I metodekapittelet vil jeg også tydeliggjøre hvordan rammeverkene blir tilpasset og spisset begrepene innenfor de to teoriene for å kunne bruke dem til å kategorisere og analysere datamaterialet mitt. Jeg vil også beskrive hvordan jeg vil gå frem for å analysere datamaterialet.

Analysearbeidet blir beskrevet og gjort i kapittel 4. Jeg vil først gi et sammendrag av hvordan datainnsamlingen gikk, samt en forklaring på hvordan de valgte situasjonene har blitt valgt ut. Etterpå vil analysen bli delt inn i tre delkapitler som tar for seg tre situasjoner hvor de meningsfylte utvekslingene leder til videre forståelse. Disse vil så bli analysert ut fra rammeverket slik det har blitt beskrevet i kapittel 3.

I kapittel 5 vil funnene fra analysen bli presentert. Funnene vil så bli drøftet opp mot teori og forskning presentert i teorikapittelet. Kapittelet vil bli delt inn i delkapitler hvor de ulike funnene vil bli presentert og drøftet hver for seg.

Som avslutning vil jeg i kapittel 6 gi et kort sammendrag av oppgaven, før jeg etterpå vil dra sammen funnene fra kapittel 5 og bruke disse til å reflektere rundt problemstillingen. Til slutt vil jeg reflektere over forskningen videre basert på de funn og avgrensninger som finnes i denne oppgaven.

2. Teoretisk grunnlag

Jeg vil i dette kapittelet trekke frem relevant teori som kan bidra til å gi en større forståelse av problemstillingen min. Først vil jeg si noe om sosiokulturell læringsteori som danner grunnlaget for min forståelsen av hvordan kunnskap blir til. Etterpå vil jeg se på begrepet språk i en matematisk kontekst. Jeg vil her dra frem ulike definisjoner på hva et matematisk språk er, og gi en forklaring på sammenhengen mellom et matematisk språk og et mer hverdagslig språk. Jeg vil så ta for meg begrepet forståelse, da både som enkeltbegrep og hva det vil si å forstå i en gruppesetting. Etterpå vil jeg definere og avgrense hva jeg mener med gruppearbeid, samt si noe om hvordan læring finner sted gjennom dialog. Til slutt vil jeg presentere de to rammeverkene til Adler og Ronda (2015) og Robinson (2020) som sammen vil danne grunnlaget for analysen.

2.1. Sosiokulturell læringsteori

De siste tretti årene har det hvert år blitt publisert artikler som fremhever viktigheten av å ha et godt utviklet språk, og hvordan dette henger sammen med elevenes forståelse. Shochey og Pindiprolu (2015, s. 29) skriver blant annet om hvordan språket direkte påvirker elevens forutsetning for å oppnå suksess i matematikkfaget, og om hvordan det matematiske språket er noe som må læres. Ser en tilbake til noen av de store pedagogiske tenkerne på 1900-tallet, trekker både Vygotskij og Dewey frem språkets viktighet knyttet til læring da det gir rom for å tenke sammen og på den måten generere ny kunnskap (Kolstø, 2018, s. 155). Vygotskijs sosiokulturelle teori er svært relevant i studier knyttet til sammenhengen mellom muntlighet, språkbruk og forståelse. Fra hans perspektiv blir læring og kunnskap sett på som sosiale aktiviteter som konstrueres i samhandling med andre gjennom bruk av ulike medieringsredskaper (Zack & Graves, 2001, s. 231). Medieringsredskaper er de representasjoner som blir brukt for å kunne koble sammen de indre og ytre kunnskapene slik at den nye, og ytre kunnskapen skal kunne bli internalisert. I internaliseringsprosessen blir den ytre kunnskapen gjort om til indre kunnskap. Det viktigste medierende redskapet for «utvikling, deling av kunnskap mellom mennesker og for den enkeltes tankeutvikling» er språket, da knyttet til matematiske tegn og symboler, matematiske fagbegreper og det mer hverdagslige språket (Dahl et al., 2020, s. 163). Potensialet som finnes for læring i enhver situasjon er derfor avhengig av den andres kunnskap, og i hvor stor grad de evner å overføre denne kunnskapen. I den sosiokulturelle teori blir dette potensialet kalt den proksimale utviklingssone.

Den proksimale utviklingssone omhandler den kunnskap som ligger utenfor hva en kan lære alene, men innenfor det en kan lære sammen med andre. Kunnskap må alltid kunne kobles til tidligere kunnskaper for å skape varig læring. Sonen har derfor en ytre grense, og størrelsen avhenger både av individets eksisterende kunnskap, og kunnskapen til den mer kapable personen (Säljö, 2013, s. 75). I hovedsak har den andre, mer kapable personen blitt tolket som en voksen, men ser en til Vygotskijs originale formulering, bruker han begrepet «more capable peers», som løst oversatt viser til flinkere jevnaldrende (Vygotskij, 1978, i Zack & Graves, 2001, s. 232). Den proksimale utviklingssone finnes derfor også mellom medelever, selv om sonen kanskje vil være litt mindre enn i settinger der en voksen fungerer som den andre.

2.2. Det matematiske språket

Det finnes mange definisjoner på hva det matematiske språket er. Mohamed et al. (2020, s. 2) skriver at en generelt kan definere det som et spesifikt vokabular som skal hjelpe eleven med å koble sammen det formelle og uformelle språket i matematikken. Andre igjen, da ofte basert på Bakhins teori knyttet til dialogisk diskurs, legger vekt på at det matematiske språket må forstås gjennom samhandlinger som skjer i klasserommet (Mohamed et al., 2020). En del lærde definerer matematisk språk gjennom hva det vil si å kunne bruke det, og forstår derfor begrepet som å kunne forstå og bruke den korrekte og formelle terminologien (Zack & Graves, 2001). Jeg velger likevel å fokusere på Shochey og Pindiprolu (2015, s. 29) som definerer det matematiske språket som evnen til å kunne bruke (a) ord som har en annen mening i matematikk enn i en hverdagslig samtale, (b) ord som er spesifikke for matematikken, (c) visuelle hjelpemidler, og (d) symboler. Innenfor den siste inngår også en forståelse av den matematiske syntaks.

2.2.1. DET MATEMATISKE REGISTERET

Når en skal prøve å forklare hva en mener når en snakker om det matematiske språket og dets komplekse natur, kan det være hensiktsmessig å snakke om det matematiske registeret. Schleppegrell (2007) refererer til Halliday definisjon hvor det matematiske registeret defineres som de ord og uttrykk som hører til innenfor matematikken som sammen uttrykker mening. Det er her ikke snakk om matematikken i seg selv, men den matematiske bruken av det naturlige språket (Schleppegrell, 2007, s. 140). Å snakke om et matematisk register hjelper oss å bedre forstå kompleksiteten knyttet til matematikkfaget, og hvordan læring foregår på andre måter i matematikken enn andre akademiske fag. En lignende formulering finner en hos Pimm (1987, i Temple & Doerr, 2012, s. 289) som hevdet at det matematiske språket er et meningslagingssystem bestående av spesialiserte begrep, ord fra hverdagstalen med spesialiserte meninger, spesialiserte uttrykk, og spesielle setningsstrukturer en sjeldent finner i dagligtalen. Det matematiske registeret er ikke ett sett med ord som gjelder universelt, men er spesialisert rundt det hverdagslige språket snakket i kulturen registeret oppstår i (Wilkinson et al., 2018, s. 7).

Schleppegrell (2007) påpeker at selv om matematikk kan forstås som en spesialisering av hverdagsspråket, overgår innholdet i den matematiske symbolikken hva det hverdagslige språket kan uttrykke. For eksempel vil et regnestykket $a^2 + (a + 4)^2 = 260$ mye lettere bli forstått gjennom bruk av symboler versus bruk av spesialiserte ord fra hverdagsspråket. Det er derfor både Schleppegrell (2007 og Wilkinson et al. (2018) beskriver det matematiske språket som multisemiotisk. Det vil si at det matematiske språket ikke bare består av en, men av mange ulike måter å uttrykke seg på. Det er derfor ikke nok å bare kunne det matematiske vokabularet knyttet til det naturlige språket. En må også kunne oversette mellom de ulike språklige representasjonene, og vite når et spesielt språk eller måte å uttrykke seg på skal brukes (Schleppegrell, 2007). Dette blir også poengtert av Temple og Doerr (2012) som sier at selve grunnen til at det matematiske språket må sees på som et multisemiotisk register er på grunn av de mange ulike sjangrene en finner innenfor det matematiske språkets univers. Ulike sjangre kan være lesing av diagram, forståelse av symboler og grafer, og oversettelse mellom ulike representasjoner.

2.2.2. MATEMATIKK SOM SPRÅK

Når en snakker om matematikk som et eget språk er det ikke uten grunn. Flere forskere, blant annet Simpson og Cole (2015), sammenligner det å lære seg matematikk med å lære seg et fremmedspråk. Selv om det matematiske språket i stor grad bygger på det naturlige språket som er gjeldende i den bestemte sosiale settingen, er det likevel nok ulikheter til at det matematiske språket må læres (Schleppegrell, 2007, s. 140). Ifølge Dysthe (2013) er det å hjelpe elevene i overgangen fra det uformelle og hverdagslige språket over til et mer fagspesifikt og korrekt språk en svært viktig del av det å lære bort matematikk. Shochey og Pindiprolu (2015, s. 29) påpeker at matematikk samtidig skiller seg fra å lære andre språkformer som norsk eller tysk, fordi det i større grad krever et mer presist språk for å kunne utvikle konseptuell forståelse. Å ha en konseptuell forståelse vi si å kunne se sammenhengene mellom begreper, ideer og prosedyrer. At dette krever et mer presist språk henger sammen med at en i matematikken ofte forholder seg til absolutte definisjoner (Krokmyrdal, 2017, s. 29) I hverdagsspråket blir en del ord, for eksempel bindeord, som «hvis...så» og «eller», brukt på en mer inkonsekvent måte, noe som ofte fører til et problem når elevene skal bruke dem i en matematisk setting (Pind, 2011, s. 21). Et eksempel er ordet ben. På hverdagsspråket refererer ordet til de to fysiske lemmene på kroppen vi bruker til å gå med. I en matematisk sammenheng snakker en ofte om to av sidene i en likebent trekant. Temple og Doerr (2012) er derfor tydelige på at en trenger strategier som bevisst fokuserer på å endre elevenes talemåte fra et hverdagslig språk til et mer matematisk korrekt språk. En slik trening vil ikke bare hjelpe elevene med å kunne uttrykke seg på en presis måte, men er også grunnleggende for elevenes forståelse av matematikkfagets egenart (Krokmyrdal, 2017, s. 30).

2.2.3. OM DISKURS OG DISKURS.

Sfard (2007) definerer diskurs som «ulike typer kommunikasjon som bringer folk sammen, mens andre blir ekskludert» (s. 571, egen oversettelse). Videre må en diskurs inneholde bruk av spesifikke matematiske ord, visuelle mediatorer, rutiner og narrativ for å kalles matematisk. Å lære matematikk, er ifølge Sfard (2007) å kunne delta i disse matematiske diskursene. Å lære matematikk innebærer derfor ikke bare å få et godt utviklet ordforråd eller å kunne det matematiske språket flytende, men også å kunne delta i ulike matematiske samtaler (Robinson, 2020, s. 107).

Det er altså ikke bare vokabular, syntaks, ordstillinger og forkortelser unike for matematikken som må læres, men også en viss kunnskap om det sosiolingvistiske aspektet av språket, altså sammenhengen mellom språk og miljø (Simpson & Cole, 2015, s. 370). For å tydeliggjør dette trekker Simpson og Cole frem Gee (2011, i Simpson & Cole, 2015) sin distinksjon mellom diskurs og Diskurs. Ordet *diskurs* er det sammensatte språket som gir mening, og kan bli forstått ved bruk av tradisjonelle begreper som syntaks, vokabular og semantikk. Diskurs med stor D er å kunne sammenkoble den bestemte diskursen og settingen den skjer i. Å kunne tilpasse språket slik at det henger sammen med konteksten det blir snakket i (Gee, 2011, i Simpson & Cole, 2015). Å lære det matematiske språket vil derfor si å kunne bruke ulike representasjoner for å formidle noe slik at publikum i en bestemt setting forstår hva som blir sagt, og dermed få en bedre forståelse for matematikken. Teorien om diskurs og Diskurs peker på viktigheten av å både kunne bruke et naturlig og et formelt språk. Det hjelper oss også til å se hvorfor en vil komme til kort om en bare kan uttrykke seg ved hjelp av det naturlige språket ved å peke på den bestemte og spesifikke naturen til det matematiske språket.

2.3. Forståelse i matematikk

Matematikkfaget er ofte mer abstrakt sammenlignet med andre fag, og har et språklig mangfold en ikke finner i andre fag. I samfunnsfag kan vi for eksempel snakke om et bestemt land eller fenomen i verden. Dette gjøres også i matematikken, samtidig vises det også til abstrakte begrep som bare kan ses ved hjelp av vårt indre øye (Sfard, 1991, s. 3). Mange av de avanserte konstruksjonene vi finner i matematikken vil altså aldri bli tilgjengelige for oss. I en sosiokulturell setting snakker vil derfor om medierende redskaper. Disse redskapene er briller en bruker til å forstå verden gjennom (Säljö, 2013, s. 72). Et eksempel kan være å tegne en graf eller skrive opp en formel. Det er likevel viktig å huske på at dette bare er representasjoner, og aldri vil gi det hele bildet. Å forstå i matematikk henger derfor sammen med språket, og innebærer å kunne bruke et korrekt matematisk vokabular, samt å kunne oversette mellom det hverdagslige og det mer formelle og abstrakte matematiske språket (Robinson, 2020). Det er denne prosessen som skjer når en bruker medierende redskaper for å tilgjengeliggjøre de abstrakte begrepene. Å kunne mediere et begrep er derfor avhengig av ens evne til å kunne sette ord på hva en ser, og å kunne oversette begrepet til en representasjon som er lettere å forklare.

2.3.1. STRUKTURELL OG OPERASJONELL FORSTÅELSE

Begrepet *forståelse* kan i skolesammenheng bli tolket på ulike måter. Botten poengterer at en elev ofte tolker begrepet som et ja/ nei spørsmål som er knyttet til elevens evne til å vite hva den skal gjøre (Botten, 2013, s. 28). Fra en lærers standpunkt er det ofte knyttet til elevenes begreps- eller konseptforståelse, og omhandler elevens grad av matematisk forståelse. Sfard (1987, 1991) sin definisjon av forståelse er sterkt knyttet til dette, og handler om hvordan en forstår ulike matematiske konsept. Hun skiller mellom strukturell og operasjonell forståelse. Å ha en strukturell forståelse handler om å se konseptet som et objekt, mens en operasjonell oppfatning vil se på konseptet som en prosess (Sfard, 1991, s. 1).

Å se et konsept som et *objekt* vil si at en ser på det som noe statisk, og kan gjenkjenne begrepet på tvers av representasjoner. En har også kunnskaper om begrepets egenskaper samt dets operasjonelle funksjon. Å se et konsept som en *prosess* vil si å ha kunnskaper om prosesser, algoritmer og handlinger, uten å kunne se dem i sammenheng (Sfard, 1987, s. 164). Å ha en strukturell forståelse vil derfor si at en har et mer helhetlig bilde av et gitt konsept. Det er ikke noe galt i å ha en operasjonell forståelse av et begrep, men det er ofte vanskeligere å huske. Når en ikke har en forståelse for sammenhengen begrepet står i, vil en ikke kunne assimilere det med annen kunnskap, og dermed ikke kunne bruke det om en ikke får det påpekt. Når en skal lære et nytt begrep vil en i første rekke ha en operasjonell forståelse. Å utvikle forståelsen vil derfor i matematikkfaget være prosessen med å sette ting i perspektiv, og å gå fra en operasjonell forståelse til en strukturell forståelse. Eller som Botten skriver, å kunne internalisere kunnskapen ved å knytte den til noe en kan eller «har et forhold til» (2013, s. 29).

Det er viktig å tydeliggjøre at Sfard (1987, 1991) nevner begge typene forståelse som nødvendige for læring, og at de henger sammen. Hun påpeker at selv om den strukturelle forståelsen kan sees på som mer teoretisk, er den operasjonelle forståelsen like viktig. I artikkelen fra 1987 trekker Sfard konklusjonen om at nesten all kunnskap først må bli forstått operasjonelt før den kan bli forstått strukturelt. Å få en operasjonell forståelse er derfor for de fleste det første steget i tilegnelsen av ny kunnskap (Sfard, 1987, s. 164). Hun sammenligner det å først få en strukturell forståelse med å kunne forstå en todimensjonal figur av en kube uten å ha kjennskap til den *virkelige* tredimensjonale modellen (Sfard, 1991, s. 18). Å kunne forstå noe operasjonelt er derfor avgjørende for å kunne utvikle en strukturell forståelse.

2.3.2. IMPROVISATORISK LÆRINGSTEORI

Selv om de sosiokulturelle teoriene kan gi en god forklaring på hvordan læring foregår i sosiale settinger, er det flere forskere som mener at den ikke er tilstrekkelig. En av kritikkene går på hvordan den mislykkes i å fange læringen som kommer til uttrykk gjennom hvordan kunnskap smelter sammen og utvikler seg i det dynamiske samspillet mellom individer som arbeider sammen mot et felles mål (Francisco, 2013, s. 420). Martin et al. (2006) foreslår derfor bruk av improvisatoriske teorier for å forklare samspillet som finner sted i et gruppearbeid. Improvisatoriske teorier ser på kollaborative aktiviteter som en improviserte prosesser, slik vi blant annet finner i jazzmusikken. De bygger på Pirie og Kieren (1994) sin definisjon av matematisk forståelse, ikke som en tilstand som en kan nå, men som en dynamisk, stadig skiftende prosess som vokser frem, og som hele tiden finner sted (Martin et al., 2006). Med dette synet på forståelse ser en ikke prosessen med å forstå noe som en lineær prosess, men som et skifte mellom uformelle handlinger til mer formelle abstraksjoner. Når vi snakker om forståelse, snakkes det derfor om den dynamiske prosessen hvor den matematiske forståelsen utvikler og endrer seg innenfor den verden en befinner seg i (Martin et al., 2006, s. 151).

I improvisatorisk læringsteori blir det ofte referert til tre regler som gjelder for den kollektive improvisasjonen (Martin et al., 2006). Francisco (2013, s. 420) oppsummerer disse på en enkel måte. Den første regelen handler om i hvor stor grad gruppen evner å skape potensielle veier den kollektive samhandlingen kan fortsette langs. Den andre regelen handler om gruppens evne til å bli enige om en kollektiv struktur, eller spilleregler for de kollektive handlingene som vil finne sted. Den tredje regelen handler om gruppens evne til å skape et felles gruppesinn. Å ha et gruppesinn betyr at å lytte til hverandre, og være villig til å endre egen fremgangsmåte når en innser at en annens fremgangsmåte er bedre (Martin et al., 2006, s. 162). Det er viktig å påpeke at det her kreves en viss forståelse for hva «bedre» betyr, og at dette ofte vil endre seg etter hvert som arbeidet utspiller seg. I en slik forståelse av matematikk vil ideer og handlinger som i utgangspunktet stammer fra et enkeltindivid bli tatt opp i fellesskapet, bygget videre på, reformulert og omarbeidet slik at de til slutt fremstår som en felles forståelse gruppen kan være enige om (Francisco, 2013, s. 420).

2.4. Gruppearbeid som arbeidsform

2.4.1. FORSTÅELSE AV GRUPPEARBEID

Når jeg skriver om gruppearbeid, er det i hovedsak den kooperative formen for gruppearbeid jeg sikter til, da knyttet til Johnson og Johnson (2009) sin forståelse av begrepet. Kooperativ læring er en av de mest brukte formene for gruppearbeid, og baserer seg på de sosiokulturelle prinsippene til Vygotskij (1962) og Johnson og Johnsons (2009) teori om sosial gjensidig avhengighet (Byrne & Prendeville, 2020, s. 628; Johnson & Johnson, 2009, s. 365). En gjensidig avhengighet oppstår når en jobber mot et felles mål der både ens egen og andres handlinger vil ha innvirkning på i hvor stor grad en oppnår dette målet. Det er bare når en opplever at det finnes en korrelasjon mellom ens egne mål og andres mål at en kan snakke om en gjensidig avhengighet (Johnson & Johnson, 2009, s. 366). Å lære kooperativt vil derfor si at en jobber sammen, og at en gjennom diskusjon og dialog kommer frem til et felles svar. Dette krever gjensidig deltagelse, og handler om å konstruere og opprettholde en felles forståelse av et problem ved å aktivt koordinere språk og handling i samsvar med den delte kunnskapen. Det vil si at elevene både kan svare på et utsagn muntlig med å fortsette på den andres utsagn, eller gjøre en handling som å skrive ned noe i boken, som en direkte konsekvens av den andres utsagn. Et kooperativt gruppearbeid er derfor ifølge Roschelle og Teasley (1995, s. 94-95) avhengig av at elevene har et språk tilgjengelig som de kan gjøre seg forstått gjennom. I gruppearbeid hvor elevene i stor grad forstår hverandre og har utviklet et felles språk, vil flyten mellom elevenes utsagn være mer sømløs og kreve mindre forklaringer enn i grupper hvor det felles språket mangler.

Når en ser på gruppearbeid og de ulike typene av samhandling som skjer innenfor et kooperativt gruppearbeid, kan Cobbs (1995) distinksjon mellom direkte og indirekte samhandling være nyttig. Direkte samhandling handler om at elevene bygger på kjente operasjoner og bruker sine kunnskaper sammen. Gjennom indirekte samhandling løser en oppgaver ved å tenke høyt, komme med uferdige tanker, og i fellesskap binde disse uferdige tankene sammen til et svar (Varhol et al., 2021, s. 369). Ifølge Cobb (1995) er det den siste som gir rom for mest læring. Læringen ligger i å kunne forklare sine tankemønster som igjen kan hjelpe andre å få strukturert sine egne tanker. Gruppearbeidets sjanse for suksess avhenger derfor av elevenes evne til å både jobbe sammen, men også elevenes evne til å kunne uttrykke seg muntlig (Varhol et al., 2021, s. 369). Siden elever deler et felles naturlig språk kan dette gjøre det enklere for dem å forklare vanskelige ord og begrep for hverandre, og dermed utvikle forståelsen.

Til tross for alle teorier som støtter opp under tanken om at gruppearbeid er en av de beste måtene å lære matematikk på, kan en se hos Sfard (2008, s. 70) at dette ikke alltid er tilfelle. I analysen av to gutters samarbeid over to måneder kom hun frem til at guttene lærte til tross for samarbeidet, og ikke på grunn av samarbeidet som de først hadde antatt. En av hovedgrunnene var den ineffektive måten de snakket sammen på. Dette vil ikke si at gruppearbeid er en dårlig måte å lære på, men at det krever kunnskaper om hvordan en skal jobbe og snakke sammen for å gi et positivt utfall. Samarbeid er krevende, og en trenger å lære hvordan en kommuniserer, hvordan en kan uttrykke seg på en effektiv måte, og hvordan en skal forklare det en ikke selv forstår (Dahl et al., 2020, s. 162).

2.4.2. LÆRING GJENNOM DIALOG

Knyttet opp mot sosiokulturell læringsteori, har det blitt forsket mye på sammenhengen mellom den matematiske samtalen og den enkeltes forståelse. Ifølge Botten og Torkildsen (2015, s. 28) er samtalen en sentral del av matematikken da faget i stor grad handler om å finne løsningsstrategier for et gitt problem, formulere hypoteser, og argumentere for hypotesenes gyldighet. Det å samtale i matematikk utgjør derfor en viktig del av læringsprosessen da det muliggjør deling av ideer og verktøy som kan bidra til å bedre forståelsen av faget. Botten og Torkildsen (2015) skriver videre at kunnskap som dannes i et fellesskap ofte fungerer på en annen måte enn når den tilegnes alene. Når elever lærer sammen betyr det ikke at elevenes kunnskap er identisk, men at elevenes individuelle forståelse og kunnskap slås sammen, og på den måten skaper vekst av ny forståelse. Denne veksten kan ikke krediteres til et enkeltindivid, men vokser ut av samspillet mellom gruppemedlemmene (Martin et al., 2006, s. 155). Den matematiske samtalene som oppstår kan derfor bidra til elevenes læring ved å hjelpe dem til å sette ord på tankene sine, høre hva andre har å si, og ta i bruk disse ideene (Botten & Torkildsen, 2015). Kotsopoulos (2010) skriver blant annet:

> «Ved å snakke sammen foreslås det at elevene både er i stand til å styrke sin egen forståelse, og potensielt støtte sine jevnaldrende i deres reise mot meningsskaping i matematikk» (s. 1052, egen oversettelse)

Elevens evne til å kunne samtale om matematikk og argumenterer for egne meninger er derfor sterkt knyttet til elevenes evne til læring, noe som også kommer frem hos andre forskere. Wæge (2015, s. 22) refererer blant annet til Carpenter, Franke og Levi som poengterer at elever som lærer gjennom å argumentere og snakke gjennom egne og andres matematiske ideer og forklaringer, har større mulighet for å få en dypere forståelse for matematikken det er snakk om. De samme tankene finner vi hos Botten og Torkildsen hvor det hevdes at eleven i mye større grad vil få eierskap til kunnskapen om en «legger opp til læringssituasjoner der elevene er aktive språkbrukere» (2015, s. 28) . I det oversatte sitatet fra Kotsopoulos (2010) er det også interessant å se at fokuset ikke bare er på ens egen mulighet til å kunne forstå, men også på hvordan en kan hjelpe andre mot en forståelse av matematikk. En kan her se spor av den gjensidige avhengigheten som ofte er tilstede i et samarbeid (Johnson & Johnson, 2009).

Rohid et al. (2019) definerer den matematiske kommunikasjonsevne som evnen til å formulere tanker muntlig, kunne kommunisere klare og logiske tanker til andre, kunne analysere og vurdere andres tanker og strategier, og å kunne bruke et matematisk språk til å uttrykke matematiske ideer korrekt. Dette er ifølge Vygotskij (1962, s. 150) vanskelig, fordi muntliggjøring av ens tanker krever at en har de rette ordene for å uttrykke det en ser i sitt indre sinn. En må også klare å si det i en rekkefølge som gir mening. Når en tenker noe får en ofte tanken presentert som en helhet. Når en skal si noe høyt må en altså ha kunnskaper om hvordan tanken skal struktureres slik at den også gir mening for en annen partner (Zack & Graves, 2001, s. 265). Å kunne samarbeide med andre krever derfor en høyere form for matematisk forståelse fordi en må ha et språklig vokabular som gjør det mulig å bli forstått.

2.4.3. MATEMATISK ARGUMENTASJON

I et gruppearbeid er det ikke nok å bare kaste ut påstander, en må også forsvare dem. Det er dette som på fagspråket kalles matematisk argumentasjon. Hansen (2021, s. 2) definerer matematisk argumentasjon som det elevene tar for å være sant, både individuelt og kollektivt, uavhengig av argumentets matematiske korrekthet. Å argumentere matematisk vil si å begrunne sine handlinger og konklusjoner med matematiske sannheter. En kan derfor hevde at elevens evne til å forstå og kunne matematikk er avhengig av deres og andres evne til å argumentere for sin sak. Dette er fordi prosessen der en skal forklare hvorfor en gitt konklusjon er rett krever en detaljert forståelse av konseptet som blir diskutert (Mueller, 2009, s. 140-141). Hansen (2021, s. 4) skiller mellom to hovedtyper for matematisk argumentasjon, kreativ og imitativ. Den imitative kan ligne litt på direkte samhandling, hvor elevene argumenterer for sine handlinger ved hjelp av algoritmer og fakta de har lært utenat. Denne type argumentasjon skaper fortgang i arbeidet, og er dermed lett å bruke. Problemet oppstår når denne type argumentasjon brukes uten den grunnleggende kunnskapen, noe som fører til overflatelæring og en operasjonell forståelse. Den kreative argumentasjonen bygger på dybdelæring, hvor elevene fokuserer på egenskapene til ulike algoritmer som brukes i oppgaven de skal løse. I et kreativt argument prøver en å bruke matematiske fakta for å begrunne noe en ikke har prøvd å forklare før. Det er ofte denne type argumentasjon som oppstår i en indirekte samhandling hvor elevenes oppfatning dannes samtidig som de bygger argumentet (Mueller, 2009, s. 141). Det er ofte gjennom denne typen argumentasjon en finner ny forståelse.

2.5. Teoretisk rammeverk

Jeg vil her presentere de to rammeverkene som kommer til å bli brukt for å analysere samhandlingen mellom elevene. Et av rammeverkene jeg har valgt tar for seg de ulike typene utvekslinger som oppstår i samhandlingen mellom elever. Det andre fokuserer på hva en kan si om språket i disse utvekslingene.

2.5.1. Meningsfylte utvekslinger

Ifølge Robinson (2020, s. 106) er meningsfylte utvekslinger samhandlinger som leder til ny forståelse, og som gir næring til en fremvekst av ny kunnskap. At det er samhandlinger som er i fokus er viktig, da meningsfylte utvekslinger ikke kan skje i et vakuum, men er en naturlig del av enhver dialog hvor målet er å komme frem til en løsning. For at meningsfylte utvekslinger skal kunne finne sted kreves det at deltagerne tenker på ulike måter, samtidig som tankemønstrene må være like nok slik at muligheten for å skape forståelse gjennom tankedeling er tilstedeværende (Robinson, 2020, s. 125).

I studiet sitt kom Robinson (2020) frem til tre hovedkategorier av meningsfylte utvekslinger i elevenes samarbeid: deling, bygging og utforsking. *Deling* blir beskrevet som prosessen der elevene deler kunnskap i form av ideer og meninger, samt aksepterer og responderer på andres innspill. Kunnskapen som blir delt handler ofte om tanker elevene har om løsningsmetoder som kan være nyttige for senere tid, og viser elevenes evne til å knytte egne erfaringer opp mot det matematiske landskapet oppgaven beveger seg innenfor (Robinson, 2020, s. 111). En kan derfor argumentere for at delingsprosessen gir ett innblikk i elevenes forståelse av matematiske konsepter. Det er også gjennom denne fasen elevenes forståelse av eget ansvar for den felles læringen skapes (Robinson, 2020, s. 135)

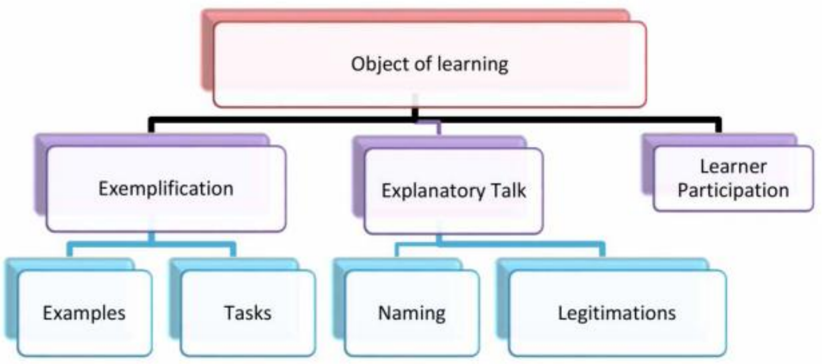
Bygging er på sett og vis «steg 2». Her begynner en å koble ulike ideer sammen, organisere og reformulere tidligere ideer, samt bruke visuelle hjelpemidler. Da overgangen mellom deling og bygging er en prosess, oppstår det en overlapp mellom disse, spesielt knyttet til byggingsfasens relasjon til visuelle representasjoner (Robinson, 2020, s. 112). I byggingsfasen blir de delte tankene fra delingsfasen utbrodert og knyttet sammen. Å resonnere matematisk, tydeliggjøre tidligere utsagn, få andre til å forklare hva de tenker, samt å oppfordre andre til å bygge videre på egne utsagn er ifølge Robinson (2020) alle utvekslinger som hører til under byggingskategorien.

Den tredje formen for meningsfylte utvekslinger er *utforsking*. Denne utvekslingsformen fokuserer på elevenes kreative og originale tenkning. Robinson (2020) trekker frem elevenes lekenhet som et viktig moment. Lekenhet blir her identifisert som elevers utforsking av ulike løsningsmetoder, testing av ideer og evaluering av argumenter. Det er en slags selvrefleksjon hvor elevene prøver å finne nye måter å skaffe innsikt. I en utforskende utveksling er målet utenfor den gitte oppgaven, og elevene får lov til å leke seg med andre scenarioer, og utforske andre muligheter knyttet til tema samtidig som de er matematisk forankret (Robinson, 2020, s. 122). At målet er utenfor oppgaven kan bety at en dikter opp fiktive scenarioer tilknyttet oppgaven, eller at en bruker løsningsstrategier som ikke blir nevnt eksplisitt i oppgaven.

Det finnes også en fjerde fase som (Robinson, 2020, s. 138) har valgt å kalle *blokking*. Blokking er å jobbe imot eller å hindre andre fra å dele sine ideer ved å enten avbryte, avvise ideer, kritisere andre eller å snakke over en annen person, og er i stor grad med på å svekke de meningsfylte utvekslingene. Blokking kan i verste fall føre til en distansering fra gruppen hvor individet ikke føler seg fri til å komme med bidrag til samtalen.

2.5.2. FORKLAREDE SAMTALE

For å analysere elevenes språkbruk i utvekslingene som oppstår vil jeg ta utgangspunkt i rammeverket fremstilt av Adler og Ronda (2015). Rammeverket fokuserer i utgangspunktet på hvordan lærerens måte å fremstille oppgavene på får utslag i elevenes bruk av det matematiske språket. Det er likevel visse element av rammeverket som vil være hensiktsmessig å bruke inn i min kontekst. Adler og Ronda drar frem det som kalles for *explanatory talk*, som på norsk betyr forklarende samtale. Forklarende samtale blir delt inn i to underkategorier, navngiving og legitimeringskriterier.



Figur 1. Modell av Adler og Rondas rammeverk (2015, s. 3)

Kategorien *navngiving* blir hos Adler og Ronda (2015, s. 6-7) inndelt i tre nivå. Nivå én har lite eller ingen fokus på bruk av matematisk språk, og bruker ofte tvetydige pronomen sammen med peking på objektet i fokus. Her brukes primært det hverdagslige språket for å gjøre seg forstått. På nivå to beveger en seg mellom det matematiske og det naturlige språket. Det matematiske ordforrådet er likevel begrenset til at de matematiske navnene blir brukt som merkelapp. Det høyeste nivået av navngiving, nivå tre, handler ikke bare om å kunne bare bruke et korrekt matematisk språk, men å forstå hvorfor bruken av et mer matematisk korrekt språk vil gjøre det lettere å gjøre seg forstått. Å ha et høyt språklig nivå i matematikken handler derfor om å ha evnen til å kunne bruke det naturlige og det matematiske språket om hverandre, alt etter hva som er mest hensiktsmessig. Adler og Ronda (2015, s. 8) fokuserer i hovedsak på en lærers evne til å kunne bruke både de korrekte matematiske begrepene når hun forklarer en oppgave, samtidig som hun kan bruke elevenes naturlige språk slik at størst mulig del av elevgruppen vil forstå. Jeg vil påstå at det samme kan gjelde i gruppearbeid der læreren ikke er til stede. I gruppearbeid vil elevene være ulike, dette gjelder også i hvor stor grad elevene har utviklet forståelse nok til den gitte oppgaven. Da hjelper det ikke om en bare kan bruke matematisk korrekte begreper, en må også kunne bruke det naturlige språket for å forklare oppgaven til medelever slik at de forstår nok til å kunne delta i samtalen.

Legitimeringskriterier handler om hvordan elevene argumenterer for sitt syn, hva som blir begrunnet, og hvor matematisk forankret argumentet er (Adler & Ronda, 2015, s. 5). En skiller mellom fire ulike nivå. På nivå null vil alle utsagnene bli legitimert med ikke-matematiske begrunnelser. Det vil si at en i argumenteringen sin bruker visuelle beskrivelser. Elever på dette nivået vil også behandle utsagn fra en person med autoritet, ofte lærer, som fakta (Adler & Ronda, 2015, s. 8). På nivå én har en beveget seg litt i retning av en matematisk begrunnelse, hvor en knytter begrunnelsen opp mot en spesifikk formel, eller et enkelt tilfelle hvor en har brukt en slags oppskrift. Knyttet opp mot Sfards (1987) definisjon på forståelse, kan en si at et argument på nivå én bygger på en operasjonell forståelse. På nivå to begynner en å bevege seg bort fra en ikke-matematisk begrunnelse, og får en mer generell matematisk begrunnelse. Elever på dette nivået bygger delvis sine argumenter på allerede etablerte generaliseringer, og har kunnskaper om ulike formlers strukturer og egenskaper. På nivå tre har elevene en fullverdig forståelse av de ulike formlene, og kan utføre dem på en prinsipiell måte, samt bevise dem (Adler & Ronda, 2015, s. 6-7). En kan derfor si at en elev på dette nivået vil ha en fullverdig strukturell forståelse for det tenkte begrepet (Sfard, 1991, s. 3).

3.0 Metode

I dette kapittelet vil jeg legge frem valg av metode, og gi en beskrivelse av oppgavens forskningsdesign. Jeg vil så beskrive metode for analyse hvor jeg blant annet vil presisere hvordan de to rammeverkene har blitt sammenføyd til ett. Til slutt vil jeg legge frem ulike etiske valg som ble tatt av praktiske og faglige grunner, og reflektere over forskningens kvalitet, både svakheter og styrker, og hva som eventuelt kunne blitt gjort annerledes.

3.1. Kvalitativ forskningsmetode

I forskningslitteraturen skiller vi mellom kvalitativ og kvantitativ forskning. Gjennom en kvalitativ tilnærming ønsker en å få en innsikt og en forståelse for sosiale fenomener, mens en i gjennom en kvantitativ tilnærming ønsker å få en forklaring (Thagaard, 2018, s. 12). Lignende distinksjoner finner en hos Tjora (2021, s. 20-27), som tydeliggjør den kvalitative fremgangsmåtens fortolkende paradigme. I en kvalitativt studie har en ofte fokus på informantenes opplevelse og hvordan de skaper mening. På grunn av denne vinklingen er sjansen stor for at en gjennom en kvalitativt studie oppdager at forholdene er annerledes enn det en trodde på forhånd. Da formålet mitt er å få en innsikt i hvordan elevene bruker språket sitt når de snakker med medelever, vil det ut fra disse distinksjonene være hensiktsmessig å ta en kvalitativ tilnærming til innhenting av data.

3.1.1. Casestudie som forskningsdesign

Valg av forskningsdesign vil variere fra oppgave til oppgave, og handler i hovedsak om å finne det designet som best egner seg til å belyse problemstillingen eller gi et helhetlig svar på forskningsspørsmålet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 61). Forskningsdesignet setter retningslinjene for prosjektet, og inneholder den faglige konteksten som beskriver «undersøkelsens hvem, hva, hvor og hvordan» (Thagaard, 2018, s. 50). For å ytterligere avgrense oppgaven min, har jeg valgt å gjennomføre en casestudie. I følge Thagaard (2018, s. 51) er en casestudie en spesiell type design innenfor den kvalitative forskningen hvor målet er å studere en avgrenset enhet, og kjennetegnes ved at en studerer mye informasjon knyttet til denne enheten.

Da jeg i min oppgave ønsker å se på språkbruken i en enkelt gruppe, vil mitt prosjekt bli definert som en enkeltcasestudie. I en slikt studie vil målet være å få en forståelse for noe som finner sted innenfor en bestemt kontekst. En slik case vil i stor grad kun produsere det som kalles lokal kunnskap, som vil si at kunnskapen vil være avgrenset til en spesiell kontekst (Tjora, 2021). Enkeltcaser kan likevel brukes mer generelt, så lenge en kan argumentere for hvorfor kunnskapen fra denne bestemte konteksten kan overføres til en annen bestemt kontekst. Dette henger sammen med deltagernes egenart. I en casestudie ønsker en ofte å studere et fenomen, samt prøve å få en forklaring på hvilke prosesser som skaper spesielle resultater eller tilstander. Da jeg i min studie ønsker å se på språket som oppstår i kooperative samarbeid, og prøve å si noe om prosessene som ligger bak elevenes ordvalg, vil studiet mitt kunne beskrives som en enkeltcasestudie. For at en slik studie skal kunne overføres til en annen kontekst må som forsker kunne gjøre rede for det en i casen mener er typisk (Andersen, 2013).

3.2. Utvalg av informanter

Jeg ønsket å utføre studiet mitt på 9.trinn. Når elevene går på ungdomsskolen kan en forvente et høyere nivå av språklige ferdigheter knyttet til matematikken, og elevene vil her i større grad ha utviklet evnen til å kunne forklare det de ikke forstår. Ved å bruke elever fra 9.klasse sikret jeg at denne evnen hadde fått utviklet seg noen år, samt at elevene hadde gått i klasse sammen i minimum et år. Dette medfører trolig en trygghet blant elevene på hverandre, slik at de sannsynligvis tørr å komme med påstander, noe som skaper en større sannsynlighet for et fruktbart, kooperativt arbeid. Å velge elever fra 9. klasse gir også en trygghet til at læreren vet hvilke elever som evner å samarbeide om matematikkoppgaver, samtidig som han også kan gi meg tilleggsinformasjon om hva som kan være lurt å fokusere på under observasjonen. Med tanke på det teoretiske teppet som ligger til grunn for oppgaven, vil prosjektet kunne gjennomføres også på lavere trinn, men da med et annet forventet utfall. Valget ble derfor gjort delvis på grunn av et fremtidig ønske om å arbeide på ungdomsskole, og delvis på grunn av utfallet jeg ønsket å få fra oppgaven.

Forskningen ble gjennomført i en 9.klasse på en skole i Rogaland. Da dette er en skole hvor jeg hadde kjennskap til flere av lærerne, er det i stor grad et valg av bekvemmelighet. Et bekvemmelighetsvalg er ifølge Jacobsen (2022, s. 311) et valg gjort basert på dem det er lettest å få tak i. I mange settinger kan slike typer valg føre til skjevheter i datamaterialet. Da formålet var å gjennomføre en studie som kunne være representativ for tilsvarende skoler i den norske skole, ville elevene her ha samme forutsetninger som elever fra skoler som jeg ikke hadde kjennskap til. Det at valg av skole er basert på bekvemmelighet vil derfor ikke ha stor innvirkning på studiens resultater. Jeg hadde kontakt med lærer over mail, hvor jeg beskrev mine ønsker knyttet til gruppesammensetning. Det viktigste kravet var at elevene skulle være i stand til å samarbeide på en kooperativ måte for å i størst mulig grad kunne sikre at innsamlingen skulle kunne brukes som grunnlag for en senere analyse. Lærer valgte ut noen elever som fikk utdelt et infoskriv hvor de ble spurt om de ønsket å delta i studien. I infoskrivet ble de formelt spurt om de ønsket å delta i studien (se vedlegg 2). Både foreldre og elever måtte skrive under og levere det inn til lærer. Skolen jeg valgte har ikke hatt noe spesiell vekt på gruppearbeid utenom det som ligger i læreplanen.

3.3. Metode for datainnsamling

3.3.1. Observasjon som metode

Valg av metode må sees i forhold til hva som vil være relevant for problemstillingen, og er et redskap som kan brukes til å forstå virkeligheten bedre (Bjørndal, 2017, s. 30). Ifølge Thagaard (2018, s. 64) er observasjon en egnet metode for å studere samhandlinger fordi forskeren kan få et innblikk i hvordan personer forholder seg til hverandre i ulike sosiale situasjoner. Tjora (2021, s. 62) utbroderer dette ved å skrive at en gjennom observasjon får tilgang til de sosiale situasjonene uten at de involverte får tid til å tolke den slik, som er tilfelle i et intervju utført i etterkant av hendelsen. Han konkluderer videre med at observasjon vil være det mest gunstig når en ønsker «å finne ut hva folk gjør».

Å observere betyr å undersøke eller å iaktta, og forstås i en pedagogisk sammenheng som oppmerksom iakttakelse. Gjennom en pedagogisk observasjon prøver en på en konsentrert måte å iaktta noe som har pedagogisk betydning (Bjørndal, 2017, s. 34). I selve observasjonen kan en som forsker velge å være deltagende eller ikke-deltagende i den sosiale samhandlingen (Bjørndal, 2017, s. 33). Hva en som forsker velger å gjøre her, vil ha konsekvenser for datainnsamlingens resultater. Ved å være deltagende i samhandlingen vil en i større grad få en forståelse for hva som skjer, samtidig som en kan få tilbakemeldinger på om ens forståelse av situasjonen er den rette tolkningen. Når vi observerer uten å delta i samhandlingen fokuserer vi i mye større grad på hva personene gjør, og hvordan den enkelte forholder seg til de andre i gruppa (Thagaard, 2018, s. 63). Denne type observasjon er å foretrekke når en har grunn til å tro at forholdene en som forsker ønsker å studere vil endre seg vesentlig ved at en som forsker deltar i samhandlingen (Thagaard, 2018, s. 73). Da jeg ønsker å se på elevenes bruk av språk i samtale seg imellom, vil min språkbruk trolig ha en innvirkning på hvordan de snakker sammen. Ved å innta en ikke-deltagende observatørrolle unngikk jeg å bli sett på som en hjelpelærer. Når en inntar en slik tilbaketrukket rolle er det viktig å være seg bevist at vi gjerne tolker situasjonen ut fra egne erfaringer. Det er derfor viktig å bli godt kjent med miljøet en skal observere i (Bjørndal, 2017, s. 37; Thagaard, 2018, s. 76). For å sikre at jeg hadde god nok kjennskap til miljøet brukte jeg elevenes lærer til å få en forståelse for sammensetningen av den utvalgte gruppen.

Ifølge Bjørndal (2017, s. 36) har vi mennesker en iboende egenskap som gjør at vi hele tiden prøve å finne sammenhenger. Dette fører til at en i en observasjon i stor grad vil se sammenhenger også der det ikke finnes noen, fordi en prøver å fylle ut bildet med egne tolkninger for at helhetsbilde skal gi mening. En observasjon vil derfor alltid ha en subjektiv karakter fordi en som enkeltindivid vil sile informasjonen på en unik måte (Bjørndal, 2017, s. 36). Et stort problem knyttet til pedagogisk observasjon er derfor at en kan risikere å overse viktige samhandlinger fordi den aktuelle informasjonen ble silt bort som mindre viktig.

3.3.2. VIDEOOBSERVASJON

I en samhandling er det ofte flere aktører som er med, og for å sikre at min forskning ikke bare baseres på flyktige observasjoner og synsing i etterkant, har jeg valgt å ta i bruk video-observasjon som hovedkilde. En av hovedfordelene ved å bruke videoopptak som data-innsamlingsmetode er ifølge Tjora (2021, s. 117) at en vil sitte igjen med en detaljert gjengivelse av den relevante situasjonen som ikke er preget av egne tolkninger. Dette vil gi mulighet til å studere interaksjonene gjentatte ganger for å kunne skape et mer helhetlig bilde av situasjonen. Å kunne se videoopptaket på nytt i ettertid åpner opp for en rekke muligheter. En kan spole tilbake å se på hendelsene som skjedde før interaksjonen en ønsker å studere, oppdage nye interaksjoner, og få en større forståelse av de subtile forskjellene i samhandlingen som finner sted (Berg & Rusk, 2021, s. 124; Tjora, 2021, s. 118). En annen fordel som Bjørndal drar frem er muligheten videoopptak gir til å i mye større grad kunne «registrere det komplekse samspillet mellom verbal og nonverbal kommunikasjon» (2017, s. 80). Ved å bruke video vil en kunne se hvem som er tilstede i samtalen, og samtidig kunne se hvor fokuset til deltagerne som ikke uttaler seg verbalt ligger (Robinson, 2020, s. 112). En vil også lettere kunne koble elevenes bruk av tvetydige pronomen opp mot kroppsspråk for å kunne få en forståelse for hva det snakkes om. Bruk av video utvider derfor mulighetene en har for å registrere noe, og gir rom til å kunne oppfatte kommunikasjonens komplekse sider. Det er likevel viktig å påpeke at et videoopptak aldri vil kunne gi en korrekt oppfattelse av hendelsen, da den bare vil kunne fange opp et utsnitt av situasjonen. Bruk av videokamera vil likevel gi en mer detaljert og komplett kopi av situasjonen enn en observasjon basert på hukommelsen alene kan gi. Ifølge Bjørndal (2017, s. 87) vil de fleste mennesker ha en høyere bevissthet om hva de sier når de snakker foran et kamera. Samtidig er det mye som tyder på at den atferden som er lært over tid ikke vil endre seg radikalt selv om det er et videokamera til stede. For å i større grad kunne motvirke elevenes påvirkning av videokameraets tilstedeværelse, skrur jeg kameraet på før jeg ønsket dem velkommen slik at arbeidet i mindre grad skal bli forstyrret av en påminnelse om at de ble filmet. Elevene ble informert om når videokamera ble skrudd på.

3.3.3. UTFORMING AV OPPGAVER

Jeg ønsket å fokusere på oppgaver som oppfordret til diskusjon for å komme frem til svaret, hvor elevene selv måtte komme frem til en løsningsmetode. Oppgavene som ble brukt i studien ble valgt ut fra kompetansemål for 9.trinn, og består av oppgaver hentet fra LAMIS (u.å.) sine sider som har blitt brukt i tidligere UngAbel-runder, og oppgaver funnet av faglærer som elevene hadde arbeidet med før. Valg av oppgaver ble gjort i samråd med elevenes faglærer slik at jeg kunne være sikker på at elevene hadde kompetanse og evne til å diskutere oppgavene. Hvilke oppgaver som er hentet fra LAMIS sine nettsteder, og hvilke oppgaver faglærer kom med er presisert i vedlegg 3 hvor de ulike oppgavene blir presentert.

3.4. Metode for analyse

I analysearbeidet mitt ble dataen først transkribert og deltagerne anonymisert. I arbeid med å oversette muntlig tale til skrevet tekst må en ta en del overveielser for å sikre en så virkelighetstro oversettelse som mulig. Utenfra kan en ren oversettelse til tekst virke uferdig og vanskelig å følge. En må derfor ta seg tid til å se opptakene på nytt, og tydelig markere tonefall og fysiske bevegelser som vil ha noe å si for den helthetlige forståelsen av samtalen (Zack & Graves, 2001). Av denne grunn ble transkripsjonen i første omgang gjort på dialekt for å sikre at nyansene i språkbruket ikke forsvant. I ettertid kunne jeg tydeligere se hvilke ord som etter min mening burde beholdes for å bevare nyansene i elevenes språkbruk. Sitatene hentet fra transkripsjonen ble senere oversatt til bokmål for å lettere kunne forstå hva som ble sagt. Ord som av hensiktsmessige årsaker står på dialekt, vil bli skrevet i hermetegn. Transkripsjonen er basert på transkripsjonssystemet funnet hos (Berg & Rusk, 2021, s. 141), og har blitt brukt i arbeid med utviklingen av egen transkripsjonsnøkkel. Berg og Rusk sitt system er tilpasset transkripsjon av videoopptak, og tar derfor høyde for faktorer som ikke-språklige handlinger, samt symboler for å tydeliggjøre tonefall. Transkripsjonssystemet har i stor grad blitt overført, med unntak av små presiseringer for å tilpasse den til settingen jeg har arbeidet ut fra (se vedlegg 4).

3.5.1. ANALYSE OG FORKLARING AV RAMMEVERK

Hva vil det si å analysere? Anker henviser til Malteruds definisjon som sier at analysearbeid er «å stille spørsmål til det empiriske materialet (...), lese og organisere data systematisk i lys av relevant teori og gjenfortelle svarene på en forståelig og relevant måte» (Malterud, 2017, i

Anker, 2020, s. 17). Dette blir beskrevet som en vid forståelse av analysebegrepet, hvor alt arbeid en gjør knyttet til meningsskaping av datamaterialet blir definert som del av analyseprosessen. Når en koder vil det si at en organiser tankene og bryter teksten ned til håndterbare biter (Nilssen, 2012, s. 78).

Vi skiller mellom induktiv, deduktiv og abduktiv tilnærming til koding. En induktiv tilnærming, eller en empirinær koding som Anker (2020) kaller det, vil si at kodene stammer fra empirien, og dannes ut fra det som blir observert (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 101). En deduktiv metode for utvelgelse av koder vil si å ta utgangspunkt i begreper knyttet til relevant teori, eller prosjektets problemstilling (Thagaard, 2018, s. 154). En abduktiv tilnærming er en tilnærming hvor kodene og kategoriene blir dannet i samspillet mellom forskerens perspektiv, og allerede etablerte teorier (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 102). Ifølge Anker (2020, s. 80) vil en slik tilnærming til koding hvor en beveger seg mellom det teoretiske rammeverket og det empiriske materiale bidra til en spissing og tilpassing av kodene, og dermed være med på å videreutvikle det teoretiske rammeverket.

Da oppgaven min er knyttet sterkt opp mot rammeverkene til Robinson (2020, s. 134) og Adler og Ronda (2015), valgte jeg en abduktiv tilnærming til utvelgelsen av kodene mine. Kodene og temaene bygger i stor grad på disse rammeverkene, hvor jeg da gjennom arbeid med det empiriske materialet har tilpasset dem ut fra tendensene jeg så, samt min egen tolkning av de ulike temaene. Jeg vil her først gi en presentasjon av valgene jeg gjorde i spissingen av de to rammeverkene, før jeg til slutt vil presentere hvordan de ble brukt i analysen.

Adler og Ronda (2015) sitt rammeverk knyttet til forklarende samtale er et omfattende rammeverk hvor jeg bare har valgt å bruke en liten del av det. Dette begrunnes ved den tydelige sammenhengen de setter mellom bruk av fagspråk og evnen til forståelse, og hvordan forståelse ikke alltid henger sammen med et korrekt ordforråd. Ifølge Adler og Ronda (2015) ligger fokuset i stor grad på den kollegiale samhandlingen som er kontekstbetinget, og den formelle samhandlingen som er den mer generelle og korrekte måten å samhandle på i matematikk. De tre kategoriene knyttet til navngiving har jeg overført slik som de blir beskrevet, men med litt andre benevnelser. Jeg skiller derfor mellom ikke-matematisk, og matematisk nivå 1 og matematisk nivå 2. Det ikke-matematiske nivået er det som i rammeverket blir vist til som nivå én, matematisk nivå 1 og matematisk nivå 2 er henholdsvis nivå to og tre i det originale rammeverket. På det ikke-matematiske nivået bruker elevene primært det naturlige språket for å gjøre seg forstått. I nivå 1 brukes det matematiske benevnelser som merkelapper på ting. På nivå 2 har en et mer fullstendig ordforråd, hvor en evner å bruke det språket som er mest hensiktsmessig ut fra konteksten (se vedlegg 5 for presisering).

Hovedfokuset mitt i denne oppgaven vil ikke være på hvordan elevene argumenterer for sitt syn. Jeg har derfor valgt å gjøre de fire nivåene vi finner innenfor legitimeringskategorien til Adler og Ronda (2015) om til to kategorier, ikke-matematisk legitimering og matematisk legitimering. Dette ble gjort for å tydeligere skille mellom de argumentene som inneholdt et matematisk argument, og de som ikke gjorde det. Dette gjorde det mulig å i større grad fokusere på språket som blir brukt i argumenteringen. Den matematiske legitimeringen innbefatter de argumentene som har en matematisk forankring selv om språket til tider kan være visuelt betinget, mens ikke-matematisk legitimering innbefatter argumenter som er basert på synsing uten et matematisk rotfeste. Jeg har også inkludert utsagnene uten argumentasjon innenfor denne kategorien da disse argumentene i liten grad sier noe konkret om elevens tankeprosess (se vedlegg 5 for presisering). Legitimeringskategorien blir i denne settingen i større grad rettet mot hvilket språk elevene bruker når de legitimerer argumentene ovenfor hverandre.

For å kunne si noe om språket elevene brukte knyttet opp mot forståelsen, måtte jeg ha et rammeverk som kunne hjelpe meg med å plukke ut de argumentene som førte til forståelse. I vedlegg 5 ligger en presisering av hvordan dette ble gjort, og hvilke koder som ble brukt for å lettere kunne kategorisere elevutsagnene. Meningsfylte utvekslinger blir forstått ut fra definisjonen vi finner hos Robinson (2020) hvor det defineres som utvekslinger bestående av utsagn som fører til videre forståelse hos elevene. En kan derfor si at utsagn blir definert som meningsfulle når de fører til at elevene kommer et steg nærmere en mulig løsning.

Utveksling av ideer er gjensidig avhengig, og kan aldri foregå alene (Johnson & Johnson, 2009). Meningsfylte utvekslinger kan derfor bare eksistere i dialog hvor minst to personer er involvert, og må derfor sees i sammenheng med dialogen de er en del av. Disse utvekslingene innbefatter derfor ikke bare de utsagnene som fører til at elevene klarer å formulere nye tanker, men også de utsagn der elever godtar den andres ideer, eller deler en oppfatning uten å først bygge videre på den (Robinson, 2020). Ut fra disse tankene laget jeg en tabell bestående av 9 kategorier hvor de tre typene meningsfylte utvekslinger ble plassert langs en akse, mens graden av matematisk språk ble plassert langs den andre aksen.

	Meningsfylte utvekslinger (Robinson, 2020)		
Forklarende samtale (Adler & Ronda, 2015)	**Deling**	**Bygging**	**Utforsking**
Ikke-matematisk (IM)	Deling med ikke-matematisk språk (1)	Bygging med ikke-matematisk språk (2)	Utforsking med ikke-matematisk språk (3)
Matematisk nivå 1 (M1)	Deling med bruk av matematisk språk som benevnelser (4)	Bygging med bruk av matematisk språk som benevnelser (5)	Utforsking med bruk av matematisk språk som benevnelser (6)
Matematisk nivå 2 (M2)	Deling med forståelse for bruk av matematisk språk (7)	Bygging med forståelse for bruk av matematisk språk (8)	Utforsking med forståelse for bruk av matematisk språk (9)

Figur 2 Visualisering av analysemodell basert på rammeverkene til Robinson (2020) og Adler og Ronda (2015).

I utformingen av modellen valgte jeg å fjerne kategorien blokking. Dette valget ble gjort da blokking ikke fører til meningsfylte utvekslinger, og derfor ikke vil hjelpe meg å kunne si noe om sammenhengen mellom elevenes språkbruk og utviklingen av videre forståelse. Blokking er som tidligere nevnt de utsagn som demotiverer elever til å ta del i meningsskapingen (Robinson, 2020, s. 111). De utsagn som inneholder en rettelse av en medelevs utsagn vil derfor ikke bli kategorisert som blokking, men bli forstått som del av argumentering i en matematisk kontekst, og dermed befinne seg under de tre gjeldene kategoriene for meningsfylte utvekslinger vi finner i modellen. Jeg har også valgt å droppe legitimeringskriterier i modellen, da argumentering går inn under kategorien bygging. Ved å ta i bruk kategoriene 2, 5 og 8 i figur 2 kan en derfor differensiere mellom språket som ligger til grunn for legitimeringen for elevenes argumenter i de tilfeller dette vil være nødvendig. En egen akse med fokus på legitimerings-kriterier ville derfor blitt overflødig.

Kategoriene er flytende, og jeg har derfor valgt å ikke tydelig definere hva de ulike kategoriene innebærer. Modellen blir heller brukt for å analyse prosessen for hvordan elevene beveger seg mellom de ulike kategoriene, og hvordan Adler og Ronda (2015) sitt rammeverk kan være med på å beskrive de vekslinger som skjer mellom de ulike formene for meningsfylte utvekslinger (Robinson, 2020). I den sammenheng ble det derfor mer hensiktsmessig å gi dem navn fra én til ni. Jeg vil her gi noen eksempler for å tydeliggjøre prosessene som kan finne sted.

Langs de horisontale aksene som omhandler det matematiske språket vil det være mulig å bevege seg både mot høyre og mot venstre. En slik horisontal bevegelse viser til at det i en samhandling kan skje både deling, bygging og utforsking som alle beveger seg innenfor samme nivå av matematisk språk. En horisontal bevegelse vitner om at en uansett språklig nivå vil kunne bruke sitt eget språk innenfor de tre kategoriene av meningsfylte utvekslinger, noe som gjør det mulig for elevene med ulik grad av faglig ordforråd å skape mening. En elev som i stor grad beveger seg langs IM, vil mest sannsynlig bruke lenger tid for å skape mening enn en elev som beveger seg langs M1 eller M2, og vil ha større vanskeligheter med å forklare hva de tenker. Dette henger sammen med at en elev som beveger seg langs IM ikke vil ha et fult utviklet vokabular, noe som vil kunne gjøre det vanskeligere å forklare hva han eller hun tenker. Elever som beveger seg langs IM vil være avhengig av elever med en høyere matematisk bevissthet for å kunne oppnå et høyere matematisk ordforråd. På grunn av dette vil de fleste elever med et IM-språk vil trolig først og fremst bevege seg mellom 1 og 2, hvor hovedargumentene vil være basert på synsing.

Det er også mulig å bevege seg vertikalt mellom aksene innenfor de ulike meningsfylte utvekslingene. En vertikal bevegelse oppover vil i denne sammenhengen bety en større bruk av et matematisk korrekt språk. Elever må ofte gjennom hverdagsspråket for å kunne formulere noe matematisk da spriket mellom hverdagsspråket og det matematiske språket ofte er stort. En kan bevege seg oppover om to elever tenker høyt sammen, og prøver å formulere seg på en matematisk måte. De vil da begge befinne seg innenfor kategorien bygging, samtidig som elevene har ulikt ordforråd. Elever kan også måtte bevege seg nedover, enten ved at en annen elev reformulerer en annens utsagn for å forsikre seg om at han forstår, eller gjennom å reformulere sitt eget utsagn med et mer hverdagslig ordforråd for å forklare oppgaven til en medelev med et lavere nivå at matematisk forståelse. En slik bevegelse skjer ikke om eleven har kunnskaper om hvordan en skal bruke språket, men velger å bruke et mer hverdagslig språk. Bevegelsen skjer når eleven mangler ord for å forklare det han ønsker å forklare, og må derfor bruke et lettere språk for å forklare egen tankeprosess. Det er viktig å poengtere at en elev aldri kan bevege seg vertikalt i tabellen alene. Dialogen vil kunne gjøre dette, da en gruppe alltid vil bestå av elever med ulik forutsetning, men en enkeltelev kan ikke bedre sitt vokabular uten hjelp fra andre. Det samme gjelder andre veien. En elev som forstår mye vil kunne forklare ting på en mer hverdagslig måte, men likevel befinne seg høyt oppe da et høyt nivå av matematisk forståelse innebærer evnen til å kunne bruke det språket som oppleves mest hensiktsmessig. Bevegelsen som virker som en bevegelse oppover i tabellen hos enkeltpersoner vil i teorien derfor finne sted innenfor kategoriene langs M2 aksen. En kan dermed argumentere for at denne bevegelsen i grunn ikke eksisterer.

Det er også mulig å bevege seg diagonalt mellom kategoriene. Dette vil fungere både mot høyre og mot venstre. En slik bevegelse gjør det mulig at elever med ulik grad av matematisk forståelse kan arbeide sammen. Ved å anerkjenne diagonale bevegelser innenfor rammeverket blir det åpnet opp for muligheten for at elever med lav matematisk forståelse kan komme med utsagn som kan være viktig for arbeidet videre. Det er likevel ikke alle diagonale bevegelser som vil være mulige. Et eksempel på en diagonal som ikke fungerer er fra kategori 5 til 1. I kategori 1 vil eleven i liten grad ha forståelse for matematiske begrep, så selv om eleven sier seg enig med utsagnet fra kategori 5, vil eleven likevel befinne seg på nivå 4 da eleven evner å bruke matematiske begrep som merkelapper. I tilfeller der en elev bygger videre på en medelevs matematiske utsagn med å leke med ideer som ikke er fullført, vil dialogen ha beveget seg mellom 5 og 3. Forstår medeleven hva han prøver å si, og reformulerer det på en mer matematisk måte, vil dialogen ha beveget seg mellom 3 og 5. I det første tilfelle vil elevene ha gått fra å bruke matematiske begrep som merkelapper, til å utforske nye ideer på et uformelt språk. Går samtalen fra kategori 3 til kategori 5 vil elevene gå fra å bruke et uformelt og utforskende språk, til å bygge videre på de nye ideene fra utforskingen ved å prøve å bruke de matematiske navnene på prosessene som kommer frem fra utforskingen. En prosess mellom 9 og 5 vil kunne være en dialog mellom to elever hvor den ene har en høyere matematisk forståelse enn den andre. I dette tilfelle kan den første eleven reflekterer rundt et arguments gyldighet på et høyt matematisk nivå, mens den andre kommer med et utsagn av lavere matematisk stand hvor han prøver å forsikre seg om at han har forstått utforskingen til den andre eleven korrekt.

3.5. Kvalitetssikring av studien

Validitet og reliabilitet er to begreper som ofte blir brukt når en skal vurdere den kvalitative forskningens pålitelighet og gyldighet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 222). Disse begrepene, i sammenheng med begrepet generaliserbarhet, benyttes ofte ifølge Tjora (2021, s. 259) som indikatorer på studiens kvalitet. Kort kan en si at validitet handler om forskningsprosjektets gyldighet, reliabilitet om forskningens pålitelighet, og generaliserbarhet om forskningens overførbarhet til andre settinger. Jeg vil her gå kort gjennom disse tre begrepene, samt hvordan jeg gjennom studien har forholdt meg til dem.

3.5.1. Reliabilitet

Ifølge Thagaard (2018, s. 187) er begrepet reliabilitet knyttet til en kritisk vurdering av prosjektets utførelse, og beskriver sannsynligheten for at en annen forsker ville fått samme resultatene ved å bruke en lignende metode. Som forsker må en hele tiden argumentere for reliabiliteten. Det vil si å reflektere over, og tenke igjennom konteksten data blir utviklet i. Ett eksempel kan være hvilken relasjon en som forsker har til deltagerne i felten, og hvordan denne relasjonen vil påvirke datainnsamlingen. En måte å styrke reliabiliteten på er å tydelig avklare hva som er primærdata, det vil si transkripsjon eller notater fra forskningen, og hva som er mine tolkninger og kommentarer (Thagaard, 2018, s. 188; Tverbakk, 2021, s. 23). Dette gjøres ofte ved å gi en så konkret og spesifikk gjengivelse av fremgangsmåten en har brukt i utviklingen av data som mulig. En kan derfor si at en gjennom å argumentere for reliabiliteten gjør et forsøk på å øke studiens troverdighet.

For å styrke denne oppgavens reliabilitet har jeg derfor fokusert på å gi en grundig og eksakt beskrivelse av både gjennomførelsen og forberedelsene til datainnsamlingen. Jeg er også tydelig på hva som er mine tolkninger i analysedelen, og prøver å vise hva som ligger til grunn for den. Tekst som er hentet fra transkripsjon vil også tydelig bli skilt fra resten av teksten med innrykk og egne avsnitt.

3.5.2. VALIDITET

Tjora (2021, s. 260) knytter validiteten opp til spørsmålet om hvorvidt det finnes et samsvar mellom det forskningen viser, og de spørsmål en som forsker har forsøkt å stille. Dette spørsmålet innbefatter også hvordan vi tolker dataen, og Thagaard (2018) presiserer begrepet ved å stille spørsmålet om tolkningene en har kommet frem til gir et rett bilde av den virkeligheten en studerte. Videre henvises det til forskning som legger vekt på at en teoretisk gjennomsiktighet vil være med på å styrke validiteten. I praksis vil det si at en i teoridelen er tydelig på å presentere det teoretiske ståstedet og den tradisjonen en velger å plassere seg innenfor, og at en i tolkningsdelen bruker analysen som grunnlag for de konklusjoner og tolkninger en kommer med (Silverman, 2014, i Thagaard, 2018, s. 189).

For å underbygge og styrke validiteten til oppgaven har jeg gjennom hele prosessen fokusert på å velge et analyseverktøy og datagenereringsmetode som svarer til forskningsspørsmålet jeg ønsker å få svar på. I teoridelen min er jeg også tydelig på hvilket teoretisk ståsted som ligger til grunn for oppgaven, og hvilke definisjoner og begrepsforklaringer som vil være relevant for å kunne gi en så korrekt som mulig analyse av datainnsamlingen.

3.5.3. GENERALISERBARHET

Et tredje, viktig begrep er forskningens generaliserbarhet, eller overførbarhet. Thagaard (2018, s. 193-194) argumenterer for at det i et kvalitativt studie er «tolkningen av resultatene som gir grunnlag for overførbarhet». Hun begrunner dette med at en gjennom et kvalitativt studie ofte ønsker å utvikle forståelse for de ulike fenomenene en studerer. Det er derfor viktig å være grundig i begrunnelsen av tolkningen for å kunne si noe om studiens generaliserbarhet, samt ha et godt rammeverk for analysen.

Postholm og Jacobsen (2018, s. 238) argumenterer for det som kalles naturalistisk generalisering innenfor kvalitative studier, og påpeker at andre forskere kan teste studiens overførbarhet til deres kontekst gjennom lesning av studien. Studien vil da inneholde en tydelig gjengivelse av situasjon og kontekst slik at leseren skal sette seg inn i settingen og på den måten oppdage paralleller til egen praksis (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 239). Tjora (2021, s. 267) er skeptisk til en slik form for generalisering, og hevder at en på denne måten marginaliserer generaliserbarhet som et kvalitetskriterium for forskningen. Han bygger på Payne og Williams tanker rundt generaliserbarhet, som legger vekt på viktigheten av å redegjøre og presentere hvordan studien kan overføres og generaliseres til andre kontekster (Payne & Williams, 2005, i Tjora, 2021, s. 269). En slik type generalisering blir beskrevet som en moderat generalisering hvor forskeren på en mer strukturell måte setter opp de kontekster studien kan overføres til. Det er likevel det Tjora (2021, s. 271) refererer til som konseptuell generalisering som hevdes å være den viktigste formen for generalisering. Det handler om å heve blikket, og se om det finnes noen generelle linjer som kan trekkes frem og beskrives. Ifølge Thagaard (2018, s. 195) er det «identifiseringen av sentrale tendenser som gir grunnlag for gjenkjennelse». Det er her et sterkt teorigrunnlag blir viktig.

Ser en på overflaten i min studie, og de betingelsene som ligger til grunn, er det lite som taler for en direkte overførbarhet. I min studie er det elevenes uavbrutte samtale seg imellom, og vokabularet de bruker for å gjøre seg forstått som er i fokus. Studiens utfall er derfor påvirket av de valgte elevenes evne til å kunne uttrykke seg muntlig, elevenes relasjon til hverandre og elevenes forståelse og kjennskap til de matematiske temaene som kommer opp i samtalen. Elevenes språkpreferanser har også mye å si for hvordan de bruker språket. I et klasserom vil det i tillegg alltid dannes egne normer for talemåte som vil variere fra klasse til klasse.

Studien vil derfor ikke kunne direkte overføres fra kontekst til kontekst, men det vil likevel være mulig å bruke deler av studien inn i andre settinger. Dette er avhengig av grundigheten i beskrivelsen av både gjennomførelse og forberedelser, men også i beskrivelsen av utvalget av informanter. Gjennom lesningen av utvalget og valgene som ellers har blitt gjort kan en eventuell leser selv vurdere om studien og resultatene som kommer frem vil være overførbar til deres spesielle kontekst. Det er også viktig å knytte opp rådata til tidligere forskning. Klarer en å knytte sammen egne funn og generelle tendenser nevnt i teori vil en ha et større grunnlag for å kunne hevde at situasjonen er overførbar til lignende situasjoner.

3.6. Etiske betraktninger

I all vitenskapelig virksomhet finnes det et sett av grunnleggende normer en kaller for forskningsetikk. Disse har som mål å sikre en forsknings kvalitet og pålitelighet (NESH, 2021, s. 5). I arbeid med mennesker gjennom observasjon eller intervju vil en som forsker få tilgang til informasjon som kan knyttes til enkeltpersoner. Det er derfor utarbeidet særskilte etiske retningslinjer for forskningsprosjekter som omhandler personopplysninger (Thagaard, 2018, s. 21). Ifølge NESH (2021), *Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora*, har en som forsker et ansvar ovenfor alle personer som er med i studien. Som forsker skal en «respektere deres menneskeverd, og ta hensyn til deres personlige integritet, sikkerhet og velferd» (NESH, 2021, s. 18). I samtale om etiske retningslinjer nevnes det ofte fire grunnprinsipp: informert samtykke, konfidensialitet, konsekvenser, og forskerens rolle. Kvale og Brinkmann (2015) gjør et poeng ut av å kalle disse grunnprinsippene for usikkerhets-områder. Med dette ønsker de å formidle at grunnprinsippene ikke er noe en kan svare på én gang, men at det er områder en hele tiden må reflektere over og forholde seg til gjennom hele forskningsprosessen.

3.6.1. INFORMERT SAMTYKKE

Ifølge (NESH, 2021) skal en som hovedregel alltid innhente samtykke fra deltagerne i forskningen. Informert samtykke betyr at en som deltager skal ha den nødvendige informasjonen for å kunne gjøre en vurdering om en ønsker å delta prosjektet. En skal som deltager ha fått innsyn i studiens formål, hvordan personopplysninger vil bli oppbevart, hvilke konsekvenser det vil ha å delta i studien, samt ens rettighet til å kunne trekke tilbake samtykket sitt når som helst (Kvale & Brinkmann, 2015; Thagaard, 2018). Samtykket skal også være frivillig, og informasjonen gitt bør være så utvetydig som mulig. Det bør også være dokumenterbart (NESH, 2021).

Postholm og Jacobsen (2018) trekker frem begrepet kompetanse som en viktig forutsetning for å kunne ha et informert samtykke. Den som undersøkes må altså være i stand til å kunne ta valget om en ønsker å delta i studien. De poengterer at respondentene i de fleste tilfeller vil kunne tilfredsstille dette kravet, samtidig finnes det unntak. Da en i en skolesetting ofte ønsker å forske på barn, er det her ikke nok at barnet gir samtykke til deltagelse. Etter NESH (2021, s. 21) sine retningslinjer er det i hovedsak foreldrene som må gi samtykke. Det er likevel viktig å ivareta barnets velferd og integritet, noe som betyr at det også er nødvendig med samtykke fra barnet. Som forsker må en derfor forsikre seg om at også barnet forstår vilkårene for deltagelsen, samt opplyse dem om retten til å nekte å delta selv om foresatte har gitt sitt samtykke (NESH, 2021, s. 21). På grunnlag av dette valgte jeg i min studie å sende ut et infoskriv hvor jeg ønsket at både foreldre og elever skulle skrive under på at de ønsket å delta i undersøkelsen. I infoskrivet ble det informert om elevens rettigheter som deltager, hvordan personopplysninger ville bli oppbevart, og eventuelle konsekvenser en deltagelse ville ha for eleven (se vedlegg 2). Det ble også informert om studiens mål, og hvem de skulle ta kontakt med ved eventuelle spørsmål, og deres rett til å trekke tilbake samtykket når de ønsket. Elevene ble også informert om at de ikke trengte å delta selv om foreldrene hadde skrevet under.

Informert samtykke som et etisk usikkerhetsområde tar for seg spenningen mellom å være åpen nok, men ikke så åpen at det går på bekostning av forskningen (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 105). Denne problemstillingen trekkes også frem hos Thagaard (2018) som poengterer at dette er spesielt for kvalitativ forskning. Hvis vi gir for detaljert informasjon, kan atferden til deltagerne påvirkes, noe som vil skape en kunstig situasjon. I kvalitative forskningsprosjekter vil situasjonen aldri bli helt autentisk, men en streber likevel etter å skape dette da ønsket er at resultatene skal kunne forbedre forholdene. Gir en for lite informasjon kan deltagerne føle seg lurt, noe som kan gjøre faren for at deltagerne trekker tilbake samtykket større. I utviklingen av mitt eget infoskriv, samt i innledningen til observasjonen, ble denne problemstillingen tatt stilling til med tanke på hvor detaljert informasjon jeg kunne gi uten å påvirke observasjonen for mye.

3.6.2. KONFIDENSIALITET

Kvale og Brinkmann (2015, s. 106) skriver at konfidensialitet refereres i forskningen til «enigheten med deltagerne om hva som kan gjøre med dataene som blir et resultat av deres deltagelse». Ifølge NESH (2021) er derfor både forskerens troverdighet og deltagerens tillit til forskningen sterkt knyttet til dette punktet. Konfidensialitet er sterkt knyttet til deltagernes privatliv, og innebærer ofte en anonymisering av deltagere i en eventuell presentasjon, samt hvordan en oppbevarer data som kan identifisere deltagerne. Retten til privatliv er en grunnleggende menneskerett. Det finnes derfor strenge krav til både hvordan en anonymiserer deltagerne, og hvordan en lagrer sensitiv informasjon (Thagaard, 2018, s. 24). Det er likevel viktig å huske på at en som forsker også har varslingsplikt, noe som fører til at en i situasjoner hvor deltagerne vil være en fare for seg selv eller andre må bryte kravet om konfidensialitet for å kunne ivareta varslingsplikten (NESH, 2021, s. 24).

Thagaard (2018) trekker frem at konfidensialitet også kan ha en forskningsmessig betydning. Hun viser til hvordan anonymisering kan hjelpe en til å tydeligere se de generelle mønstrene fremfor å se teksten som «beretninger om spesifikke situasjoner og personer» (Thagaard, 2018, s. 24-25). En anonymisering kan altså bidra til at en som leser i større grad fokuserer på forståelsen av de sosiale fenomenene som blir presentert, fremfor å fokusere på enkeltpersonene og analysere dem. Ifølge Kvale og Brinkmann (2015, s. 106) finnes det likevel noen etiske problemstillinger en må ta hensyn til knyttet til anonymisering. Samtidig som konfidensialiteten beskytter deltageren, gir den også rom for at forskeren kan tolke deltagerens utsagn slik han vil uten å stå i fare for å bli motsagt. Som forsker må en derfor være forsiktig med å være for bastant i sine tolkninger, og sette et tydelig skille mellom analyse og beskrivelse (NESH, 2021, s. 27).

For å ivareta deltagernes konfidensialitet har jeg valgt å ikke utdele hvilken skole elevene går på foruten hvilken landsdel de befinner seg i, og alderen deres. Jeg har også valgt å anonymisere dem gjennom å gi dem pseudonym. Datamaterialet ble kryptert før det ble lagret i servere godkjent av skolen, og vil bli slettet ved ferdigstilt prosjekt. Krypteringsnøkkel ble lagret separat fra rådata. Jeg vil også i analyse og drøfting å være tydelig på hva som er egen tolkning og hva som faktisk skjer slik at analysen ikke skal virke for bastant.

3.6.3. KONSEKVENSER

Som forsker må en hele tiden vurdere gevinsten av hva en som forsker kan oppnå, opp mot hvordan en på best mulig måte kan ivareta deltagerens menneskeverd (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 247). Det er da viktig at en som forsker tar stilling til «de konsekvensene forskningen kan ha for deltagerne» (Thagaard, 2018, s. 26). Kvale og Brinkmann (2015, s. 107) trekker frem at en må vurdere både fordelene og ulempene en som deltager kan forvente å få ved å ta del i forskningen. Summen av fordelene bør alltid veie tyngre enn ulempene. Det er derfor viktig at en som forsker har tenkt igjennom hvordan en kan beskytte deltagerne mot de ulemper de kan oppleve som følger av forskningsprosjektet. Gjennom prinsippet om at forskningen ikke skal være til skade for eleven, forplikter ifølge Thagaard (2018, s. 27) forskeren seg til å beskytte deltagerens integritet gjennom hele forskningsprosessen.

Konsekvensene av at elevene ble tatt ut av den ordinære timen for å delta i forskningsprosjektet mitt medførte at de mistet den undervisningen de i utgangspunktet skulle hatt. Deltagelsen kan derfor potensielt sett være negativ i forhold til deres utvikling i faget. Elevene var likevel bare borte fra en undervisningstime, noe som mest sannsynlig ikke vil ha en stor innvirkning på elevenes progresjon i det aktuelle faget. Elevene som deltar i studien får samtidig ny erfaring gjennom gruppearbeidet. Oppgavesettet bygger i stor grad på samarbeid og argumentasjon, noe som gir dem trening i det å arbeide kooperativt om en matematisk oppgave. Da oppgavene senere skulle bli brukt i klasserommet, vil elevene som deltok i forskningen kunne fungere som hjelpere og dermed også skape en form for mestringsfølelse. Samtidig vil de få erfaring med å forklare og formulere tankene sine.

3.6.4. FORSKERENS ROLLE

Jeg har i delkapittel 3.3.1 diskutert hvordan en som forsker kan påvirke resultatet ut fra hvilke roller en tar. Da jeg sammen med lærer valgte å ta en ikke-deltagende observatørrolle, ble det viktig å unngå situasjoner der jeg ble sett på som lærer. Ifølge Thagaard (2018, s. 73) kan dette føre til at flere observasjonssituasjoner forsvinner. Det ville derfor bli viktig at jeg på forhånd forklarte elevene hvilken rolle jeg skulle innta, og at plasseringen min i rommet var diskret.

Kvale og Brinkmann (2015, s. 108) påpeker at forskerens rolle også handler om forskerens integritet, og at det er denne integriteten som vil være avgjørende for forskningens kvalitet. En forskers integritet omhandler forskerens evne til empati, kunnskap om moralske handlinger og spørsmål, og fortrolighet til etiske teorier og retningslinjer. Den omhandler også hvilke krav en som forsker setter til kvaliteten på den teoribaserte kunnskapen som legges frem, og i hvor stor grad en verdsetter nøyaktighet i fremleggelse av resultater. For å kunne argumentere for ens egen integritet bør transparens med hensyn på prosedyrene som ligger til grunn for konklusjonene vektlegges (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 108). Det vil også være viktig å være tydelig på hvilke forhold som kan være med å farge ens forståelse av de ulike fenomenene en undersøker, samt hvilke forhold som kan påvirke og dermed komprimere dataens gyldighet.

I mitt eget arbeid brukte jeg derfor tid på å veie de ulike måtene for observasjon opp mot hverandre, da særlig knyttet til spørsmålet om jeg som forsker skulle sitte inne i rommet sammen med elevene, eller ikke. For å kvalitetssikre den teoribaserte kunnskapen som ble lagt frem, fokuserte jeg på å presentere et så nyansert bilde som mulig innenfor de rammene oppgavens størrelse setter. I fremleggelse av både drøfting og avslutning vil det derfor bli lagt særlig vekt på å bruke presentert teori for å synliggjøre hva som ligger til grunn for de funn og konklusjoner jeg trekker.

4.0 Presentasjon og analyse av data

Jeg vil i dette kapittelet presentere resultatene fra analysen av datamaterialet mitt. Da datamaterialet er stort, valgte jeg å fokusere på tre situasjoner. Situasjonene inneholder interessante dialogsekvenser som sier noe om elevenes språkbruk knyttet til de meningsfylte utvekslingene som førte til videre forståelse i arbeid med oppgavene. Det at jeg tok i bruk videokamera gjorde at jeg også kunne identifisere den nonverbale kommunikasjonen som foregitt mellom elevene, samt få en større forståelse for hva de snakket om når det ble brukt tvetydige pronomen.

Gjennom kapittelet vil det nevnes flere ulike situasjoner hvor jeg har dratt inn ulike sitat fra dialogen mellom elevene. For å gjøre det lettere å skille mellom de ulike sekvensene vil jeg skille mellom samtale og dialogsekvens. Dialogsekvens viser til den sist nevne sekvensen med sitater. Når jeg henviser til samtalen snakker jeg om situasjonen elevene arbeider ut fra, og kan innbefatte flere dialogsekvenser. Det er viktig å presisere at situasjonene bare er deler av en kontinuerlig dialog mellom elevene hvor de sammen prøver å skape en felles forståelse. Situasjonene vil derfor bare gi et innblikk i sentrale og interessante språklige tendenser som oppstår i elevenes meningsskaping i noen av øyeblikkene som fører til videre forståelse. Jeg vil først gi en presentasjon av hvordan observasjonen gikk.

Dagen før gjennomførelse ble jeg kontaktet av lærer med informasjon om at flere av elevene hadde trukket seg. Han lurte derfor på om han kunne finne noen i 10. klasse da ingen flere elever fra 9.klasse hadde meldt seg. Observasjonen ble derfor bestående av én elev fra 9.klasse og tre elever fra 10.klasse. De valgte elevene hadde alle høy måloppnåelse i matematikk, og lå an til å få mellom 4 og 6 i standpunktkarakter.

Observasjonen ble gjennomført i et konferanserom, og tok ca. 45. minutter. Opptak ble gjort ved bruk av videokamera og tilhørende mikrofon. Dette ble testet på forhånd for å sikre lyd og bildekvalitet. Observasjonen startet med en kort introduksjon av hvem jeg var, hva en master er, samt hva jeg kom til å fokusere på gjennom observasjonen. De ble også informert om deres rettigheter. Elevene fikk så utdelt oppgavene gjengitt i vedlegg 3. I samråd med lærer ble jeg sittende i grupperommet under observasjonen. Dette var mulig da grupperommet var utformet som et konferanserom hvor jeg satt på motsatt side av elevene ved et langbord. I etterkant av observasjonen ble elevene takket for deltagelsen, og kladdeark og oppgaveark ble samlet inn. Etter gjennomført observasjon bestemte jeg meg for å vente med intervju, og vurdere i etterkant av transkripsjon og innledende analyse om dette ville være nødvendig. Etter innledende analyse av datamaterialet følte jeg meg trygg på at jeg hadde tilstrekkelig med data for å kunne gi et nyansert svar på oppgaven. Intervju i etterkant for å oppklare eventuelle situasjoner ble derfor ikke gjennomført. Oppgavene som ble brukt i observasjonen ble sendt til lærer via mail slik at de kunne brukes i den ordinære undervisningen med elevene som ikke deltok i studien.

Gjennom transkripsjonen ble det notert ned 647 utsagn, hvor David og Benny stod for henholdsvis 298 og 253 av dem. Are stod for 82 av utsagnene, mens Caroline uttalte seg 15 ganger. Situasjonene nevnt nedenfor vil derfor i stor grad dreie seg om samhandlingen mellom David og Benny.

4.1. Situasjon 1

I oppgave 2 skulle elevene finne arealet av det store kvadratet. På grunn av feil i utskrivingen av oppgavesettene ble ikke kvadratet de skulle finne arealet av markert i rødt. I oppgaveteksten stod det at fire kongruente rektangel og et kvadrat til sammen utgjorde det store kvadratet. Da oppgaven i mine øyne hadde en tydelig forklaring for hva som var det store kvadratet, valgte jeg å ikke bryte inn i diskusjonen. Elevene kom frem til at det var det lille kvadratet oppgaven ønsket de skulle finne arealet av. Tre av elevene var enige om dette, mens den fjerde eleven mente det var det store kvadratet. Ingen av elevene vokaliserte noen begrunnelser for hvorfor det måtte være det ene eller det andre. Argumentene for valg av kvadrat bygget på utsagn som startet med «jeg tror». I utdraget under har elevene begynt å diskutere lengdene av sidene i de kongruente rektanglene:

71 David: Er det sånn 17,5 kanskje? Og så er det 2,5 på-

72 Benny: ((*peker på arket))* Det kan være, på grunn av hvis du liksom tar den der rett opp der, så bare legger den ned, så bare gange du den liksom opp, me-

73 David: Ja men kan-, altså hvis det, hvis det er 2,5 her, () og så er det s:øtten komma fem her (3.0) så blir det 15 inni.

Dialogsekvensen ovenfor tolker jeg som en bevegelse mellom kategori 1og 2, hvor elevene i både delingen (kategori 1) og byggingen (kategori 2) i stor grad forholder seg til det naturlige språket. Allerede her ser jeg tendenser til det som skulle vise seg å være gjeldende for resten av gruppearbeidet. Både når elevene er i delingsfasen og byggefasen ser jeg en overvekt av et visuelt betinget språk hvor elevene i stor grad bruker tvetydige pronomen i sammenheng med et naturlig språk. Det virker som de tvetydige pronomenene likevel er tilkoblet noe visuelt, da alle elevene gir uttrykk for at de forstår hvilken side det er snakk om. I samtale med lærer hadde jeg tidligere fått beskjed om at alle elevene lå an til en høy måloppnåelse i matematikk. Det er derfor mulig å anta at elevene har en høyere matematisk forståelse enn det som kommer frem av dialogen. Elevene deler egne oppfatninger, og oppfordrer de andre elevene til å koble seg på og dele sine ideer. I utsagn 72 tar Benny tak i David sitt utsagn og bygger videre på ideen, noe som fører utsagnet over i byggingsfasen. Dermed er dialogsekvensen viktig for bygging av videre forståelse, samtidig som argumentet ikke har en matematisk forankret begrunnelse. På grunn av Davids språkbruk velger jeg derfor i første rekke å plassere det i kategori 2.

Når elevene ikke klarte å finne ut av oppgaven, gav jeg dem et tips om at det var arealet av hele figuren til sammen oppgaven ønsket at de skulle finne ut av:

101 A: Er ikke det 80 cm- som er arealet?

102 D: Nei, d-

103 A: Nei omkretsen, omkretsen rundt alt.

104 D: Jo, er det ikke? Fordi «atte» det er 20 cm hver her ((*tegner på arket*)).

105 A: Jo

106 David: ((*til Are*)) Fordi lengden der må være slik at den her blir halvparten av 40? den pluss de-

107 Benny: Må det egentlig det?

108 David: Ja, fordi de er jo- alle, de er jo kongruente, så alle er like store.

109 Benny: Ja, men liksom, den må ikke være 20, den kan vær-

110 David: >Neineinei<, men e:, den siden der, pluss den siden der, [må bli 20]

111 Benny: [Ja det er 20 ja].

112 David: Så det betyr at der, der 20 (.) der, der 20 (.) der, der 20 (.) der, der 20 ↓

113 [Benny: Da er det bare 80 da]

114 [David: Da er det 80,] så omkretsen blir 80.

Dialogsekvensen over definerer jeg som meningsfylt utveksling fordi den fører til en høyere grad av forståelse for Benny. Innenfor det samlede rammeverket beveger dialogsekvensen seg mellom 5, 7 og 8. Utsagnene til David kan kategoriseres som bygging (kategori 8) da han bruker matematikken for å argumentere i en matematisk kontekst gjennom å orientere seg gjennom de mer generelle perspektivene som for eksempel å forklare hva kongruente betyr. I utsagn 101 deler Are et utsagn uten noen matematisk begrunnelse, men med et M1 språk, og utsagnet kategoriseres derfor som kategori 5. Utsagnet blir rettet opp i da David stiller spørsmål ved svarets gyldighet. Det kan virke som David og Are blir enige om hvorfor det at omkretsen er 80 cm har en verdi for resten av oppgaven. Denne enigheten blir gjort uten en verbal forklaring. En kan ikke si sikkert om det er dette som skjer, men mye tyder på det da David i etterkant gir en begrunnelse for hvorfor omkretsen er relevant i utsagn 104 og 106. Det at David har den matematiske kompetansen til å gjøre dette, gjør det nærliggende å tro at David har en høy matematisk forståelse, selv om han i utgangspunktet bruker et hverdagslig språk. Bennys utsagn blir kategorisert som deling fordi han i stor grad sier seg enig i det David sier. Det er ikke før litt senere i samtalen at Bennys utsagn blir klassifisert som bygging. Det virker som Benny her har forstått hva David prøvde å forklare, og har derfor nå fått en høyere forståelse på dette temaet:

119 Benny: men det er egentlig bare 20 da? Det er 20 ganger 20 ↑ [På grunn] av den er like stor som den.

120 David: [ja]

Davids tidligere utsagn blir omformulert til et mer hverdagslig språk. Det er nærliggende å tro at dette gjøres fra Bennys side for å sikre at de har en felles forståelse av oppgaven. Om en bare ser på språkbruken, kan utsagnet til Benny (119) bli kategorisert som ikke-matematisk, og derfor havne innenfor kategori 2. Ser en i midlertidig på dialogen som en helhet, er det mulig å tolke Bennys utsagn til kategori 8 fordi han viser en forståelse for de matematiske begrepene David bruker tidligere i sin forklaring. En kan derfor argumenterer for at det er en sammenheng mellom dialogen som skjer i kategoriene langs M2 aksen, og kategoriene langs IM aksen som vist i figur 3. Den røde streker viser til plasseringen som en vil anta at samtalen ligger på om en kun tar hensyn til språkbruken, mens den svarte trekanten viser hvor jeg tolker elevene ligger basert på samtalen som en helhet.

	Meningsfylte utvekslinger (Robinson, 2020)		
Forklarende samtale (Adler & Ronda, 2015)	Deling	Bygging	Utforsking
Ikke-matematisk (IM)	Deling med ikke-matematisk språk (1)	Bygging med ikke-matematisk språk (2)	Utforsking med ikke-matematisk språk (3)
Matematisk nivå 1 (M1)	Deling med bruk av matematisk språk som benevnelser (4)	Bygging med bruk av matematisk språk som benevnelser (5)	Utforsking med bruk av matematisk språk som benevnelser (6)
Matematisk nivå 2 (M2)	Deling med forståelse for bruk av matematisk språk (7)	Bygging med forståelse for bruk av matematisk språk (8)	Utforsking med forståelse for bruk av matematisk språk (9)

Figur 3. Visualisering av samtalen i situasjon 1.

4.2. Situasjon 2

I utdraget under arbeider elevene med oppgave én. De har blitt enige om, og bestemt fremgangsmåte for å kunne sammenligne de ulike lengdene slik at de skal kunne gi et eksakt svar på hva som er raskest. Elevene sitter her og arbeider med å regne de ulike rutene livredderen kan ta:

34 David: *((Arbeider på kalkulatoren))* Så pluss 8, så 24 meter *((Snur seg mot Benny))* å gå.

35 [David: Å gå rundt hele]

36 [Benny: Ja, så den er,] å løpe til H er egentlig kjappere enn å bare løpe rett ut, svømme rett ut fra livredderen. Men F da, så tar vi jo (.) rett ned der er 20-

37 David: Så tar vi 32- *((skriver i boken))*

38 Benny: Ja, tar du det*? ((på kalkulatoren))*

39 David: Ja, 20+32 og så den pluss [4 (.) de blir seks]

40 Benny: [4 (.) Så da er det pluss]

41 David: Det er 9,3333

42 Benny: Nei, men og så må vi plusse på e: det som er igjen som da er 16. (.) Må plusse på 16.

43 David: Ja, og pluss 16. De e 25,3333.

44 Benny: Ja.

45 David: Så det er raskest å springe fra livredderen til brygge H, og så svømme ut der enn å svømme ut fra F, eller bare svømme ut fra bassengkanten.

46 Benny: Okey, neste oppgave da

47 Are: M:, jeg fulgte ikke med

48 David: Du fulgte ikke med, Are?

49 Are: Nei, jeg fulgte ikke med (.) Hva var raskest?

50 David: £Det var å springe til brygge H. (.) Det er raskest £

Det kommer ikke like tydelig frem i utdraget, men utsagnene fra henholdsvis Benny og David kommer raskt etter hverandre. Ser en på språket alene består det i hovedsak av tvetydige pronomen og matematiske sekvenser for utregning. Utsagnene i seg selv kan vitne om en dialog bestående av utsagn fra kategori 1 og 2 da språket i stor grad består av ufullstendige setninger med lite matematisk begrunnelse for hva de gjør og hvorfor de gjør det. Ser en i midlertidig på konteksten, vitner den om en høy matematisk forståelse hos både Benny og David. Ved å studere videoen fra observasjonen, kan en se at både Benny og David sitter og skriver på egne ark. De tvetydige utsagnene kan bare forstås om en henger med i samtalen da det i liten grad nevnes hva de arbeider med. Utsagnene kan derfor tolkes som beskrivelser av hva de gjør, og kan være en måte for elevene å klare å arbeide sammen uten at de skal jobbe på samme ark. Det kan virke som elevene, da særlig Benny og David, har en forventning til de andre sin kunnskap, om at de andre skal forstå hvordan de tenker, uten å eksplisitt forklare hvorfor noe blir gjort.

Ingen av utsagnene over har noen form for muntlig argumentasjon, og det virker som både tolkning av den andres utsagn, og byggingen videre foregår internt, eller mellom linjene. Elevene uttrykker et ønske om å finne svaret sammen, da det virker som samtalen i stor grad handler om å forsikre seg om at de er på samme bølgelengde, og at de har samme forståelse av oppgaven. Situasjonen er et godt eksempel på at utsagn innenfor delingskategorien også kan defineres som meningsfylte utvekslinger, da de fører til videre forståelse, selv om de i større grad er avhengig av at den andre forstår hvilke tankeprosesser som leder opp til utsagnet som blir uttalt.

Det virker i midlertidig som om dette ønske om å finne et svar i fellesskap bare gjelder de elever som klarer å henge med i situasjonen. Ønsket gjelder bare elevene som aktivt klarer å følge med, og det kan virke som det settes et krav til medelevene om at de må ha forståelse for hvordan den andre eleven tenker for å kunne delta i samtalen.

4.3. Situasjon 3

I den videre jobbingen med oppgave tre ser jeg noe interessant knyttet til elevenes måte å vokalisere deres tanker om hvordan oppgaven skal løses. I situasjonen under har David startet med å finne en visuell løsning på oppgaven ved å tegne opp kvadrater som skal symbolisere den kvadratiske plattingen som skal lages. Benny kommer så med en ny idé om hvordan en kan løse oppgaven:

160 Benny: Vi kunne jo begynt, funnet [et figurnummer liksom?]

161 David: *((Arbeider i skriveboken med en visuell løsning på oppgaven))* [A:, de burde jeg ikke gjort]. Ja, men de er litt vanskelig å prøve å finne et figurnummer når vi ikke vet hva vi skal-

162 Benny: Jo, du tar, liksom, du, det tar, du tar den forrige pluss en, liksom-

(…)

173 Benny: Me:n jeg vet ikke helt hvordan jeg gjør det *((setter seg ned på stolen igjen)).* Men jeg gidder ikke å gjør det, jeg er altfor lat.

Benny prøver flere ganger å forklare hvordan han mener figurtall kan hjelpe med å finne løsningen. Begrunnelsen er matematisk forankret, men på grunn av språket som blir brukt er det nærliggende å tro at Benny ikke helt vet hvordan han skal forklare det. Hvordan figurtall kan hjelpe med å komme nærmere et svar blir derfor utydelig. Fordi bruken av figurtall ikke blir nevnt i oppgaven, vil jeg plassere utsagnet innenfor utforskingskategorien. Utsagnet blir derfor plassert i kategori 6 da han bruker ordet figurnummer som merkelapp. Det kan virke som Benny har kunnskap knyttet til hvordan en kan bruke figurtall inn i oppgaven, men at han sliter med å anvende den. Jeg velger derfor å plassere utsagnet i øvre sjiktet innenfor kategori 6, da det ut fra utsagn 162 kan virke som kunnskapen om hvordan figurtall skal brukes bare ligger litt utenfor rekkevidden for hva han i første omgang klarer å beskrive.

Mulig forklaring til utsagn 173 om at han ikke ønsker å fortsette arbeidet med å finne løsningen kan være knyttet til en manglende evne til å formulere tankene muntlig, og at han trenger en pause for å sortere dem. Benny uttrykker selv at han ikke helt vet hvordan han skal gjøre det, og at dette er begrunnelsen for hvorfor utforskingen i denne omgang tar slutt. Selv om David i første omgang avviser forslaget om bruk av figurtall, fører det likevel til en videre utforsking fra David sin side. I utforskingen blir penn og papir flittig brukt. Etter en stund fortsetter samspillet igjen:

177 David: Okey, så hvis (.) den der- (3.0). Okey, si hvis vi setter opp en liten sånn mal her, at det er en firkant. Og så blir figuren (3.0) sånn (*(tegner opp en figur i boken)).* Og så endrer han seg til (6.0) °hva nå ()°. (3.0) sånn ↑. Der er det én, der er det tre, der e de 1,2,3,4,5,6,7, hh.

178 Benny: Vent, den gange andre-

179 [David: Gange tre pluss 4? *((ser bort på Benny)).* (3.0) Eller blir det for mye?

180 Benny: Det blir for mye. (.) Je-eg tenkte den gange på en måte den and- den forrige med to pluss 1.

Gjennom Davids muntlige utprøving og tenkning virker det som Benny nå har fått organisert tankene sine, og er klar til å spinne videre på ideen om figurtall som mulig løsning. Da Davids utsagn bygger videre på det Benny har snakket om, kategoriserer jeg utsagnet som bygging. Det at han bruker et muntlig språk, men samtidig visualiserer hva han tenker, gjør at jeg plasserer utsagnet i kategori 5. For samhandlingen generelt virker det som den i stor grad består av Benny som utforsker, og David som visualiserer og prøver å formulere det Benny sier på en annen måte. Dette kan vi se glimt av i utsagn 179 hvor David oppmuntrer Benny til å videre utforske ideen de jobber med. I utsagn 180 evaluerer Benny tidligere utsagn, både sine egne og David sine, og gjør et nytt forsøk på å ta tak i kunnskapen. Språket gjennom situasjonen går fra å være vagt og naturlig, til å bli mer matematisk korrekt når de prøver mer konkret å finne et figurtall som kan fungere.

Videre fortsetter samtalen med en utprøving og matematisering av ideen:

185 David: Oke:y, så: (.) e: (4.0) F, altså forrige, f te forrige tall (.) e:, opphøyd i andre, er det ikke det? () pluss en? *((ser opp på de andre for verifikasjon))*

186 Are: Hæ:?

187 David: Forrige tall, [gange med seg selv?]

188 [Benny: Ne:i, du skal ikke-] Nei, ikke opphøyd i andre, bare gange 2

189 David: Er det ikke det?

190 Benny: Bare gange 2, for når du tar opphøyd i andre så blir det-

191 David: Åja, ja

192 Benny: -sykt høyt. () Gange det med seg selv.

193 David: gange to, ikke det dere der, sånn. Gange to. Så: forrige tall, gange 2 +1

I samtalen knyttet til hvordan de best mulig kan formulere ideen bytter både Benny og David frem og tilbake mellom hverdagsspråk og et mer korrekt matematisk fagspråk. I den innsamlede skriftlige empirien kan en se det algebraiske uttrykket skrevet ned. Dette viser ifølge Adler og Ronda (2015) til en matematisk forståelse på øvre nivå, da elevene evner å skrive ned symboler for det de nettopp har forklart, samt å snakke om dem uten at det er nødvendig å forklare hva de betyr. Det at de i større grad også evaluerer hverandres og egne utsagn, vitner også om en høyere matematisk forståelse.

Det algebraiske uttrykket de kommer frem til blir så brukt for å finne ut hvor mange fliser Helmersen har kjøpt, og gir dermed svaret på oppgaven. Utvekslingene her blir klassifisert som meningsfylt fordi den fører til en videre forståelse. Knyttet til språkbruk er det interessant å se hvordan elevene i første rekke bruker et mer hverdagslig språk før de etter hvert som de arbeider med stoffet klarer å gå over til et mer faglig beriket språk. Ser en til rammeverket kan en visualisere prosessen som skjer i denne situasjonen som vist i figur 4.

	Meningsfylte utvekslinger (Robinson, 2020)		
Forklarende samtale (Adler & Ronda, 2015)	**Deling**	**Bygging**	**Utforsking**
Ikke-matematisk (IM)	Deling med ikke-matematisk språk (1)	Bygging med ikke-matematisk språk (2)	Utforsking med ikke-matematisk språk (3)
Matematisk nivå 1 (M1)	Deling med bruk av matematisk språk som benevnelser (4)	Bygging med bruk av matematisk språk som benevnelser (5)	Utforsking med bruk av matematisk språk som benevnelser (6)
Matematisk nivå 2 (M2)	Deling med forståelse for bruk av matematisk språk (7)	Bygging med forståelse for bruk av matematisk språk (8)	Utforsking med forståelse for bruk av matematisk språk (9)

Figur 4: Visualisering av samtalen mellom Benny og David

Det kan nesten virke som elevene først må bruke et hverdagslig språk for å kunne vokalisere hva de tenker, før de kan bruke de matematisk korrekte begrepene for prosessen.

5.0 Drøfting

I oppgaven min har jeg fokusert på sammenhengen som finnes mellom elevenes bruk av språk og deres forståelse av matematikken som diskuteres. Jeg vil her drøfte funnene i analysedelen opp mot teorien beskrevet i teorikapittelet for å kunne gi et svar på problemstillingen:

> *Hvilke språklige kjennetegn synliggjøres når ungdomsskoleelever samarbeider kooperativt om å løse matematiske oppgaver?*

Da datamaterialet mitt er stort, er det mange språklige kjennetegn som her kunne blitt nevnt ut fra de tre situasjonene beskrevet og tolket i analysekapittelet. Da min oppgave ikke er tilstrekkelig til å beskrive alle kjennetegnene som oppstår har jeg valgt å beskrive tre språklige kjennetegn som jeg i særlig grad fant interessante. Det vil derfor være kjennetegn som oppstod i løpet av observasjonen som ikke vil bli nevnt i denne oppgaven. Funnene har blitt valgt ut fordi de kunne si noe generelt om de språklige tendensene som også gikk igjen i de situasjonene som ikke blir nevnt eksplisitt i analysedelen, og fordi de på en spesiell måte kan gi et innblikk i hvordan elevene bruker språket sitt for å skape en felles forståelse av oppgavene. De tre funnene som jeg her vil drøfte handler om elevenes bruk av hverdagsspråket som hovedmålform, hvordan elevene i stor grad hadde en forventning til de andres forståelse, og hvordan hverdagsspråket kan bli brukt som springbrett til en høyere matematisk forståelse.

5.1. Funn 1: Hverdagsspråket som hovedmålform

Et av hovedfunnene som jeg tidlig la merke til var hvordan elevene til stadighet valgte å bruke det hverdagslige språket fremfor et mer matematisk korrekt språk. Dette var særlig gjeldende i situasjoner hvor elevene skulle finne og bestemme seg for ulike løsningsstrategier. Gjennom lærerens innsikt på forhånd, og gjennom min egen observasjon av elevenes arbeid fikk jeg en oppfatning av at elevenes språkbruk ikke spesifikt var knyttet til mangel på forståelse. Det kan heller virke som elevene ikke har forstått hvorfor et matematisk korrekt språk er viktig å bruke. Ut fra noen definisjoner på hva et matematisk språk er som vi blant annet finner hos Zack og Graves (2001), vil det si at elevene i denne settingen ikke evner å snakke matematisk, da de ikke bruker den korrekte og formelle terminologien. Samtidig blir det for enkelt å bare konkludere med at elevene ikke har forståelse nok til å kunne bruke et matematisk språk. Ser en til Schleppegrell (2007) hevdes det at det matematiske språket består av mer enn å bare kunne bruke et matematisk vokabular. En må også vite når en skal bruke hva, og hvordan ulike settinger krever ulik bruk av språk.

Ifølge Adler og Ronda (2015) henger forståelsen tydelig sammen med bruk av språket, noe som også innebærer evnen til å kunne oversette mellom det hverdagslige og det matematiske språket. Går en igjen inn i situasjon 1 med disse brillene, kan en se en mulig forklaring på hvorfor elevenes ordbruk heller mer mot tvetydige pronomen enn korrekt matematisk terminologi. Bruken av tvetydige pronomen og mer eller mindre uspesifikke begreper er sterkt knyttet til visuelle representasjoner, enten ved at elevene peker på ulike deler av visualiseringen på oppgaven, eller figurer elevene selv har tegnet opp på kladdearket. Når en bruker visuelle mediatorer er det i mange tilfeller mindre sannsynlig at bruken av tvetydige pronomen kan misforstås. Gjennom bruken av visuelle mediatorer som diagrammer og diverse figurer kan en ut fra Shochey og Pindiprolu (2015) sin definisjonen derfor argumentere for at elevene likevel evner å bruke et matematisk språk da de bruker visuelle hjelpemidler for å snakke om matematikken. Lignende argumenter kan også dras ut fra teorien nevnt hos Schleppegrell (2007) om at det matematiske språket kan sees på som et multisemiotisk register bestående av ulike sjangre, hvor denne type sjanger er mer basert på et hverdagslig vokabular sammen med en visuell fremstilling.

Hos Johnson og Johnson (2009) blir det poengtert at et kooperativt gruppearbeid handler om å aktivt koordinere språk og handling i samsvar med den delte kunnskapen, og på den måten opprettholde en felles forståelse av et problem. I dialogsekvensen nevnt i situasjon 1 hvor David forklarer Benny hvorfor omkretsen av det store kvadratet må være 80 cm skjer det et skifte i ordbruken, og forklaringene blir her mer matematiske. Argumentet som brukes for størrelsen av omkretsen er matematisk forankret i det at David forklarer Benny i utsagn 108 hva kongruente betyr. I sekvensen beveger David seg fra en generell forklaring, til en mer spesifisert forklaring med bruk av medieringsredskap. Det hverdagslige språket, sammen med en visuell forklaring, blir brukt for å kunne koble sammen den indre og ytre kunnskapen, slik at Benny skal kunne internalisere denne nye kunnskapen. I denne settingen fungerer David som den mer kapable personen som gjennom medieringsredskaper hjelper Benny med å forstå. Han kobler sammen symboler og et språk basert på et hverdagslig vokabular for å både skape en forståelse for det matematiske begrepet kongruent, men også skape en videre forståelse hos Benny. Ut fra dialogsekvensen kan en også si noe om David sin matematiske forståelse. Ser en til Adler og Ronda (2015) sin definisjon kan en argumentere for at David har en høy matematisk forståelse da han evner å skifte mellom det hverdagslige og det mer matematisk korrekte språket på en hensiktsmessig måte. Hensiktsmessig blir her forstått ut ifra David sitt ståsted. David sin diskurs kan derfor defineres som Diskurs med stor D slik en finner det hos Simpson og Cole (2015) da språket i stor grad henger sammen med konteksten det blir brukt i.

Gjennom observasjonen fikk jeg innsyn i at elevene i stor grad klarer å bruke et matematisk språk, men at den er situasjonsbetinget. Når elevene ser ut til å ha en felles forståelse av oppgaven og fremgangsmåten virker det som om ingen av elevene gjør en innsats for å være matematisk korrekt, men at de heller bruker et språk som de vet de andre vil forstå. Det matematiske språket blir i stor grad bare brukt som en tydeliggjøring i tilfeller der en av de andre elevene uttrykker mangel på forståelse. Det er ikke det at de ikke kan bruke det korrekte språket, men heller at de velger å bruke et mer hverdagslig språk. Når elevene klarer å gjøre seg forstått uten store misforståelser, virker det som de ikke forstår nødvendigheten av å kunne bruke et mer fagspesifikt språk. En annen forklaring kan være at det hos elevene finnes et stort sprik mellom hverdagsspråket deres og det matematiske språket.

Som nevnt i teorikapittelet blir det å lære seg et matematisk språk ifølge Simpson og Cole (2015) sett på som å lære et fremmedspråk. Elevene vil derfor mest sannsynlig ikke klare denne overgangen fra et naturlig til et fagspesifikt språk alene, og er derfor en viktig del av det å lære elevene matematikk. Da det samtidig er mange likheter mellom hverdagsspråket og det matematiske språket, vil det for mange virke unødvendig å bruke, og dermed unødvendig å lære seg å snakke på en matematisk korrekt måte. Når en klarer å gjøre seg forstått uten for store misforståelser ved bruk av et språk de allerede kan, er det ofte vanskelig å overbevise elevene om at det å ha et velutviklet matematisk vokabular er viktig for å kunne forstå matematikken. På grunn av denne problemstillingen er det kanskje at Temple og Doerr (2012) skriver at en trenger strategier som bevisst fokuserer på hvordan en kan hjelpe elevene med dette skiftet. Ut fra elevenes bruk av det matematiske språket som en tydeliggjøring for de som ikke henger med i den hverdagslige tankemåten, kan en se en viss forståelse for hvorfor det er viktig å bruke et mer matematikkfaglig språk. Som en ser bevis på i de senere funnene, vil en, bare utrustet med det naturlige språket, komme til kort i møte med det matematiske språkets spesifikke og bestemte natur. Dette stemmer overens med tankene en finner hos Adler og Ronda (2015).

5.2. Funn 2: Forventing til forståelse

En annen ting jeg oppdaget gjennom observasjonen, var hvordan elevene på et vis forventet at den andre forstod legitimeringen av et argument uten at det eksplisitt ble nevnt høyt. Denne forventingen er til stede i alle situasjonene, men med ulikt utfall. I situasjon 2 forstår både David, og Benny hva den andre gjør, hvorfor den gjør det, og hva som skal skje videre. I situasjon 3 er ikke denne øyeblikkelige forståelsen til stede, og Benny må derfor selv prøve å argumentere for hvorfor han tror bruken av figurtall kan være til hjelp på veien mot en mulig løsning.

Gjennomgående ser en at denne forventningen til at de andre skal forstå hele tiden er til stede. Slike utsagn uten en uttalt matematisk begrunnelse blir ofte kategorisert som delingsutsagn. Ser en eksplisitt til situasjon 2 foregår det en rask utveksling av meninger hvor det kan virke som argumentasjonen og valideringen av den andres utsagn foregår i tanken, og baserer seg i stor grad på den andre sin evne til å forstå, og den kunnskapen den andre innehar om temaet. En ser her tydelige spor av hvordan læring gjennom dialog kan skje. Veksten av forståelse som dannes i samspillet mellom Benny og David kan ikke krediteres til en av dem, men er noe som har oppstått i samspillet mellom dem slik en finner det hos Martin et al. (2006).

En viktig del av det å kunne kommunisere matematisk er ifølge Rohid et al. (2019) det å kunne analysere og vurdere andres tanker og strategier. Selv om en ikke eksplisitt ser at dette skjer her, kan en likevel hevde at elevene har en viss evne til å kommunisere matematisk da elevene hele tiden passer på at hele regnestykket blir med. Et eksempel er i utsagn 42 hvor Benny retter på David da det virker som han har glemt et steg i utregningen. David, som tydeligvis forstår hva Benny sikter til, er rask med å rette opp det han selv sier slik at utregningen blir rett. Ser en til improvisatorisk læringsteori kan en si at Benny og David har skapt et gruppesinn hvor de i stor grad lytter til hverandre, og er villige til å rette seg etter andre sine utsagn. Dette stemmer også overens med Roschelle og Teasley (1995) sine tanker om hvordan en i et gruppearbeid er mindre avhengig av å forklare hva en tenker om en har utviklet et felles språk. Det at elevene kan snakke slik sammen kan ut fra disse teoriene tolkes som et bevis på elevenes høye matematiske forståelse, og at det matematiske samarbeidet fremmer læring fordi elevene har kommet frem til en effektiv måte å snakke sammen på.

Også i andre settinger kan en se spor av denne forventningen til forståelse. I en av dialog-sekvensene nevnt i situasjon 1, utsagn 101 til 105, ser jeg lignende tendenser. Are sitt utsagn inneholder i liten grad en forklaring på hvorfor han mener det han mener, hvordan han kom frem til svaret, eller hvorfor svaret skal være rett. Samtidig virker det som David forstår hva han mener, og bruker Are sitt utsagn som en pekepinn på hva som må gjøres. Johnson og Johnson (2009) hevder at et kooperativ gruppearbeid forutsetter at elevene som deltar har et språk de kan gjøre seg forstått gjennom. Ut fra dialogsekvensen hentet fra situasjon 1 vil jeg påstå at dette ikke nødvendigvis må være sant i alle settinger. I den nevnte dialogsekvensen blir forståelsen skap fra Are sitt utsagn. Samtidig er ikke samtalens utvikling avhengig av Are sin måte å formulere og argumentere for svaret sitt, men heller David sin evne til å kunne analysere og evaluere utsagnet hans. Ut fra dialogens progresjon virker det som David tar opp regnestykket og argumentasjonen i eget hode, for å der utføre en indre vurdering av hvorfor det at omkretsen er 80 cm er av verdi for resten av oppgaven. På denne måten blir Are sitt utsagn legitimert. Det er dette som, etter min mening, gjør gruppearbeid spennende. I et gruppearbeid hvor en dialog er til stede handler det ikke alltid om at en selv skal forstå alt, men at en kan spille på hverandres forståelser og sammen skape en dypere forståelse som en ikke hadde klart alene. Det er dette som menes med at et kooperativ samarbeid som fungerer bærer preg av en gjensidig avhengighet til hverandre, og er kanskje hvorfor Hansen (2021) hevder at kreativ argumentasjon ofte skaper progresjon i det matematiske arbeidet.

Det virker som at Are har kunnskapen og forståelsen til å kunne uføre utregningen i hodet. Det er derfor ikke forståelsen av hvordan oppgaven skal løses som er problemet, han har faktisk kommet frem til rett svar, men heller evnen til å kunne uttrykke det muntlig. Ifølge Vygotskij krever det å kunne uttrykke seg muntlig en høyere forståelse fordi en samtidig må kunne strukturere tanken på en måte som gir mening for samarbeidspartnerne (Zack & Graves, 2001). Dermed skiller denne formen for forventing seg fra forventningen som finner sted i situasjon 2. I situasjon 2 har elevene en felles forståelse av at begge forstår hva som skal gjøres, og har dermed valgt et språkformat som gjør det lett for dem å korrigere om den andre gjør en feil i utrekningen. Uten å kunne si det sikkert, kan det tenkes at begge elevene her kunne argumentert for hvorfor de gjør slik de gjør om de hadde blitt spurt om det. En mulig forklaring på hvorfor elevene velger å arbeide så tett sammen, og som vi finner grunnlag for hos Kotsopoulos (2010), kan være at elevene gjennom dette samspillet på en tydeligere måte klarer å styrke egen forståelse ved å få den bekreftet av en annen.

Situasjonene er likevel like i det at elevene i begge settinger spiller på de andre for å skape en felles forståelse av oppgaven. Det virker som elevene trenger en bekreftelse fra de andre om at de de gjør er rett, noe som passer godt inn i et gruppearbeid. Varhol et al. (2021) skriver blant annet at læringen ligger i at en kan strukturere egne tanker, og at dette blir gjort enklere da elevene ofte har et felles naturlig språk. Jeg vil argumentere, slik vi ser i dialogsekvensen mellom Are og David, at læringen like godt kan ligge i en students evne til å strukturere sine medelevers tanker. Det er likevel viktig å påpeke at denne formen for læring i stor grad er avhengig av medelevenes evne til å forstå andre sine tankeprosesser, og at dette fort kan gjøre det vanskelig å samarbeide med folk en ikke jobber med på en daglig basis.

Denne formen for forventning om at andre er i stor grad en diskurs slik vi finner den hos Sfard (2007), og er forbehold de individer som klarer å henge med fra begynnelsen om det ikke blir en pause i samtalen for å innlemme de individer som ikke henger med. I dialogsekvensen fra situasjon 2 ser en at Are ikke blir innlemmet i diskusjonen, dette kommer til uttrykk ved at han i slutten av dialogsekvensen utbryter at han ikke henger med. Istedenfor å forklare Are hva de har gjort, velger David og Benny å bare si konklusjonen. I dialogsekvensen fra situasjon 1, hvor Benny uttrykker at han ikke forstår, velger David å forklare hva som skjer, og dermed innlemme Benny i diskusjonen. Om dette er gjort bevisst er vanskelig å si, men er likevel interessant å legge merke til.

5.3. Funn 3: Veien gjennom hverdagsspråket

Situasjon 3 begynner med at Benny i første rekke kommer med et utsagn om en mulig løsnings-strategi for å komme frem til et svar. Ut fra tidligere funn, da spesielt det som ble diskutert i funn 2, kan det virke som en stor del av elevenes spilleregler for den kollektive samhandlingen baserer seg på denne forventningen om at de andre skal forstå hva det siktes til. Forskjellen her er i midlertidig at denne forventningen ikke blir innfridd. Benny blir derfor nødt til å prøve å argumentere for utsagnet sitt.

Når elever argumenterer i en matematisk setting vil det si at de bruker matematiske sannheter som grunnlag for konklusjonene de trekker. Konklusjonene trenger ikke å være matematisk korrekt for å være gjeldene, men må ifølge Hansen (2021) bli forstått som sannhet for den som argumenterer. For at konklusjonen skal bli godtatt av de andre partene i samhandlingen kreves det at de både forstår sammenhengen, og at de matematiske sannhetene som blir trukket frem som forklaring samsvarer med de andre sine matematiske sannheter. Å kunne argumentere matematisk for et ståsted krever derfor en mye større og mer detaljert forståelse av konseptet en ønsker å argumentere for. Jeg vil også hevde at det å kunne argumentere matematisk også krever en forståelse av hvordan andre tenker, og den matematiske forståelsen de har. Ut fra teorien er det vanskelig å si noe om i hvor stor grad elevene har lært å argumentere for sine synspunkt, da det kan virke som elevene ikke helt har forståelse for hvordan en skal argumentere. Mye av argumentasjonen baserer seg også i denne situasjonen på en forventning til at den andre skal forstå hva en prøver å gjøre, noe som på et vis også skjer her.

Ser en til rammeverket, kan det virke som hele prosessen består av en veksling mellom kategoriene 6 → 5 → 6 → 8→ 9. Gjennom utviklingen av forståelse ved bruk at kategoriene bygging og utforsking blir det matematiske språket mer og mer faglig presist. På grunn av den vekslevise prosessen som skjer mellom kategoriene innenfor bygging og utforsking, er det nærliggende å tro at byggingskategoriene blir brukt som en presisering av utforskingen for å skape en felles forståelse de kan utforske videre på. Prosessen hvor elevene sammen skaper mening er derfor ikke en lineær prosess, men en dynamisk bevegelse som skifter mellom det formelle og det mer abstrakte, og ligger nært til Pirie og Kieren (1994, i Martin et al., 2006) sitt syn på hvordan forståelse utvikler seg. Det at elevene utforsker en mulighet, og prøver å argumentere for en løsningsmulighet de enda ikke vet om vil fungere kan også sees opp mot teorien om kreativ argumentasjon.

I samhandlingsprosessen fra situasjon 3 virker det som det i stor grad er Benny som utforsker, og David som visualiserer og reformulerer Bennys utsagn. Det virker som begge sine utsagn i stor grad består av uferdige tanker, hvor de tenker høyt sammen, og på den måten prøver å komme frem til en mulig løsning. Denne type samhandling blir av Cobb (1995) definert som indirekte samhandling, og er den samhandlingstypen som gir størst rom for læring. Varhol et al. (2021) går så langt at han hevder at læringen i stor grad ligger i elevenes evne til å forklare sine tankemønster som igjen kan hjelpe andre til å få struktur på egne tanker. Språket blir derfor svært viktig i settinger der en lærer sammen. Gjennom David sin reformulering av Bennys uferdige tanker hjelper David Benny med å sette ord på tankene sine, noe som ifølge Dahl et al. (2020) vil styrker Bennys evne til å kunne kommunisere matematisk.

Som nevnt i teoridelen er det ikke slik at elevenes kunnskap må være identisk for at samarbeidslæring skal være mulig, men at selve essensen av gruppearbeid er at elevene slår sammen de individuelle forståelse og kunnskaper som finnes innenfor gruppen, og slik skaper en ny forståelse (Martin et al., 2006). Dette kan en se igjen i situasjon 3 hvor det virker som Davids muntlige utprøvinger og verbalisering av egne tanker rundt temaet gjorde det mulig for Benny å utforske videre på ideen om figurtall. Da David i større grad klarer å validere og reformulere de uferdige tankene til Benny, kan en hevde at han har en større matematisk forståelse enn Benny i det faktum at ordforrådet er større. Likevel er det Benny som kommer med ideen om å bruke figurtall. Forståelsen som har blitt skapt i slutten av oppgaven kan derfor ikke krediteres til enten Benny eller David, men er noe som har oppstått i samspillet mellom dem. Kunnskapen eies derfor i like stor grad av begge. Elevene er derfor gjensidig avhengige av hverandres innspill, og det er stor sannsynlighet for at elevene ville hatt vanskeligheter med å komme frem til samme svar om de hadde jobbet individuelt.

I utviklingen av forståelsen som skjer mellom Benny og David kan en se at de begge i større grad bruker et mer presist og matematisk korrekt språk. Dette kan være med på å støtte opp under Adler og Ronda (2015) sine tanker om forståelse, hvor forståelsen i stor grad henger sammen med å kunne oversette fra det hverdagslige til det formelle, og dermed ta i bruk et mer korrekt matematisk vokabular. Det kan virke som at elevene i større grad ser at det er hensiktsmessig å bruke en rett terminologi når matematikken blir mer kompleks, og at de derfor velger å bruke den. De må likevel gå igjennom hverdagsspråket for å få tak på de korrekte matematiske begrepene.

Schleppegrell (2007) poengterer at kunnskap i matematikk også handler om å kunne vite når en spesiell måte å uttrykke seg på må brukes. I situasjon 3 har elevene valgt å ta en mer abstrakt tilnærming til løsningen enn de kanskje hadde gjort tidligere. Elevene prøvde her å finne en formel for utregning av antall fliser. En slik formel krever bruk av et mer presist språk, med uttrykk en ikke finner i det hverdagslige språket. Når elevene skal forklare noe mer avansert virker det som de bytter over til et mer korrekt matematisk språk. Det hverdagslige språket blir likevel brukt mellom de mer formelle utsagnene, men da ofte for å stille spørsmål, eller i kombinasjon med peking i skriveboken til en spesiell visualisering. Hverdagsspråket har i denne settingen en viktig funksjon, da den i stor grad fører til at Benny klarer å verbalisere tankene sine. I mange settinger hvor en arbeider sammen, er evnen til å kunne tenke høyt lagt stor vekt på. En muntliggjøring av tankene sine er som sagt ofte vanskelig, fordi de kommer i et annet format og må derfor struktureres på nytt for å kunne bli muntliggjort. Det at en har mulighet til å bruke et hverdagsspråk åpner opp for å kunne dele tanker før en har tenkt de ferdig, slik at de andre elevene også kan være med på prosessen. Kunnskapen blir på denne måten felles. Dette støtter opp om Adler og Ronda (2015) sine tanker om hverdagsspråkets viktighet. Å være flink matematisk betyr ikke at en alltid bruker de korrekte begrepene, eller sier ting på den mest matematisk måten, men at en gjør seg forstått i den settingen en er i.

6.0 Oppsummering og avsluttende refleksjoner

Som en avslutning på denne masteroppgaven, vil jeg her gi en oppsummering av funnene gjort gjennom analyse og drøfting. Sammendraget og drøftingen vil så danne grunnlaget for noen avsluttende refleksjoner hvor jeg prøver å si noe generelt om elevenes språkbruk som kan bruke som et svar på problemstillingen. Helt til slutt vil jeg komme med forlag til videre forskning basert på funn og begrensinger denne oppgaven gir.

Forskningen har blitt gjort ved å observere fire elever som arbeidet sammen i et kooperativt gruppearbeid hvor målet var å kunne si noe om elevenes språkbruk. Vekten ble i hovedsak lag på å studere hvordan elevene bruker språket sitt til å kommunisere sine tanker rundt oppgaver som løses i et fellesskap, og se på hvilket språk som ble gjeldene i utviklingen av forståelsen.

Funnene ble analysert gjennom et rammeverk basert på Robinson (2020) sine tanker om meningsfylte utvekslinger, og Adler og Ronda (2015) sine kategorier knyttet til forståelse og språkbruk. Disse to rammeverkene ble flettet sammen og tilpasset til ett rammeverk for å tydeligere kunne si noe om språket som ble brukt i de ulike situasjonene og utsagnene en finner innenfor et gruppearbeid. Rammeverket ble bruk for å analysere datamaterialet i lys av problemstillingen:

> *Hvilke språklige kjennetegn synliggjøres når ungdomsskoleelever samarbeider kooperativt om å løse matematiske oppgaver?*

Drøfting og analyse av tre konkrete situasjoner hentet fra observasjonen viste tre ulike språklige kjennetegn som gjorde seg gjeldende i samarbeidet mellom elevene. I funn én kom det frem at elevene i hovedsak brukte det naturlige språket for å finne og bestemme løsningsstrategier. Elevene brukte samtidig visuelle representasjoner som et supplement, noe som gjorde det mulig å bli forstått gjennom en tvetydig ordbruk. I funn to kom det frem at elevene i stor grad tilpasset språket sitt etter den andre sin forståelse. Elevene brukte derfor ikke alltid tid på å forklare tankeprosessene sine, men hadde istedenfor en forventning til at den andre skulle forstå. I funn tre blir viktigheten av hverdagsspråket presisert, med fokus på hvordan elevene ofte måtte gå veien gjennom hverdagsspråket for å tilgjengeliggjøre den mer abstrakte og avanserte matematikken. Det kom også frem at elevene valgte å bruke et mer presist matematisk språk når løsningsmetodene ble mer abstrakte.

6.1. Avsluttende refleksjoner

Samtidig som situasjonene er forskjellige, kan en likevel finne en gjennomgående tråd som sier noe om hva som ligger til grunn for språkvalget. Gjennom alle situasjonene kan det virke som om det språket elevene opplever som mest hensiktsmessig og mest effektivt blir brukt. Hva som er mest effektivt er avhengig av situasjonen, og gir en forklaring på hvordan de ulike diskursene påvirker språket på ulik måte. Et av kjennetegnene var at elevene brukte en overvekt av det naturlige språket i situasjoner som fører til videre forståelse. Dette står i kontrast til teori som legger vekt på at det er bruken av et mer korrekt matematisk språk som gir dybdelæring.

Forståelsen av hva som er hensiktsmessig for elevene er derfor viktig for å forstå de språklige tendensene som har blitt synliggjort i denne oppgaven. Når elevene ikke forstår hvorfor de bør bruke et mer faglig korrekt språk, vil de ikke bruke det. Samtidig ser vi at elevene også klarer å forstå at det er hensiktsmessig å bruke et faglig korrekt språk når ideene og løsningsmetodene blir mer abstrakte, kanskje fordi det her er større rom for misforståelser. Ut fra funn tre kan en si at et annet språklig kjennetegn er at elevene har en forståelse av hvorfor en av og til bruker et mer spesifikt vokabular når en snakker sammen i matematikken, men at de også ser viktigheten av å bruke et språk hele gruppen forstår.

Robinson (2020) skriver om hvordan det å lære matematikk i stor grad handler om å tilgjengeliggjøre det matematiske språket slik at en kan delta i matematiske diskusjoner. De språklige kjennetegnene som synliggjøres i denne settingen er derfor sterkt knyttet til elevenes forståelse av hvorfor en skal bruke et matematisk korrekt språk, men også hva det vil si å tilgjengeliggjøre det matematiske språket. I samtalen som danner utgangspunkt for denne oppgaven handlet tilgjengeliggjøring mer om å omformulere de matematiske aspektene til et hverdagsnært språk. Samtidig brukte elevene visuelle hjelpemidler for å støtte opp om hverdagsspråket, noe som førte til at eventuelle misforståelser ble mindre sannsynlige. Elevene evnet på denne måten å omfavne det matematiske språkets multisemiotiske sider, og en kan argumentere for at elevene på den måten likevel uttrykte seg på en presis måte.

De språklige kjennetegnene som kommer til syne avhenger derfor av hvilke kollektive spilleregler elevene har enige om. Det er disse spillereglene som sier noe om elevenes oppfatning av hvilke settinger det matematisk faglig korrekte språket er nødvendig, og som blant annet bestemmer elevenes forståelse av hva som er hensiktsmessig. Dette betyr i praksis at elever kan ha en høy matematisk forståelse og et bredt matematisk vokabular, og samtidig velge å bruke et mer hverdagslig språk.

6.2. Videre forskning

Ut fra avgrensningene jeg selv har satt, har jeg valgt å kun se på en gruppe elever som arbeider sammen i et gruppearbeid. Jeg hadde ikke noe krav om at elevene skulle gå på en skole som særlig la vekt på hvordan en jobber i et gruppearbeid, men at gruppen helst skulle bestå av tre til fire elever som i stor grad ville få til å arbeide kooperativt på en produktiv måte. Prosjektet gir derfor bare et lite bilde av hvilke språklige tendenser en kan finne i gruppearbeid, og sier for eksempel lite om hvilke faktorer som fører til et ufruktbart samarbeid, eller språklige kjennetegn en finner i det kooperative arbeidet som skjer utenfor rammene gruppearbeid setter.

I denne oppgaven ble det lagt stor vekt på hvilket språk elevene brukte, og hvilke tendenser jeg som utenforstående kunne se. Ved å kun velge å ta i bruk observasjon som forskningsmetode, er funnene i stor grad basert på mine tolkninger av elevenes samtale, og mine tanker om hvorfor elevene tar de språklige valgene de gjør. For å kunne fått et mer nyansert bilde av hva elevene faktisk tenker, kunne det ha vært interessant å ha fullført intervjuene i etterkant hvor elevene ble spurt ut om hvordan de gikk frem når de skulle forklare noe muntlig, og på den måten fått ett innblikk i hvordan elevene forhold seg til språket i matematikk.

Jeg har i teoridelen og delvis i drøftingsdelen tatt for meg hvordan det matematiske språket er noe som må læres, og viktigheten av å ha strategier for hvordan en skal gjøre dette. Jeg har i midlertidig ikke gått inn på hvilke strategier dette er, eller hvordan en som lærer kan legge opp til en undervisning som støtter opp om disse tankene. Skulle det bli forsket videre på dette temaet kunne det derfor vært interessant å utføre et studie hvor fokuset var på ulike læreres tanker knyttet til læring av det matematiske språket, Hvordan de i sine klasserom la opp til et dialogisk samarbeid, hvor elevene aktivt fikk lære hvordan de på en effektiv og presis måte kan kommunisere med hverandre.

I fortsettelsen av dette kunne det også vært interessant å sammenligne ulike samarbeidsgrupper med ulik sammensetning, og sett om det var noen kjennetegn som gikk igjen. Det kunne også vært interessant å sammenligne en annen samarbeidsgruppe som hadde fått trening i hvordan de skulle samarbeide på en effektiv måte, og som gjennom skoleløpet hadde fått en forståelse av viktigheten av å bruke et korrekt matematisk språk opp mot gruppen jeg selv har observert i denne studien. En slik sammenligning kunne vært interessant å gjøre for å se om det fantes noen likhetstrekk, og hvilke språklige forskjeller som ville oppstått.

7.0 Litteraturliste

Adler, J. & Ronda, E. (2015). A framework for describing mathematics discourse in instruction and interpreting differences in teaching. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, *19*(3), 237-254. https://doi.org/10.1080/10288457.2015.1089677

Andersen, S. S. (2013). *Casestudier* (2. utg.). Fagbokforlaget.

Anker, T. (2020). *Analyse i praksis*. Cappelen Damm Akademisk

Berg, I. & Rusk, F. (2021). Det store i deet lille: Detaljert videoanalyse av gruppearbeid. I F. Rusk (Red.), *Videoforskning på ulike læringsarenaer* (s. 123-142). Cappelen Damm Akademisk. https://doi.org/10.23865/noasp.153

Bjørndal, C. R. P. (2017). *Det vurderende øyet* (3. utg.). Gyldendal Akademisk.

Botten, G. (2013). Matematikklæring og språk. *Tangenten*, *3*, 27-33.

Botten, G. & Torkildsen, H. A. (2015). Språk og kommunikasjon i matematikk. *Tangenten*, *2*, 28-31.

Byrne, J. & Prendeville, P. (2020). Does a child's mathematical language improve when they engage in cooperative group work in mathematics? *EDUCATION 3-13*, *48*(6), 627-641. https://doi.org/10.1080/03004279.2019.1636109

Cobb, P. (1995). Mathematical learning and small-group intercation: Four case studies. I P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), *The emergence of mathematical meaning: Intercation in classroom cultures* (s. 25-127). Lawrence Erlbaum.

Dahl, H., Klemp, T. & Nilssen, V. (2020). Språklige ressurser, en forutsetning for produktivt elevsamarbeid. I V. Nilssen & S.-M. Høynes (Red.), *Samtaleorientert matematikk* (s. 161- 191). Fagbokforlaget.

Dysthe, O. (2013). Dialog, samspill og læring. I R. J. Krumsvik & R. Säljö (Red.), *Praktisk-pedagogisk utdanning: En antologi* (s. 81-116). Fagbokforlaget.

Francisco, J. M. (2013). Learning in collaborative settings: Students building on each other's ideas to promote their mathematical understanding. *Educational Studies in Mathematics 82*, 417–438. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9437-3

Hansen, E. K. S. (2021). Students' agency, creative reasoning, and collaboration in mathematical problem solving. *Mathematics Education Research Journal*. https://doi.org/10.1007/s13394-021-00365-y

Jacobsen, D. I. (2022). *Hvordan gjennomføre undersøkelser?* (4. utg.). Cappelen Damm Akademisk

Johnson, D. W. & Johnson, R. T. (2009). An educational psychology success story: Social interdependence theory and cooperative learning. *Educational Researcher*, *38*(5), 365-379. https://doi.org/10.3102/0013189X09339057

Kolstø, S. D. (2018). Use of dialogue to scaffold students' inquiry-based learning. *NorDiNa*, *14*(2), 154-169. https://doi.org/10.5617/nordina.6164

Kotsopoulos, D. (2010). An analysis of talking aloud during peer collaborations in mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *8*, 1049-1070. https://doi.org/10.1007/s10763-010-9221-8

Krokmyrdal, I. S. (2017). *Matematikk med hjertebank.* Vormedal Forlag.

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk* (MAT01-05). https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Gyldendal Akademisk.

LAMIS. (u.å.). *Oppgavesamling for UngeAbel*. Hentet 12. desember 2022 fra https://lamis.no/digitale-ressurser/oppgavesamling/

Martin, L., Towers, J. & Pirie, S. (2006). Collective mathematical understanding as improvisation. *Mathematical Thinking and Learning*, *8*(2), 149-183. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0802_3

Mills, B. J. (2014). Using cooperative structures to promote deep learning. *Journal of Excellence in College Teaching*, *25*(3), 139-148. http://celt.muohio.edu/ject/issue.php?v=25&n=3%20and%204

Mohamed, R., Ghazali, M. & Samsudin, M. A. (2020). A systematic review on mathematical language learning using PRISMA in scopus database. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *16*(8). https://doi.org/10.29333/ejmste/8300

Mueller, M. F. (2009). The co-construction of arguments by middle-school students. *The Journal of Mathematical Behavior*, *28*(2-3), 138-149. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2009.06.003

NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora

Nilssen, V. (2012). *Analyse i kvalitative studier*. Universitetsforlaget.

Pind, P. (2011). *Håndbok i matematikkundervisning*. Cappelen Damm Akademisk

Pirie, S. & Kieren, T. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterize it and how can we represent it? *Educational Studies in Mathematics, 26*, 165-190. https://doi.org/10.1007/BF01273662

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelen Damm Akademisk.

Robinson, E. T. (2020). Understanding meaningful exchanges: Mathematics discourse analysis and complexity thinking. *in education*, *26*(1), 103-138. https://doi.org/10.37119/ojs2020.v26i1.457

Rohid, N., Suryaman & Rusmawati, R. D. (2019). Students' mathematical communication skills (MCS) in solving mathematics problems: A case in Indonesian context. *Anatolian Journal of Education*, *4*(2), 19-30. https://doi.org/10.29333/aje.2019.423a

Roschelle, J. & Teasley, S. D. (1995). The construction of shared knowledge in collaborative problem solving. I O. M. C (Red.), *Computer Supported Collaborative Learning* (s. 69-97). Springer Verlag. https://doi.org/10.1007/978-3-642-85098-1_5

Schleppegrell, M. J. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading and Writing Quaterly*, *23*(2), 139-159. https://doi.org/10.1080/10573560601158461

Sfard, A. (1987). *Two conceptions of mathematical notions: Operational and structural*. Eleventh International Conference of PME, Montreal. https://www.igpme.org/wp-content/uploads/2019/05/PME11-1987-Montreal.pdf

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(1), 1-36. https://doi.org/10.1007/BF00302715

Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. *The Journal of the Learning Sciences*, *16*(4), 567-615. https://doi.org/10.1080/10508400701525253

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511499944

Shochey, T. & Pindiprolu, S. (2015). Uniquely precise: Importance of conceptual knowledge and mathematical language. *i-manager's Journal on School Educational Technology*, *11*(1), 28-33. https://doi.org/10.26634/jsch.11.1.3552

Simpson, A. & Cole, M. W. (2015). More than words: A literature review of language of mathematics research. *Educational Review*, *67*(3), 369-384. https://doi.org/10.1080/00131911.2014.971714

Säljö, R. (2013). Støtte til læring - Tradisjoner og perspektiver. I R. J. Krumsvik & R. Säljö (Red.), *Praktisk pedagogisk undervisning: En antologi* (s. 54-79). Fagbokforlaget.

Temple, C. & Doerr, H. M. (2012). Developing fluency in the mathematical register through conversation in a tenth-grade classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *81*, 287-306. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9398-6

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse* (5. utg.). Fagbokforlaget.

Tjora, A. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (4, Red.). Gyldendal.

Tverbakk, M. L. R. (2021). Metodiske og metodologiske vurderinger ved bruk av videoobservasjoner i forskning på læringskontekster. I F. Rusk (Red.), *Videoforskning på ulike arenaer* (s. 19-36). Cappelen Damm Akademisk. https://doi.org/10.23865/noasp.153

Varhol, A., Drageset, O. G. & Hansen, M. N. (2021). Discovering key interactions. How student interactions relate to progress in mathematical generalization. *Mathematics Education Research Journal*, *33*(2), 365-382. https://doi.org/10.1007/s13394-020-00308-z

Vygotsky, L. S. (1962). *Thought and Language*. M.I.T Press.

Wilkinson, L. C., Bailey, A. L. & Maher, C. A. (2018). Students' mathematical reasoning, communication, and Language Representations: A Video-Narrative Analysis. *ECNU Review of Education*, *1*(3), 1-22. https://doi.org/10.30926/ecnuroe2018010301

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk- Redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten*, (2), 22-27.

Zack, V. & Graves, B. (2001). Making mathematical meaning through dialogue: "Once you think of it, the Z minus three seems pretty weird". *Educational Studies in Mathematics*, *46*, 229-271. https://doi.org/10.1023/A:1014045408753

Vedlegg 1: Vurdering fra sikt

Sikt

Meldeskjema / Det matematiske språket / Vurdering

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer	Vurderingstype	Dato
532924	Standard	16.11.2022

Prosjekttittel
Det matematiske språket

Behandlingsansvarlig institusjon
NLA Høgskolen AS

Prosjektansvarlig
Christian Salvesen

Student
Helena Gilje

Prosjektperiode
16.08.2022 - 22.05.2023

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 10.07.2023.

Meldeskjema

Kommentar
OM VURDERINGEN
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG
Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 10.07.2023.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål

- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:
https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema. Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Janniche Linde

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 2: Samtykkeskjema

Infoskriv til elever og foresatte:

Vil du delta i forskningsprosjektet
«Det matematiske språket»?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å få et innblikk i hvordan elever i 9.klasse snakker sammen under gruppearbeid. Forskningen vil bli utført på et grupperom i skoletiden hvor elever arbeider med samarbeidsoppgaver i matematikk. I dette skrivet gir jeg deg informasjon om målene for prosjektet og hva det vil innebære for ditt barn å delta.

Formål

Observasjonen vil være grunnlaget for en masterstudie i matematikk hvor formålet å få et innblikk i hvordan elever ordlegger seg når de jobber sammen i grupper i arbeid med matematikkoppgaver, og vil foregå over 1-2 skoletimer inne på et grupperom.

Prosjektet vil ikke fokusere på om en klarer å finne frem til det rette svaret eller ikke, men heller på hvordan dere jobber sammen, og hvilke ord som blir brukt når dere diskuterer oppgaven, samhandler med hverandre, og prøver å forstå. Problemstillingen vil derfor fokusere på hvilke ord dere bruker når dere argumenterer for deres tanker for å få de andre i gruppen til å forstå det dere prøver å si.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

NLA Høyskolen er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta fordi din lærer gav meg lov til å bruke noen timer til å utføre observasjonen, du går i 9.klasse og deltar i den ordinære undervisningen i matematikktimene.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du deltar i prosjektet innebærer det at du godtar å bli observert når du samarbeider med medelever i arbeid med en matematikkoppgave som vil bli filmet og observert.

Observasjonen vil ta mellom 45-90 minutter.

Du godtar også å stille deg til disposisjon til et eventuelt intervju i etterkant av observasjonen om dette vil være nødvendig. Hovedmålet med intervjuet vil være å få en oppklaring i hvordan du tenkte i gitte situasjoner i løpet av observasjonen. Spørsmål kan være å utdype hva du tenkte, hva du mente med det du sa, og hva du mente når du brukte et bestemt ord. Intervjuet vil være et supplement til observasjonen, og vil bare bli utført om det i løpet av observasjonen oppstår situasjoner jeg ikke helt forstår. Intervjuet vil maks ta 10 minutter og vil bli tatt opp ved hjelp av lydopptaker.

Jeg vil også be kontaktlærer/matematikklærer om opplysninger om deg som vil være relevant for å best mulig kunne danne et utvalg som vil være hensiktsmessig for studien. Denne samtalen vil ikke bli tatt lydopptak fra, og eventuelle notater vil bli anonymisert.

Foreldre kan få innsyn i eventuelle spørsmål til intervju, og hva en videoobservasjon vil innebære ved å ta kontakt med meg på mail.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Om du velger å delta vil jeg i samråd med lærer legge til rette for at du ikke går glipp av viktig undervisning, og at de som ikke deltar vil få tilbud om et alternativt opplegg. Hva som skjer under observasjonen, vil ikke ha noen innvirkning på den normale undervisningen knyttet til karakter eller annen vurdering.

Observasjonen vil foregå på et eget rom, og vil derfor ikke påvirke den normale undervisningen, eller risikere å få elever som ikke ønsker å delta på film eller video.

Av de som ønsker å være med i studien, vil en gruppe i samråd med lærer bli valgt ut til å delta i forskningsprosjektet.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Bare prosjektansvarlig ved NLA Høyskolen og jeg som utfører observasjonen vil ha tilgang til konfidensielle opplysninger.
- Opplysningene vil lagres på servere godkjent av NLA Høyskolen. Videoopptak vil ha adgangsbegrensning, og vil bruke videoopptaker godkjent og eid av NLA Høyskolen.
- Lydopptak vil bli gjort gjennom Nettskjema sin diktafon som er laget for å samle inn sensitiv informasjon som personopplysninger. Disse lydopptakene vil bli kryptert under lagring og forsendelse.
- Kontaktopplysninger som navn vil ikke bli lagret på noen server, og mottatte meldeskjema vil bli innelåst.

Ved en eventuell publikasjon vil deltagerne ikke kunne bli gjenkjent. Eneste opplysning som vil publiseres er at utvalget ble gjort i en 9.klasse og hvor mange individer utvalget inneholdt.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?

Prosjektet vil etter planen avsluttes 22. mai 2023. Datamaterialet innsamlet bli lagret i opptil 7 uker etter prosjektets avslutning. Dette for å sikre meg mulighet til å kunne søke om forlenget frist for sletting av data om jeg skulle trenge å søke om utsettelse, klage på karakter på ferdig prosjekt eller lignende.

Skulle jeg ikke søke om forlenget frist vil all datamateriale med dine personopplysninger anonymiseres. Dette vil skje ved at video og lydopptak vil bli slettet fra serverne de er lagret på, og mottatte meldeskjema vil bli makulert.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NLA Høyskolen har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- NLA Høyskolen ved Christian Salvesen, epost: christian.salvesen@nla.no.
- Vårt personvernombud: Inger-Johanne Gamlem Njau, epost: personvernombud@nla.no.
- Helena Gilje (Masterstudent), epost: helena-98@live.no, telefon: 97185231.

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Christian Salvesen *Helena Gilje*
(Veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *det matematiske språket*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i videoobservasjon.
- ☐ å delta i intervju i etterkant av observasjon
- ☐ at kontaktlærer kan gi opplysninger om meg til prosjektet.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----
(Signert av prosjektdeltager, dato)

Jeg samtykker til at mitt barns opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

(Signert av foresatt, dato)

Vedlegg 3: Oppgavesett

Oppgave 1

Robin trenger hjelp i svømmebassenget, og livredderen vurderer tre alternativ for å komme raskest mulig ut til Robin:

1. Starte ved bassengkanten og svømme rett bort til Robin
2. Løpe langs kanten og ut på brygge F, og så svømme rett fram til Robin
3. Løpe langs kanten og ut på brygge H, og så svømme rett fram til Robin

Bassenget er kvadratisk.

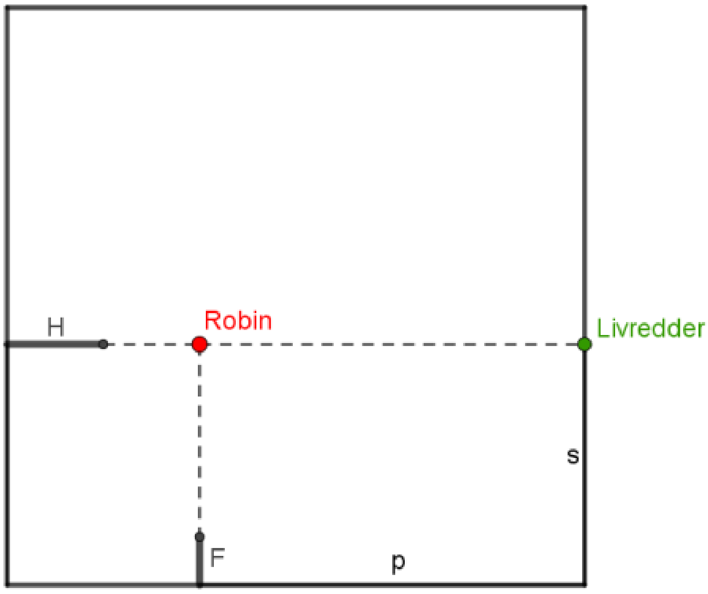
Sidelengden er 48 meter.

Avstanden *s* fra livredderen til hjørnet er 20 meter.

Avstanden *p* fra hjørnet til brygge F er 32 meter.

Brygge F er 4 meter lang.

Brygge H er 8 meter lang.



Livredderen løper seks ganger så fort som han svømmer.

Hvilket alternativ bør livredderen velge for å komme raskest mulig fram til Robin?

Bruk kladdearket og forklar hvorfor alternativet dere har valgt er raskest.

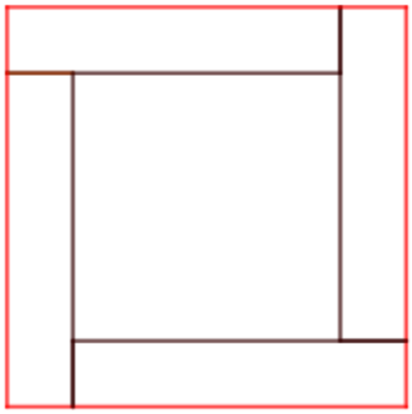
Oppgave hentet fra LAMIS (u.å.), UngeAbel, finaleoppgaver 2022.

Oppgave 2: Areal

Fire kongruente rektangler og ett kvadrat er satt sammen, uten overlapping, slik at de danner et større kvadrat – som figuren viser.

Omkretsen til hvert enkelt rektangel er 40 cm.

Hvor stort areal har det store kvadratet (rød figur)?



Vis hvordan dere tenker.

Oppgave hentet fra LAMIS (u.å.), UngeAbel, oppgaver runde 1 og runde 2 2021-2022.

Oppgave 3: Helmersens fliser

På Hageland var det 50% på alle hagefliser. Herr Helmersen kjøpte derfor en hel del kvadratiske fliser slik at han endelig kunne lage en platting ute i hagen sin. Når han har lagt dem ut, dekker de et kvadratisk område. Han har da 32 fliser til overs.

Helmersen liker ikke å sløse, og vil derfor prøve å se om han kan utvide plattingen ved å bruke resten av flisene. Han vil fremdeles at området skal være kvadratisk.

Etter noen beregninger finner Helmersen ut at han mangler én flis for å kunne legge et større kvadratisk område.

Hvor mange fliser kjøpte Helmersen?

Oppgave hentet fra LAMIS (u.å.), UngeAbel, oppgaver runde 1 og runde 2, 2020-2021.

Oppgave 4

Thea ønsker å få malt huset sitt, og vil leie et stillas. Hun kan velge mellom disse alternativene:

Stillasutleie AS	• 400 kr for den første dagen, og deretter 250 kr per dag • Fri levering og henting
Stillaskongen	• 750 kr for den første dagen, og deretter 150 kr per dag • Fri levering og henting
Stillas for alle	• 200 kr per dag • Levering 300 kr • Henting 300 kr
Låne naboens stillas	• 1500 kr

Thea vet ikke enda hvor lang tid arbeidet vil ta. Hvilke råd vil du gi henne i forhold til de ulike alternativene? Bruk informasjonen som et utgangspunkt til å vise din kompetanse innen modellering og anvendelse.

Oppgave tilsendt fra faglærer til elevene.

Vedlegg 4: Transkripsjonsnøkkel

[ord]	Overlappende tale
(3.0)	Pause målt i sekund
(.)	Mindre pause (under 2 sekund)
o:rd	Lydforlengelse
ORD	Høyere volum enn vanlig
°ord°	Lavere volum
↑ ↓	forhøyet eller nedgående toneleie før tegnet.
>ord<	Hurtigere tale
£ord£	Lattermild
ord-	Avbrudd i talestrømmen, enten av andre eller en selv.
ord	trykksterkt ord eller stavelse
(ord)	Usikker transkripsjon
()	Uidentifiserbar tale
.hh	Hørbar innpust
Hh	Hørbar utpust
(( ))	Beskrivelser av ikke-språklige handlinger, og andre kommentarer

Utarbeidet fra transkripsjonssystem hentet fra Berg og Rusk (2021, s. 141).

Vedlegg 5: Tabell for rammeverk

<table>
<tr><th colspan="4">Meningsfylte utvekslinger – koder</th></tr>
<tr><th>Deling</th><th>Bygging</th><th>Utforsking</th><th>Blokking</th></tr>
<tr><td>Innledende deling av oppfatning</td><td>Utbrodering av ideer</td><td>Uttrykke lekenhet</td><td rowspan="2">Snakke istedenfor å høre etter</td></tr>
<tr><td>Dele en oppfatning</td><td>Sammenligne ideer</td><td>Gjetninger knyttet til fremtidige ideer</td></tr>
<tr><td>Gi informasjon eller et eksempel</td><td>Organiserende tenkning</td><td>Leke med ideer</td><td rowspan="2">Avbryte</td></tr>
<tr><td>Oppklare ideer</td><td>Argumentere i en matematisk kontekst</td><td>Teste ut ideer</td></tr>
<tr><td>Si seg enig</td><td>Linke ideer</td><td>Evaluere foreslåtte argumenter</td><td rowspan="3">Kontrollere samtalen</td></tr>
<tr><td>Oppfordre andre til å dele ideer</td><td>Reformulere/gjenta</td><td>Oppmuntre andre til å utforske nye ideer</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Koble seg på andres ideer</td><td>Oppmuntre andre til å bygge videre på ideer</td><td>Anvende kunnskap</td></tr>
<tr><td>Kontekstualisere</td><td rowspan="4">Selvrefleksjon rundt ideer</td><td rowspan="2">Avslå ideer</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Bidra med matematiske forankret sekvens</td><td>Orientere seg gjennom mer generelle perspektiver</td></tr>
<tr><td>Konstruere matematiske konsept</td><td rowspan="2">Kritisere andre</td></tr>
<tr><td>Muntlige observasjoner</td><td>Bruk av visuelle representasjoner</td></tr>
</table>

Navngiving		
Kategori:	Forklaring	Eksempel
Ikke-matematisk (IM)	Visuelle kjennetegn, tvetydige pronomen, overvekt av naturlig språk	Den, de, smilemunnen, liksom
Matematisk nivå 1 (M1)	Korrekt matematisk navn som merkelapp, enda overvekt av naturlig språk. Snever begrepsforståelse	Brøkstrek,
Matematisk nivå 2 (M2)	Evner å lese rekke med symboler, strukturell og vid begrepsforståelse, og evner å bruke den språkformen som er mest hensiktsmessig i situasjonen	F er forrige, og da blir det F^2+2 som er formelen.

Legitimering		
Kategori:	Forklaring	Eksempel:
Ikke-matematisk (L-IM)	Hvordan ting ser ut, operasjonell forståelse av begreper, basert på synsing uten noe rotfeste i det matematiske.	Fordi, vett ikke, den ser ut som den går…, læreren sa at…
Matematisk (L-M)	Bruker formler av ulik grad, matematisk forankrede begrunnelser, bruk av matematiske begreper. Strukturell forståelse av begrepene de bruker.	Kongruente betyr jo at… derfor vil det si …